

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

ЕКОНОМЕТРІЯ

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2014

УДК 330.43(075)

ББК 65в6я73

A35

Автори:

**А. О. Азарова, Н. В. Сачанюк-Кавецька, О. М. Роїк,
Ю. В. Міронова**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за освітньо-професійною програмою бакалавра з галузі знань “Економіка та підприємництво” та “Менеджмент”. Лист № 1/11-7160 від 17.04.2013 р.

Рецензенти:

І. Г. Лук'яненко, доктор економічних наук, професор
В. В. Вітлінський, доктор економічних наук, професор
О. М. Ляшенко, доктор економічних наук, професор

Економетрія : навчальний посібник / А. О. Азарова, А35 Н. В. Сачанюк-Кавецька, О. М. Роїк, Ю. В. Міронова. – Вінниця : ВНТУ, 2014. – 304 с.

ISBN 978-966-641-568-7

У посібнику розглянуто фундаментальні засади економетричного моделювання, що посідає чільне місце у системі підготовки економістів нового покоління. Запропоновані авторами теоретичні засади та практичні економетричні аспекти дозволять студентам моделювати різноманітні аспекти господарської діяльності, засновуючись на сучасних методах системного та економетричного аналізу, а також комп'ютерних технологіях. Автори посібника показали перспективи застосування економетричного моделювання, що уможливило отримання якісно нових результатів управління.

Посібник розроблено згідно з навчальною програмою МОНУ з дисципліни "Економетрія".

УДК 330.43(075)

ББК 65в6я73

ISBN 978-966-641-568-7

© А. Азарова, Н. Сачанюк-Кавецька, О. Роїк, Ю. Міронова, 2014

ЗМІСТ

ВСТУП	6
ТЕМА 1 ОСНОВНІ АСПЕКТИ ЕКОНОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ	
1.1 Вступ до економетричного моделювання.....	9
1.2 Історія розвитку економетрії як науки.....	10
1.3 Основні математичні передумови економетричного моделювання..	14
1.4 Економетрична модель та експериментальні дані.....	16
1.5 Поняття економіко-математичної моделі. Класифікація економіко-математичних моделей.....	18
1.6 Етапи моделювання.....	23
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ	26
ВПРАВИ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	27
ТЕСТИ	29
ТЕМА 2 ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ ЯК БАЗОВІ КОМПОНЕНТИ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ	
2.1 Випадкові величини та їх числові характеристики.....	34
2.2 Функція розподілу та щільність випадкової величини. Неперервні випадкові величини.....	42
2.3 Деякі розподіли випадкових величин.....	49
2.4 Статистична гіпотеза та загальна схема її перевірки.....	60
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ	71
ВПРАВИ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	72
ТЕСТИ	74
ТЕМА 3 ОДНОФАКТОРНИЙ КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ	
3.1 Функціональна, статистична та кореляційна залежність	82
3.2 Однофакторна лінійна регресія: побудова та оцінювання параметрів.....	83
3.3 Основні припущення класичного кореляційного аналізу	89
3.4 Елементи дисперсійного аналізу. Поняття про ступені вільності	93
3.5 Коефіцієнти кореляції та детермінації. Критерій Фішера	95
3.6 Стандартна помилка оцінювання. Оцінювання коефіцієнта кореляції	100
3.7 Приклади нелінійної кореляційної залежності	107
3.8 Моделювання сезонних коливань економічних явищ	119
3.9 Алгоритм розв'язання практичної задачі однофакторного кореляційного аналізу	127
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ	139
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	140

ТЕСТИ.....	150
ТЕМА 4 МНОЖИННИЙ РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ	
4.1 Класична нормальна лінійна модель множинної регресії.....	156
4.2 Оцінка параметрів класичної регресійної моделі за методом найменших квадратів	157
4.3 Коваріаційна матриця та її вибіркове оцінювання.....	165
4.4 Доведення теореми Гаусса-Маркова. Оцінювання дисперсії збурень.....	167
4.5 Перевірка двофакторної регресії на адекватність за допомогою коефіцієнта детермінації. Критерій Фішера	171
4.6 Моделювання нелінійної множинної регресії. Виробнича функція Кобба-Дугласа. Коефіцієнти часткової еластичності	176
4.7 Часткова кореляція	182
4.8 Багатофакторні моделі економічного зростання	184
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ	188
ВПРАВИ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	189
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	190
ТЕСТИ	194
ТЕМА 5 АВТОКОРЕЛЯЦІЯ, ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНІСТЬ ТА МУЛЬТИКОЛІНЕАРНІСТЬ У КОРЕЛЯЦІЙНОМУ АНАЛІЗІ	
5.1 Сутність і причини та наслідки автокореляції	203
5.2 Тестування автокореляції. Графічний метод	205
5.3 Тестування автокореляції. Критерій Дарбіна-Уотсона	208
5.4 Сутність гетероскедастичності, її наслідки	212
5.5 Тестування гетероскедастичності. Графічний аналіз випадкових відхилень	215
5.6 Тестування гетероскедастичності. Аналітичні методи	218
5.7 Способи вилучення гетероскедастичності	227
5.8 Сутність мультиколінеарності та її наслідки	233
5.9 Тестування наявності мультиколінеарності	236
5.10 Методи усунення мультиколінеарності	250
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ	251
ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	252
ТЕСТИ.....	273
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	279
ДОДАТКИ (статистичні таблиці, елементарні функції, елементи теорії матриць і визначників, системи лінійних рівнянь та методи їх розв'язування)	282

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ЕМ – економіко-математична модель
ЕММ – економіко-математичні методи
МНК – метод найменших квадратів
ВВ – випадкова величина
РВВ – розподіл випадкової величини

ВСТУП

Тенденції розвитку економічної науки за умов безперервно зростаючої складності соціально-економічних процесів, удосконалення форм господарювання, ускладнення управлінських функцій на всіх рівнях ієрархії економічних систем зумовили необхідність широкого застосування в економічних дослідженнях та у практиці управління економікою математичних методів. Застосування математичного моделювання та комп'ютерних технологій в економіці дає змогу якісно й кількісно оновлювати засоби теоретичного аналізу та методи прийняття рішень в усіх галузях економіки, забезпечує можливість підтверджувати або відкидати теоретичні та абстрактно-розрахункові припущення в нових напрямках економічної теорії, прогнозувати та регулювати економічні процеси, не здійснюючи реальних експериментів, які можуть призвести до небажаних соціально-економічних наслідків.

Останнє десятиліття економетрія як навчальна дисципліна стрімко розвивається. Підтвердженням всесвітнього визнання економетрії є присудження за найбільш видатні розробки у цій галузі Нобелівських премій в економіці, авторами яких є:

– Ян Тінберген (1903-1994) – нідерландський економіст та Рангар Фріш (1885-1973) – норвезький економіст – лауреати Нобелівської премії 1969 року за створення та застосування динамічних моделей для аналізу економічних процесів;

– Пол А. Самуельсон (1915-2009) – американський економіст – лауреат Нобелівської премії 1970 року за розроблення статистичної та динамічної економічної теорії, що сприяло зростанню рівня аналізу економічної науки;

– Василь Леонт'єв (1912-1986) – американський економіст – лауреат Нобелівської премії 1973 року за розроблення балансових моделей для моделювання взаємозв'язків великої кількості змінних (метод “витрати – випуск”);

– Леонід Канторович (1912-1986) – російський економіст, Тьяллінг С. Кумпанс (1910-1985) – американський економіст – лауреати Нобелівської премії 1975 року за вклад у теорію оптимального розподілу ресурсів. Т. С. Кумпанс також зробив значний внесок у розвиток статистичних методів в економетрії та створення лінійних економетричних моделей;

– Лоуренс Р. Клейн (нар. 1920) – американський економіст – лауреат Нобелівської премії 1980 року за створення економетричних моделей та їх застосування під час аналізу економічних коливань й економічної політики;

– Трюгве Хаавельмо (1911-1999) – норвезький економіст – лауреат Нобелівської премії 1989 року за перетворення основ теорії ймовірності в межах економетрії та аналіз залежних економічних структур;

– Джеймс Дж. Хекман (нар. 1944) – американський економіст; Даніел Д. Макфадден (нар. 1944), американський економіст, – лауреати Нобелівської премії 2000 року за розроблення мікроеконометрії та методів статистичного аналізу;

– Леонід Гурвіц (1917-2008) – американський економіст, Ерік Маскін (нар. 1950) – американський економіст, Роджер Маерсон (нар. 1951) – американський економіст – лауреати Нобелівської премії 2007 року за створення основ теорії оптимальних механізмів (механізмів поділу).

Крім того, процес прийняття науково обґрунтованих рішень в економіці щільно пов'язаний із визначенням кількісних співвідношень між економічними показниками. Так, наприклад, для з'ясування доцільності інвестування придбання нового обладнання (або розроблення нової технології) потрібно знати, який додатковий дохід можна отримати на кожну одиницю капітальних вкладень у разі реалізації різних проектів інвестування.

Мова економіки все більше стає мовою математики, а саму економіку все частіше називають однією з найбільш математизованих наук. Завдяки математичній формалізації в економічній теорії здійснюється пошук змістовних економічних аналогів абстрактних математичних величин та відношень, які фігурують у математичних моделях.

Досягнення сучасної економічної науки висувають новітні вимоги до професійної освіти економістів та менеджерів. Якщо в період планової економіки акцент робився на балансові та оптимізаційні методи дослідження, то в період пізньоїіндустріальної економіки суттєво зростає роль економетричних методів. Математика настільки глибоко увійшла в економіку, що інколи складно виокремити економічні знання в математичних. Тому сьогодні коректніше вести мову не про використання математики в економіці, а про взаємодію економічної та математичної наук, яка піднімає економічну теорію на якісно новий рівень.

Досить часто розглядають економетрію як науку, що встановлює та досліджує кількісні закономірності та взаємозв'язки в економічному житті за допомогою математичних і статистичних методів.

Метою економетрії є емпіричне виведення економічних законів.

Основні результати економічної теорії носять якісний характер, а економетрія вносить в них емпіричний зміст. Математична економіка зображує економічні закони у вигляді математичних співвідношень, а економетрія проводить експериментальну перевірку цих законів. Економічна статистика дає інформаційне забезпечення досліджуваного процесу у вигляді вихідних (оброблених) статистичних даних та

економічних показників, а економетрія, використовуючи традиційні математико-статистичні та спеціально розроблені методи, проводить аналіз кількісних взаємозв'язків між цими показниками.

Економетрія – економіко-математична наука, яка поєднує економічну теорію, математику та статистику, забезпечує ефективний взаємозв'язок теоретичного та прикладного в економічній науці.

На основі положень економічної теорії та статистичних даних про соціально-економічні системи економетрія за допомогою економіко-математичних моделей досліджує закономірності розвитку цих систем з метою прогнозування, аналізу їх взаємного впливу та прийняття оптимальних рішень щодо управління ними.

Економетрія посідає чільне місце у системі підготовки економістів нового покоління, спільно з іншими математичними та економічними дисциплінами формує нове економічне мислення майбутніх фахівців.

Студенти, які здобудуть навички моделювання різноманітних економічних ситуацій, стануть носіями нової ідеології економічного мислення, що ґрунтується на глибоких знаннях сучасних методів системного та економетричного аналізу і комп'ютерних технологій, які застосовуються для дослідження реальних економічних об'єктів, процесів, явищ.

Автори посібника намагалися показати, що економетричне моделювання суттєво розширює можливості економічного аналізу, дає змогу отримати якісно нові результати дослідження соціально-економічних систем.

ТЕМА 1 ОСНОВНІ АСПЕКТИ ЕКОНОМЕТРИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

1.1 Вступ до економетричного моделювання

Розглянемо таку ситуацію. Припустимо, ми хочемо продати автомобіль. Перед нами постає запитання: яку суму ми можемо очікувати за наше авто? Зрозуміло, що ми будемо керуватися інформацією про ціни на подібні авто. Що означає “подібні автомобілі”? Зрозуміло, що це авто, які мають достатньо близькі до нашого автомобіля показники (марка, рік випуску, потужність двигуна, кілометраж та ін.).

Відвідавши автосалони, автомобільні ринки, переглянувши газети з оголошеннями, ми формуємо своє уявлення про можливу ціну.

На цьому елементарному прикладі можна відслідкувати основні моменти економетричного моделювання. Розглянемо наші дії більш формалізовано.

Ми ставимо задачу визначення ціни – величини, яка формується під впливом деяких факторів (марка, рік випуску, потужність двигуна, кілометраж та ін.). Такі залежні величини називають *пояснюваними, залежними (ендогенними)* змінними, а фактори, від яких вони залежать – *пояснювальними (екзогенними)*. Формуючи загальне уявлення про стан ринку, ми отримуємо *очікуване* значення залежної змінної при заданих значеннях екзогенних змінних.

На вказану конкретну ціну, *спостережуване* значення залежної змінної, впливають також *випадкові* явища – характер продавця, можливі терміни продажу автомобіля та ін.

Зрозуміло, що менеджер великого салону, де спеціалізуються на торгівлі автомобілями на вторинному ринку, скоріш за все, захоче мати більш точне уявлення щодо очікуваної ціни та можливої поведінки випадкової складової. Наступним кроком і буде економетричне моделювання.

Спільним моментом для довільної економетричної моделі є розбиття залежної змінної на дві частини – *пояснювальну* та *випадкову*. Очевидно, що задачею моделювання є *на основі експериментальних даних визначити пояснювану частину та, розглядаючи випадкову складову як випадкову величину, отримати оцінки параметрів її розподілу*.

Таким чином, економетрична модель цього процесу є такою:

$$\begin{array}{l} \text{Спостережуване} \\ \text{значення} \\ \text{залежної змінної} \end{array} = \begin{array}{l} \text{Пояснювана частина,} \\ \text{яка залежить від} \\ \text{значень екзогенних} \\ \text{змінних} \end{array} + \begin{array}{l} \text{Випадкова складова} \end{array}$$
$$Y = f(X) + \varepsilon. \quad (1.1)$$

Припустимо, що в нашому випадку отримано такий вираз для визначення ціни:

$$y = 35000 - 1500x_1 - 0,3x_2,$$

де y – очікувана ціна автомобіля (ум. гр. од.);

x_1 – термін експлуатації автомобіля (в роках);

x_2 – пробіг (тис. км).

Яке ж практичне значення одержаного результату? Зрозуміло, що дана формула дає уявлення про формування ціни на автомобіль. З іншого боку, дана залежність дозволяє з'ясувати вплив кожної пояснюваної змінної на ціну. Зокрема, ціна нового ($x_1 = x_2 = 0$) авто 35000 ум. гр. од., при цьому тільки за рахунок збільшення терміну експлуатації на один рік ціна авто зменшується в середньому на 1500 ум. гр. од. Слід відмітити, що даний результат дозволяє прогнозувати ціну на авто, якщо відомі його основні параметри. Тепер менеджер зможе визначити ціну авто, навіть якщо його рік випуску та пробіг раніше не зустрічалися в даному автосалоні.

1.2 Історія розвитку економетрії як науки

Методи математичної статистики вперше застосували в біології. Наприкінці XIX ст. англійський біолог К. Пірсон досліджував криві розподілу деяких числових показників людського організму.

Дещо пізніше він та його школа почали вивчати кореляції в біології та будувати лінійні регресії. Запропоновані біологами підходи були застосовані у економіці.

У 1897 р. вийшла у світ праця В. Парето, в якій було проведено дослідження доходів населення в різних країнах. У ній вперше була використана так звана крива Парето, параметри якої було отримано статистичними методами.

Була запропонована крива Парето:

$$y = A(x - a)^{-\alpha}, \quad (1.2)$$

де y – чисельність населення, що має дохід, більший за x ;

x – величина доходу;

a – мінімальний дохід;

A, α – параметри залежності, які було отримано статистичними методами.

На початку XX ст. вийшло кілька праць англійського статистика

Д. Гукера, у яких за допомогою кореляційно-регресійних методів, що були започатковані школою К. Пірсона, вивчалися взаємозв'язки між економічними показниками, зокрема вплив банкрутств на товарній біржі на ціну зерна.

У подальшому почали з'являтися численні праці як з розвитку теорії математичної статистики та її прикладних елементів, так і з практичного застосування цих методів в економічному аналізі. Серед них були і праці Г. Мура, які вийшли друком протягом 1914 – 1917 рр.

Необхідно зауважити, що термін “економетрія” вперше запровадив львівський учений П. Чомпа, який опублікував у Львові в 1910 р. книгу “Нариси економетрії і природної теорії бухгалтерії, яка ґрунтується на політичній економії”. Проте поняття не набуло належного визнання, оскільки на той час не було фундаментальних праць у цій галузі науки.

Як самостійна дисципліна економетрія сформувалася у 20 – 30 рр. ХХ століття завдяки працям Г. Мура і Г. Шульца. У перших працях розроблялися аналітико-статистичні моделі. Здебільшого це були рівняння лінійної регресії з параметрами, оцінюваними за методом найменших квадратів. Такі рівняння дозволяли описувати функції попиту та їх залежність від прибутків, обсягів випуску продукції, цін, податків, інших чинників, а також функції пропозиції, виробничі функції, які відображали технологічну залежність випуску продукції від витрат праці та засобів виробництва.

У 1928 р. було опубліковано дослідження американських вчених математика Ч. Кобба та економіста П. Дугласа виробничої функції, яке ввійшло до економетрії як класичний приклад і досі є важливим інструментом економетричного аналізу:

$$Q = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{\beta},$$

де Q – обсяг виробництва;

A – постійний коефіцієнт;

α і β – показники, що характеризують віддачу, використання кожного з двох основних видів ресурсів;

K – витрати капіталу;

L – витрати праці.

Завдяки своїй простоті та раціональності ця функція широко застосовується досі й отримала подальші узагальнення в різних напрямках.

Праці цих вчених можна вважати основою сучасної економетрії, її методів та принципів.

Економетрія як окрема галузь науки відома під такою назвою, починаючи з 1930 р. Саме тоді було засновано економетричне товариство, яке на той час визначало себе так: “Міжнародне товариство для розвитку економічної теорії і її зв'язку зі статистикою та математикою”.

У 1933 році Р. Фріш проголосив синтез економічної теорії, статистики та математики. Економетристи спробували поєднати позитивні ознаки математичної школи в політичній економії та у статистичному напрямі, тобто підтримали ідею поєднання в економічному дослідженні абстрактно-теоретичного аналізу, емпіричних даних і математичних методів.

Одними із засновників економетрії вважають Р. Фріша, Е. Шумпетера, Я. Тінбергена – послідовників неокласичної економічної школи та кейнсіанства. Вони одними з перших науковців цілеспрямовано намагалися поєднати економічну теорію з математичними та статистичними методами.

Спочатку вчені обмежувалися вивченням деяких моделей попиту і пропозиції. Але після Другої світової війни вони почали вивчати комплексні економетричні моделі на макрорівні, в яких основна увага приділялася таким явищам, як попит, фінансовий стан, податки, прибуток, ціна тощо.

У процесі розвитку економетрії з'явилися ознаки її розшарування, відходу від триєдиної формули Р. Фріша. Вони розвивалися в двох напрямках:

- одночасно з економіко-теоретичними дослідженнями на основі застосування математичних і статистичних методів все більшого значення набували прикладні математичні та емпірико-статистичні розробки, які не належали безпосередньо до економічної теорії;

- виокремлювалися абстрактно-теоретичні дослідження математичних моделей економіки, в яких не використовувалися емпіричні дані.

У наш час набувають впровадження у вітчизняну практику економетричні підходи з використанням програмних комплексів ПК. За сучасних умов зростає роль економіко-математичних методів як одного із засобів розвитку динамічно розвиненої та стійкої економіки з науково обґрунтованими шляхами розвитку за умов кризи та прогнозами на майбутнє.

Окремо слід окреслити внесок українських вчених у розвиток економіко-математичних методів.

В останній третині XIX століття в Україні виник особливий напрям у розвитку економічної думки, відомий під назвою “київська наукова школа в політичній економії”. Одним із засновників цієї школи був професор Київського університету М. Х. Бунге (1823-1895). Його послідовником став Д. І. Піхно (1853-1909), що опублікував низку праць, перша з яких називалася “Закон попиту і пропозиції”. Платіжну здатність покупця у цій праці автор намагався подати математично. Повніше своє розуміння економічної теорії Д. І. Піхно виклав в “Основах політичної економії”. Політична економія, за визначенням вченого, ставить собі за мету вивчення закономірностей економічних явищ. При цьому використовують

різні методи, зокрема й математичні. Проте Д. І. Піхно вважав, що значимість математичних методів для з'ясування законів політичної економії не варто перебільшувати.

Світоглядної позиції київської школи політичної економії дотримувався і Р. М. Орженцький (1863-1923), який у праці “Основні закони цінності та їх пряме застосування” спробував поєднати математичні методи дослідження з психологічною теорією цінності.

О. Д. Білімович (1876-1963) у монографії “До питання про розцінку господарських благ” (1914) написав: “Намагання подати свої теоретичні надбудови у формі можливих точніших схем зближує нас з економістами математичної школи”.

В. Ф. Арнольд опублікував у 1904 р. в Одесі “Політично-економічні етюди”, в яких намагався використати засоби елементарної алгебри для обґрунтування теорії граничної корисності. Він писав: “Завданням нашим було ... показати, що в результаті введення математичних прийомів оброблення економічних даних – хоч би ці прийоми були в найелементарнішому вигляді – багато політекономічних проблем дістають можливості строгого і точного, хоч і абстрактного розв'язання”. В. Ф. Арнольд усіляко відстоював застосування математичних методів в економічній науці, зокрема політичній економії. Він стверджував, що політична економія може мати шанси на успіх лише тоді, коли буде використовувати методи природничих наук. Спроби викласти економічні закони математичними формулами В. Ф. Арнольд вважав своїм основним завданням.

На початку ХІХ століття, коли статистика стала університетською наукою і необхідним інструментом державного управління, розпочався якісно новий етап в історії економіко-статистичної думки в Україні. Видатними вченими, які розвивали економіко-статистичну науку в цей період, були: Д. П. Журавський (1810-1856), В. М. Навроцький (1847-1882), О. О. Русов (1847-1915), В. Є. Варзар (1851-1940) та ін.

Українську економіко-статистичну думку кінця ХІХ – першої половини ХХ ст. не можна належно оцінити без урахування великої наукової спадщини Ф. А. Щербини (1849-1936) та М. Б. Птухи (1884-1961), які зробили значний внесок у розвиток методики оброблення статистичних даних.

Яскравим представником українських економістів-новаторів, які торували нові шляхи у розвитку світової економічної науки, був Є. Є. Слуцький (1880-1948). Першою його працею в економічній науці стало його студентське дослідження “Теорія граничної корисності”, написане у 1910 р. У цій праці він широко використав математичний апарат, без якого, за його словами, не міг би “... показати справжню взаємодію теорії попиту і пропозиції (в її сучасній конструкції) та теорії затрат виробництва”.

У 1912 році Є. Є. Слуцький підготував і видав посібник “Теорія кореляції і елементи вчення про криві розподілу”, в якому використав найновіші здобутки математичної статистики.

Знаменитим дослідженням Є. Є. Слуцького початку ХХ ст. є праця “До теорії збалансованості бюджету споживача”, опублікована в Італії в 1915 р. Це дослідження привернуло увагу зарубіжних учених-економістів лише через двадцять років після опублікування у зв’язку з появою у світовій науці економетрії. У 1935 американський економіст Г. Шульц зазначив, що Є. Є. Слуцький значно розширив, поглибив, конкретизував теорію споживчого попиту.

Англійський економіст-математик Р. Аллен, автор відомої книги “Математична економія”, у середині 30-х років минулого століття опублікував статтю “Теорія споживчого вибору професора Слуцького”, в якій відзначив наукове новаторство українського вченого. Пізніше, у 1958 році в журналі “Econometrica” Р. Аллен знову опублікував статтю про Є. Є. Слуцького, в якій він наголосив, що роботи українського вченого мали “великий і міцний вплив” на розвиток економетрії.

Про запозичення з робіт Є. Є. Слуцького зізнався у своїй книзі “Вартість і капітал” (1939) лауреат Нобелівської премії у галузі економіки Дж. Р. Гікс. Відзначивши високу математизованість праці українського вченого, Дж. Р. Гікс визнав, що саме Є. Є. Слуцький є фундатором ефекту доходу і, відповідно, ефекту заміщення, що сприяло введенню у зарубіжні підручники з економічної теорії терміна “ефект Слуцького”. У своїй книзі англійський вчений писав, що Є. Є. Слуцький був першим економістом, який зробив значний крок уперед порівняно з класиками математичної школи (в економетричному напрямку).

1.3 Основні математичні передумови економетричного моделювання

Нехай маємо p пояснювальних змінних та залежну змінну Y . Змінна Y є випадковою величиною, що має при заданих значеннях факторів деякий розподіл. Якщо випадкова величина у неперервна, то можна вважати, що її розподіл для кожного припустимого набору значень факторів (x_1, \dots, x_p) має умовну щільність $f_{x_1, \dots, x_p}(y)$.

Зазвичай роблять припущення щодо розподілу y (нормальний розподіл). Пояснювальні змінні X_j , $j = \overline{1, p}$ можуть вважатися як випадковими, так і детермінованими, тобто такими, що набувають певних значень. Із попереднього прикладу про продаж авто ми можемо заздалегідь визначити для себе параметри автомобіля та шукати оголошення про продаж авто з такими параметрами, тоді випадковою величиною залишається тільки ціна; а можемо випадковим чином обирати

оголошення про продаж, тоді екзогенні змінні будуть випадковими величинами.

Класична економетрична модель розглядає екзогенні змінні x_j як детерміновані. Пояснювана частина Y_e є функцією від екзогенних змінних:

$$Y_e = f(X_1, \dots, X_p).$$

Таким чином, економетрична модель є такою:

$$Y = f(X_1, \dots, X_p) + \varepsilon.$$

Найбільш природним вибором залежної частини є її середнє значення – умовне математичне сподівання $M_{x_1, \dots, x_p}(Y)$, одержане для даного набору значень екзогенних змінних (x_1, \dots, x_p) . (У подальшому математичне сподівання будемо позначати $M_x[Y]$).

Рівняння $M_x[Y] = f(x_1, \dots, x_p)$ називають *рівнянням регресії*. При такому виборі залежної частини економетрична модель є такою:

$$Y = M_x[Y] + \varepsilon, \quad (1.3)$$

де ε – випадкова величина, яку називають *збуренням* або *похибкою*.

Рівняння (1.3) називають *рівнянням регресійної моделі*. Однак відмітимо, що економетрична модель не обов'язково є регресійною, тобто залежна частина не завжди є умовним математичним сподіванням залежної змінної. З математичної точки зору регресійні моделі є більш простими об'єктами, ніж економетричні моделі загального типу. Відзначимо деякі властивості регресійної моделі.

Розглянемо рівність (1.3) та обчислимо від обох частин математичне сподівання при заданому наборі значень екзогенних змінних X . У цьому випадку $M_x[Y]$ є числовою величиною, що дорівнює своєму математичному сподіванню, і можна отримати рівність

$$M_x[\varepsilon] = 0, \quad (1.4)$$

тобто, в регресійній моделі очікуване значення випадкової похибки дорівнює нулю. Звідси випливає некорельованість випадкових помилок та екзогенних змінних X .

1.4 Економетрична модель та експериментальні дані

Щоб одержати достатньо достовірні та інформативні дані щодо розподілу деякої випадкової величини, необхідно мати вибірку її спостережень достатньо великого об'єму. Вибірка спостережень залежної змінної та екзогенних змінних $X_j, j = \overline{1, p}$, є відправною точкою будь-якого економетричного дослідження.

Такі вибірки є наборами значень $X_j, Y_i, j = \overline{1, p}, i = \overline{1, n}$; n – число спостережень, p – кількість екзогенних змінних. Як правило, число спостережень достатньо велике (десятки, сотні) та значно перевищує кількість екзогенних змінних. Однак проблема в тому, що випадкові величини Y_i , одержувані при різних наборах значень X_j , строго кажучи, мають різні розподіли. А це означає, що для кожної випадкової величини Y_i ми маємо лише одне спостереження.

У класичному курсі економетрії розглядають два типи вибірових даних:

1. *Просторові дані (cross-sectional data)*. В економіці під просторовою вибіркою розуміють набір економічних змінних, одержаний на даний момент часу. Однак таке означення не дуже зручне для економетриста через неоднозначність поняття “момент часу”. Зрозуміло, що говорити про просторові вибірки є сенс у випадку одержання всіх спостережень за незмінних умов (набір спостережень є набором незалежних вибірових даних з деякої генеральної сукупності).

Таким чином, ми будемо називати *просторовою вибіркою* серію n незалежних спостережень $(p+1)$ -вимірної випадкової величини $(X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip}; Y_i)$.

Як визначити, чи є вибірка серією незалежних спостережень? На це запитання немає однозначної відповіді. Зазвичай за незалежні приймають величини, не пов'язані причинно. Однак на практиці далеко не завжди питання незалежності розв'язується просто.

Повернемося до прикладу про продаж автомобілів.

Нехай Y – ціна автомобіля, X – рік випуску, а $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ – серія даних, одержаних з газети “20 хвилин”. Чи можна вважати ці спостереження незалежними?

Різні продавці не знайомі між собою, вони дають свої оголошення незалежно один від одного, тому пропозиція щодо незалежності спостережень виглядає досить розумною. З іншого боку, людина, яка призначає ціну на свій автомобіль, керується цінами попередніх оголошень, тому і заперечення незалежності спостережень також має право на існування.

Із цього можна зробити висновок, що рішення щодо просторового характеру вибірки певною мірою є суб'єктивним. Таким чином, модель,

побудована на основі просторової вибірки експериментальних даних (x_i, y_i) , є такою:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.5)$$

де похибки регресії мають задовольняти умови:

$$M(\varepsilon_i) = 0, \quad (1.6)$$

$$r(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \quad (1.7)$$

$$D(\varepsilon_i) = \sigma_i^2, \quad (1.8)$$

де $D(\varepsilon_i)$ – умовна дисперсія випадкової величини ε_i .

Що стосується умови (1.8), то тут можливі два випадки:

а) $\sigma_i^2 = \sigma_j^2$ при всіх i та j . Властивість сталості дисперсій похибок регресії називається *гомоскедастичністю*. У цьому випадку розподіли випадкових величин Y_i відрізняються лише значенням математичного сподівання (пояснюваної частини);

б) $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$. У цьому випадку має місце *гетероскедастичність* моделі. Гетероскедастичність потрібно усунути.

Перевірку моделі на гомоскедастичність можна проілюструвати на такому прикладі. Наприклад, ціна автомобіля, якому 15 років, навряд чи може піднятися вище 2000 ум. гр. од., тому стандартна похибка ціни в цьому випадку не перевищить 300 – 400 ум. гр. од. Разом із тим, автомобіль якому два роки, може коштувати і 7000, і 17000 ум. гр. од., тобто стандартна похибка не менше 1500 – 2000 ум. гр. од.

Однак у багатьох випадках гетероскедастичність моделі не є очевидною, і потрібно застосовувати методи математичної статистики для прийняття рішення про те, який тип моделі буде розглядатися. Це питання буде більш ретельно розглянуто у розділі 5;

2. *Часовий (динамічний) ряд (time-series data)*. Часовим (динамічним) рядом називають вибірку спостережень, в якій важливі не лише самі спостережувані значення випадкових величин, а й порядок їхнього слідування. Найчастіше впорядкованість зумовлена тим, що експериментальні дані є серією спостережень однієї і тієї ж випадкової величини в послідовні моменти часу. У цьому випадку динамічний ряд називають *часовим рядом*.

1.5 Поняття економіко-математичної моделі. Класифікація економіко-математичних моделей

Вплив математичного моделювання на економічну теорію є різнобічним. Викладення багатьох економічних проблем формалізованою мовою дає можливість запобігти двозначності міркувань, значною мірою прояснює суть проблеми, яскраво інтерпретує теоретичні положення. Окрім того, застосування мови математики сприяє уточненню багатьох економічних категорій, кращій систематизації теоретичних знань, збагаченню понятійного апарату економічної науки.

Економіко-математичною моделлю називають сукупність пов'язаних між собою математичними залежностями величин – факторів, всі чи частина яких мають економічний характер. *Моделювання* є процесом побудови, реалізації та дослідження моделі, який здатний замінити реальну систему та дати інформацію про неї. Моделювання є важливим інструментом наукової абстракції, що допомагає виділити, уособити та проаналізувати суттєві для даного об'єкта характеристики (властивості, взаємозв'язки, структурні та функціональні параметри).

Дослідження з моделюванням економічних систем поділяються на три основні групи:

- теоретичні дослідження – розроблення проблем економічної теорії та теоретико-методологічних проблем управління економікою з використанням математичного моделювання;
- прикладні дослідження – розв'язання практичних завдань управління економічними системами;
- інструментальні дослідження – створення інструментальних засобів для проведення економічних досліджень.

Економіко-математична модель має пізнавальну і практичну цінність, якщо вона *відповідає* певним *вимогам*:

- спирається на основні положення економічної теорії;
- адекватно відображає реальну економічну дійсність;
- враховує найбільш важливі фактори, які визначають рівень досліджуваних показників;
- відповідає встановленим критеріям;
- дозволяє отримати такі знання, які до її реалізації були невідомими;
- може бути достатньо абстрактною, щоб припустити варіювання великим числом змінних, але не настільки, щоб виникли сумніви в її надійності і практичній корисності отриманих результатів;
- задовольняти умови, які обмежують час розв'язування задачі;
- дозволяє реалізувати її існуючими засобами.

Економіко-математичні моделі дозволяють виявити особливості функціонування економічних об'єктів або явищ і на базі цього передбачити майбутню поведінку об'єкта при зміні будь-яких параметрів.

У моделях всі зв'язки між змінними можуть бути описані кількісно, що дозволяє отримати більш якісний та надійний прогноз. Можливості прогнозування полягають в тому, що можна отримати набагато кращі результати та позбутися зайвих витрат. Неповнота економічних моделей впливає з їх абстрактності.

Звичайна економіко-математична модель складається з цільової функції:

$$f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \text{extreme} \quad (1.9)$$

від шуканих величин x_1, \dots, x_n та обмежень на область використання цих величин:

$$g_k(x_1, \dots, x_n) < b_k \quad (k = 1, \dots, m). \quad (1.10)$$

Цільова функція $f(x_1, \dots, x_n)$ виражає значення критерію оптимальності, який зумовлений значеннями шуканих величин x_1, \dots, x_n , а $g_k(x_1, \dots, x_n)$ – техніко-економічні умови досліджуваного процесу.

Наприклад, $f(x_1, \dots, x_n)$ – прибуток підприємства залежно від обсягу виробленої продукції: першого виду – x_1 , другого виду – x_2, \dots, n -го виду – x_n . Тоді обмеженнями на таку функцію будуть $g_k(x_1, \dots, x_n)$ – обсяги споживаних ресурсів k -го виду, а b_k – обсяги виділених ресурсів k -го виду ($k = 1, \dots, m$).

Оскільки підприємству необхідно розробити план виробництва продукції, який забезпечує *максимізацію прибутку* при використанні лише виділених ресурсів b_k , то економіко-математична модель такої задачі полягає у пошуку таких $x_1, \dots, x_n > 0$, за яких: $f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \text{max}$.

Якщо в задачі про пошук оптимального плану виробництва продукції підприємство використовує критерій оптимальності мінімуму витрат за умов виконання плану, то цільова функція $f(x_1, \dots, x_n)$ буде виражати витрати, а обмеження $g_i(x_1, \dots, x_n) \geq b_i$ – умови виконання плану виробництва продукції за видами ($i = 1, 2, \dots, n$).

Тоді математична модель набуде вигляду:

$$f(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \text{min}, \quad g_i(x_1, \dots, x_n) \geq b_i \quad (i = \overline{1, n}). \quad (1.11)$$

Економіко-математичні моделі поділяють на класи за рядом ознак. Залежно від об'єкта моделювання та математичного апарату виділяють такі моделі: макро- та мікроекономічні, теоретичні та прикладні, статичні та динамічні, детерміновані та стохастичні, оптимізаційні та моделі рівноваги тощо.

Макроекономічні моделі описують економіку загалом, пов'язуючи між собою узагальнені показники матеріального та фінансового плану:

ВВП, споживання, інвестиції, зайнятість, процентну ставку, кількість грошей тощо.

Мікроекономічні моделі описують взаємодію структурних і функціональних складових економіки або поведінку окремої складової, зокрема фірми, підприємства, банку і т. п. у ринковому середовищі.

Статичні моделі описують стан економічного об'єкта в певний момент чи період часу, а **динамічні моделі** вивчають взаємозв'язки економічних змінних у часі. Ті змінні, що вивчаються в динаміці, у статичних моделях мають фіксоване значення. Однак динамічна модель не зводиться до простої суми статичних моделей, а описує взаємодію сил, що рухають економіку.

У динамічних моделях вхідні фактори та результат прямо залежать від часу, а у статичних залежність від часу є або зовсім відсутньою, або дуже слабкою.

У **детермінованих моделях** передбачаються жорсткі функціональні зв'язки між змінними, а **стохастичні** припускають наявність випадкових впливів на досліджувані змінні.

Моделі рівноваги описують такий стан економіки, коли всі сили, що намагаються вивести її з рівноваги, мають нульову сумарну дію.

Оптимізаційні моделі застосовують для пошуку найкращих управлінських рішень за певним критерієм оптимізації при дотриманні низки обмежень. Серед основних критеріїв можна зазначити: максимізацію прибутку, мінімізацію грошових або часових витрат та ін.

Необхідно зауважити, що предметом економетричного дослідження є прикладні стохастичні економічні моделі, тобто загальні економічні моделі, у яких модельні коефіцієнти набувають конкретних числових значень залежно від використаної статистичної інформації, що була попередньо підготовлена.

Також економіко-математичні моделі можна класифікувати за такими ознаками: *призначенням, ступенем ймовірності, способом врахування змінювання процесу у часі, точністю математичного відображення досліджуваних процесів та явищ.*

За призначенням моделі поділяються на чотири класи: імітаційні, балансові, оптимізаційні, сітьові.

За ступенем ймовірності моделі поділяють на два класи: ймовірнісні (стохастичні), параметри та зовнішні зміни яких носять випадковий характер; детерміновані, в яких випадковий характер зміни параметрів не береться до уваги.

Серед економіко-математичних моделей виділяють також такі типи:

1) ймовірнісно-статистичні моделі. Моделі вартості та розширеного відтворення є ймовірнісно-статистичними, тому дослідження їх здійснюється за допомогою методів економічної та математичної статистики з використанням апарату теорії ймовірностей. Насамперед тут

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Економетрія. Частина 1 : [навчальний посібник] / А. О. Азарова, Н. В. Сачанюк-Кавецька, О. М. Роїк, Ю. В. Міронова. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 108 с.
2. Економетрія. Частина 2 : [навчальний посібник] / А. О. Азарова, Н. В. Сачанюк-Кавецька, О. М. Роїк, Ю. В. Міронова. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 118 с.
3. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики : в 2-х т. : учебник для вузов / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – Т. 1 : Теория вероятностей и прикладная статистика. – 2001. – 656 с.
4. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики : в 2-х т. : учебник для вузов / Айвазян С. А. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2006. – Т. 2 : Основы эконометрики. – 2006. – 432 с.
5. Бабешко Л. О. Основы эконометрического моделирования : учеб. пособие / Бабешко Л. О. – [2-е изд., исправленное]. – М. : КомКнига, 2006. – 432 с.
6. Берндт Э. Практика эконометрики : классика и современность / Берндт Э. – М. : Юнити-Дана, 2005. – 848 с.
7. Валландер С. С. Заметки по эконометрике. Часть 1 : учебное пособие / Валландер С. С. – СПб. : Изд. Европ. ун-та в С.-Петербурге, 2002. – 46 с.
8. Гладилин А. В. Эконометрика : учебное пособие / А. В. Гладилин, А. Н. Герасимов, Е. И. Громов. – М. : КНОРУС, 2008. – 232 с.
9. Грубер И. Эконометрия : в 2-х т. : учебное пособие для студентов экономических специальностей / Грубер И. – К., 1996. – Т. 1 : Введение в эконометрию. 1996. – 397 с.
10. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах / П. Е. Данко, А. Г. Попов – М. : Высшая школа, 1974. – 280 с.
11. Дорохина Е. Ю. Сборник задач по эконометрике : учебное пособие для студентов экономических вузов / Дорохина Е. Ю., Преснякова Л. Ф., Тихомиров Н. П. – М. : Издательство “Экзамен”, 2003. – 224 с.
12. Доугерти К. Введение в эконометрику / Доугерти К. : пер. с англ. – М. : ИНФРА-М, 2009. – 402 с.
13. Елисеева И. И. Практикум по эконометрике : учеб. пособие / Елисеева И. И. – М. : Финансы и статистика, 2009. – 344 с.
14. Елисеева И. И. Эконометрика : учебник / Елисеева И. И., Курьшева С. В., Костеева Т. В. и др. ; под ред. И. И. Елисеевой. – [2-е изд.]. – М. : Финансы и статистика, 2006. – 576 с.

15. Елисеева И. И. Эконометрика : учебник / Елисеева И. И., Курышева С. В., Костеева Т. В. и др. ; под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Финансы и статистика, 2009. – 576 с.
16. Замков О. О. Математические методы в экономике / Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. – М. : ДИС, 1998. – 385 с.
17. Здрок В. В. Економетрія : підручник / В. В. Здрок, Т. Я. Лагоцький. – К. : Знання, 2010 – 541 с.
18. Катышев П. К. Сборник задач к начальному курсу эконометрики / Катышев П. К., Магнус Я. Р., Пересецкий А. А. – М. : Дело, 2002. – 208 с.
19. Кремер Н. Ш. Эконометрика / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко. – М. : Юнити, 2004. – 311 с.
20. Кремер Н. Ш. Эконометрика / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко. – М. : Юнити-Дана, 2003-2004. – 311 с.
21. Кремер Н. Ш. Эконометрика : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко; под ред. проф. Н. Ш. Кремера. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 311 с.
22. Кулинич Е. И. Эконометрия / Кулинич Е. И. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 304 с.
23. Леонтьев В. В. Экономические эссе. Теория, исследования, факты и политика / Леонтьев В. В. ; пер. с англ. – М. : Политиздат, 2008. – 324 с.
24. Лотов А. В. Введение в экономико-математическое моделирование / Лотов А. В. – М. : Наука, 1984. – 392 с.
25. Луговская Л. В. Эконометрика в вопросах и ответах : учебное пособие / Луговская Л. В. – М. : ТК Велби, Изд-во Проспект, 2006. – 208 с.
26. Лук'яненко І. Економетрика : підручник / І. Лук'яненко, Л. Краснікова. – К. : Товариство “Знання”, КОО, 1998. – 494 с.
27. Магнус Я. Р. Эконометрика. Начальный курс / Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. – М. : Дело, 2007. – 504 с.
28. Магнус Я. Р. Эконометрика. Начальный курс : учебник / Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. – М. : Дело, 2007. – 400 с.
29. Магнус Я. Р. Эконометрика. Начальный курс / Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А. А. – [5-е изд., исправленное]. – М. : Дело, 2006. – 400 с.
30. Мардас А. Н. Эконометрика / Мардас А. Н. – СПб. : Питер, 2005. – 144 с.
31. Наконечний С. І. Економетрія / Наконечний С. І., Терещенко Т. О., Романюк Т. П. – К. : КНЕУ, 2006. – 528 с.
32. Орлов А. И. Эконометрика : учеб. пособие для вузов / Орлов А. И. – М. : Издательство “Экзамен”, 2002. – 576 с.

33. Приходько А. И. Практикум по эконометрике : регрессионный анализ средствами Excel / Приходько А. И. – Ростов н/Д. : Феникс, 2007. – 256 с.
34. Суслов В. И. Эконометрия / [Суслов В. И., Ибрагимов Н. М., Талышева Л. П., Цыплаков А. А.]. – Новосибирск : СО РАН, 2005. – 744 с.
35. Сытник В. Ф. Математические модели в планировании и управлении предприятиями / В. Ф. Сытник, Е. А. Карагодова. – Киев : Выща школа, 1985. – 214 с.
36. Терехов Л. Л. Экономико-математические методы / Терехов Л. Л. – М. : Статистика, 1972. – 250 с.
37. Тихомиров Н. П. Эконометрика : учебник / Тихомиров Н. П., Дорохина Е. Ю. – М. : Издательство “Экзамен”, 2005. – 512 с.
38. Толбатов Ю. А. Эконометрика : підручник / Толбатов Ю. А. – Л. : Четверта хвиля, 1997. – 362 с.
39. Тутубалин В. Н. Границы применимости (вероятностно-статистические методы и их возможности) / Тутубалин В. Н. – М. : Знание, 2002. – 64 с.
40. Шалабанов А. К. Практикум по эконометрике с применением MS Excel / А. К. Шалабанов, Д. А. Роганов. – Казань : Издательский центр Академии управления “ТИСБИ”, 2008 – 53 с.
41. Шалабанов А. К. Эконометрика : учебно-методическое пособие / А. К. Шалабанов, Д. А. Роганов. – Казань : Издательский центр Академии управления “ТИСБИ”, 2008. – 198 с.
42. Яновский Л. П. Введение в эконометрику : учебное пособие / Л. П. Яновский, А. Г. Буховец. – М. : КНОРУС, 2009. – 256 с.

Навчальне видання

Азарова Анжеліка Олексіївна
Сачанюк-Кавецька Наталія Василівна
Роїк Олександр Митрофанович
Міронова Юлія Володимирівна

ЕКОНОМЕТРІЯ

Навчальний посібник

Редактор Т. Старічек
Оригінал-макет підготовлено А. Азаровою

Підписано до друку 18.04.2014 р.
Формат 29,7 × 42¹/₄. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 19,6.
Наклад 300 (1-й запуск – 100) прим. Зам. № 2014-038.

Вінницький національний технічний університет,
навчально-методичний відділ ВНТУ,
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-85-32.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК №3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-87-38.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
Серія ДК №3516 від 01.07.2009 р.