

**Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет**

Г. Г. Бортник, В. М. Кичак

**ЦИФРОВА ОБРОБКА СИГНАЛІВ
В ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ
СИСТЕМАХ**

Підручник

**Вінниця
ВНТУ
2014**

УДК 621.391
ББК 32.811.2
Б21

Автори:

Г. Г. Бортник, В. М. Кичак

Рекомендовано до друку Міністерством освіти і науки України як підручник для студентів вищих навчальних закладів. Лист № 1/11-1129 від 05.02.13 р.

Рецензенти:

Л. Н. Беркман, доктор технічних наук, професор

В. В. Поповський, доктор технічних наук, професор

О. М. Шинкарук, доктор технічних наук, професор

Бортник, Г. Г.

Б21 Цифрова обробка сигналів в телекомунікаційних системах : підручник / Г. Г. Бортник, В. М. Кичак. – Вінниця : ВНТУ, 2014. – 232 с.

ISBN 978-966-641-544-1

Наведено питання теорії дискретних сигналів і лінійних систем, які є основою цифрової обробки сигналів. Описуються особливості обробки сигналів, пов'язані з обмеженою розрядністю цифрових засобів: кодування інформації, квантування та перетворення сигналів.

Розглянуто методи синтезу аналізаторів спектра, цифрових фільтрів і трансмультиплексорів для телекомунікаційних систем з імпульсно-кодовою модуляцією та дельта-модуляцією.

Призначений для студентів спеціальностей “Телекомунікаційні системи та мережі”, „Технології та засоби телекомунікацій”.

УДК 621.391
ББК 32.811.2

ISBN 978-966-641-544-1

© Г. Бортник, В. Кичак, 2014

	6
	7
1	9
1.1	9
1.2	15
1.3	17
1.4	21
1.5	30
1.6	31
1.7	35
1.8	38
1.9	40
2	41
2.1	-	41
2.2	45
2.3	-	52
2.4	60
2.5	63
2.6	-	66
2.7	-	72
3	78
3.1	78
3.2	-	83
3.3	-	85
3.4	87
3.5	90

3.6	-	91
3.7		95
3.8		97
4		100
4.1	,	100
4.2		101
4.3		102
4.4	”	106
4.5	”	107
5	,	110
5.1		110
5.2		114
5.3		124
5.4		126
5.5		129
5.6	()	131
5.7		133
5.8		136
5.9		137
5.10		138
6		142
6.1		142
6.2		144

6.3	147
6.4	151
6.5	161
7		
	MATLAB	168
7.1	MATLAB	168
7.2	MATLAB	169
7.3	MATLAB	185
8		
	203
8.1	203
8.2	208
8.3	-	219
8.4	222
	230

-1
-2

-
-
-
-

-

-

-

,

,

-

,

-

-

-

-

-

,

MATLAB,
MATLAB,

, .
,
-
.
-
.
, ,
-
, ,
,
« » « »
» « ».
« », « - »,
« », «
», «
».

1

1.1

$x_a(t) = U_m \sin 2\pi f t$ (1.1)

 $x(nT) = U_m \sin 2\pi f nT$ (1)

 $T = \text{const}$, $n = 0, 1, 2, \dots$

$f = 2$, $T = 1/16$ c.

 $x(nT) = U_m \sin 2\pi f nT$, $U_m = 1$

$x(nT)$

 h_1, h_2, \dots, h_N

 $x(nT) = F(x(nT))$

 $h = h_l - h_{l-1} = \text{const}$

$$x(nT) = F(x(nT)) = \begin{cases} h_1, & x(nT) \leq (h_2 + h_1)/2 \\ h_l, & (h_l + h_{l-1})/2 < x(nT) \leq (h_{l+1} + h_l)/2 \\ h_N, & (h_N + h_{N-1})/2 < x(nT) \end{cases} \quad (1.1)$$

$x(2T) = 0010$

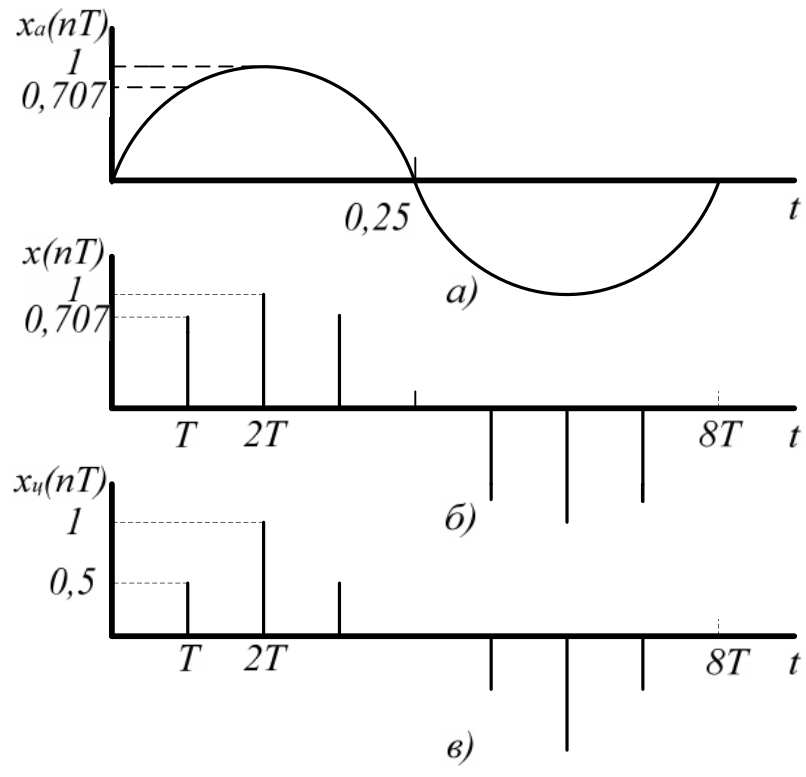
 m

 $x(0) = 0000$

$$m = \text{int}(\log_2 N) \quad (1.2)$$

$\text{int}(A)$ —

, $N=16$ $m=4$.

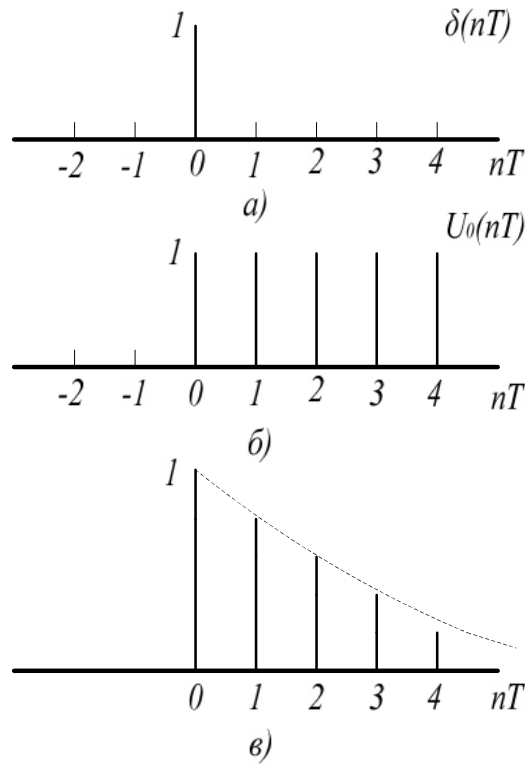


1.1 – :
) ;) ;)
 , , , ,
 , , , ,
 (), , ,
 [1].

,
 $x(nT)$ $nT:$ $y(nT)=x(nT-kT)$
 $x(nT)$ k ()
 $k > 0$) ($k < 0$).
 - ()

$$(nT-kT) = \begin{cases} 0, n \neq k \\ 1, n = k \end{cases} \quad (1.3)$$

- (. 1.2,).



1.2 – ;) ;)

, - $x(nT)$ -

$$x(nT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT) \delta(kT - nT). \quad (1.4)$$

$$u_0(nT - kT) = \begin{cases} 0, & n < k \\ 1, & n \geq k \end{cases}. \quad (1.5)$$

. 1.2, $u_0(nT) = u(nT) - u_0(nT - T).$ (nT)

$$u(nT) = u_0(nT) - u_0(nT - T). \quad (1.6)$$

$$u_0(nT) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(nT - kT). \quad (1.7)$$

$$x(nT) = e^{jnT} = e^{j2\pi n/N} \quad 0 \leq n < N$$

1.2, $x(nT) = c^n u_0(nT), \quad c < 1.$

$$x(nT) = x(nT + mnT), \quad m, n, N - 1; \quad m = 1, 2, \dots; \quad NT -$$

1.1, 1.3, 1.5, $x(nT) =$

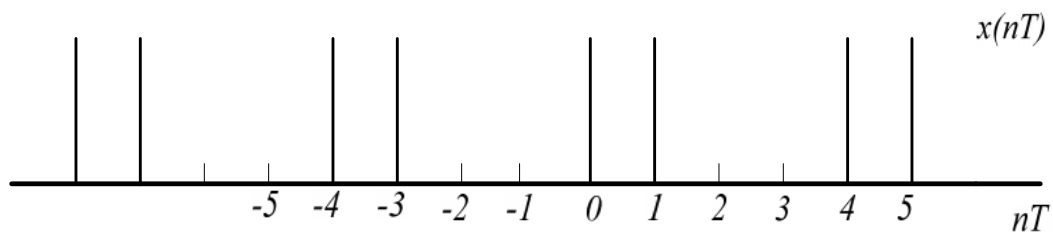
$$\{1, 1, 0, 0\} \quad N=4. \quad x(nT) =$$

$x(nT - kT)$ $k=-2: x(nT+2T) = \{0, 0, 1, 1\}.$

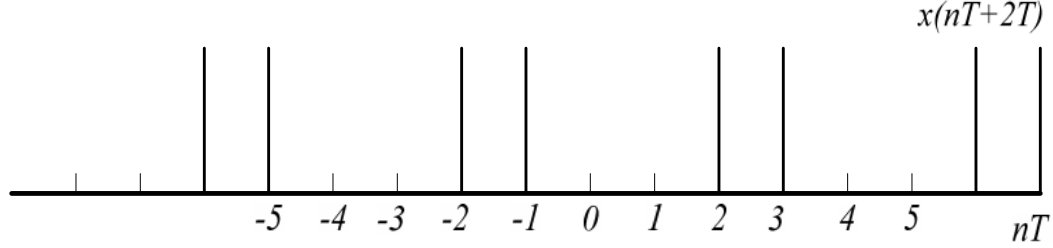
$(k \bmod N = k < N)$

$$x(nT) \quad N \quad k > N$$

$(k \bmod N = k < N)$



a)



b)

1.3 -

$$x_a(t) \quad X_a(j\omega)$$

[3]

$$X_a(j\omega) = \int_0^{\infty} x_a(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (1.8)$$

[3]

$$x_a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_a(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (1.9)$$

$$X(e^{j\omega T}) = \Phi\{x(nT)\} = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-j\omega nT}, \quad (1.10)$$

$$x(nT) = \Phi^{-1}\{X(e^{j\omega T})\} = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} X(e^{j\omega T}) d\omega, \quad (1.11)$$

$X(e^{j\omega T})$ –

1. (1.10) , $X(e^{j\omega T})$

: $= 2\pi$; $X(e^{j(\omega + k2\pi/T)T}) = X(e^{j\omega T})$, $k = 1, 2, \dots$

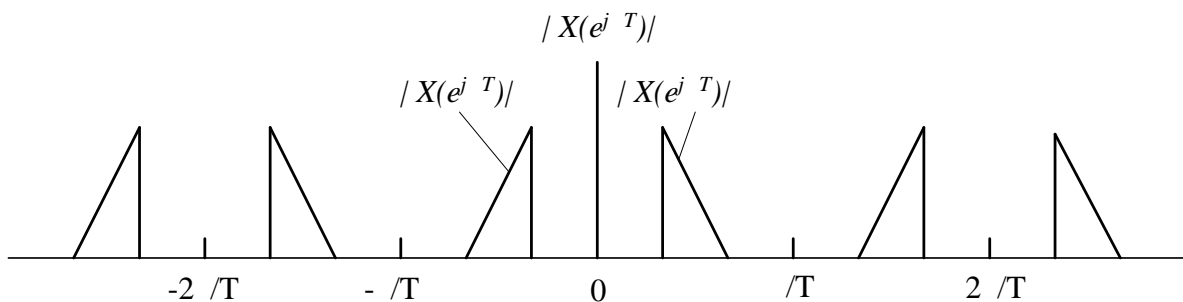
$|X(e^{j\omega T})|$ – $x(nT)$ $\arg X(e^{j\omega T})$,

$$|X(e^{j\omega T})| = |X(e^{-j\omega T})|;$$

$$\arg X(e^{j\omega T}) = -\arg X(e^{-j\omega T}).$$

, – . 1.4

$X^+(e^{j\omega T}) = 0$ $X(e^{j\omega T})$,
 $= 0$ $= \pi/2 = \pi$,
 $- \pi$ 0 .



1.4 –

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) e^{-jn\omega T} \quad (1.11)$$

$$y(nT) = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} Y(e^{j\omega T}) e^{j\omega nT} d\omega = \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} X(e^{j(\omega-\omega_1)T}) e^{j\omega nT} d\omega = e^{j\omega_1 nT} \frac{T}{2\pi} \int_{-\pi/T}^{\pi/T} X(e^{j\omega\tau}) e^{j\omega nT} d\omega.$$

$$y(nT) = e^{jnT} x(nT), \quad Y(e^{j\omega T}) = X(e^{j(\omega-\omega_1)T}). \quad (1.12)$$

$$x(nT) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} x(nT - lT) e^{-jn\omega T} \quad (1.10)$$

$$Y(e^{j\omega T}) = e^{-jn\omega T} X(e^{j\omega T}). \quad (1.13)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} |x(nT)|^2 = \frac{T}{n} \int_0^{n/T} |X(e^{j\omega T})|^2 d\omega. \quad (1.14)$$

$$x(nT) = e^{-\alpha nT}, \quad \alpha < 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.11)$$

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{(\alpha - j\omega)nT} = \frac{1}{1 - e^{(\alpha - j\omega)T}}.$$

$$|X(e^{j\omega T})| = \frac{1}{\sqrt{(1 - e^{\alpha T} \cos \omega T)^2 + (e^{\alpha T} \sin \omega T)^2}}.$$

$$y(nT) = (-1)^n x(nT) = (-1)^n e^{j\omega nT} = \{1, -e^{j\omega T}, e^{j2\omega T}, -e^{j3\omega T}, \dots\}$$

(1.13)

$$Y(e^{j\omega T}) = \frac{1}{1 - e^{j(\omega - \pi/T)T}}$$

1.2

$$x(nT) = x_a(t)|_{t=nT}, \quad x_a(t) = x(nT), \quad t = nT, n = 0, 1, 2, \dots$$

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) e^{j\omega nT} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_a(j\omega) e^{j\omega nT} \quad (1.14)$$

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \frac{\sin \omega_0(t - nT)}{\omega_0(t - nT)} \quad (1.15)$$

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) e^{j\omega nT} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_a(j(\omega + k\omega_0)) \quad (1.16)$$

$$|X(e^{j\omega T})| < 2 \quad (1.15), \quad (1.15), \quad x(nT) \quad 2 \quad 0$$

$x(nT),$

$x_a(t)$

$X_a(j\omega)$

$X_a(j\omega)$

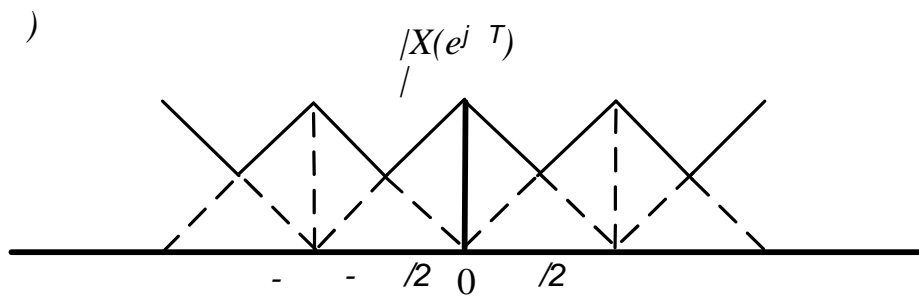
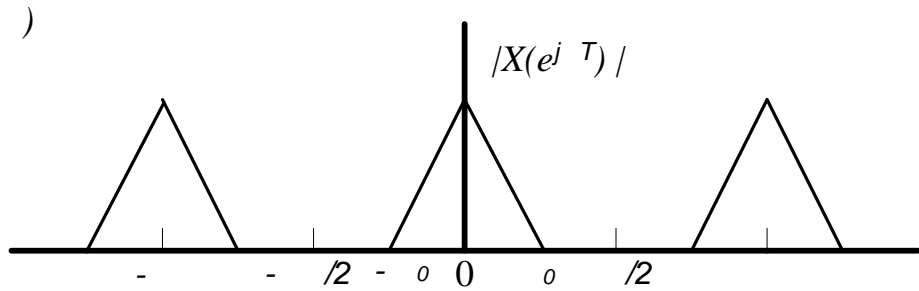
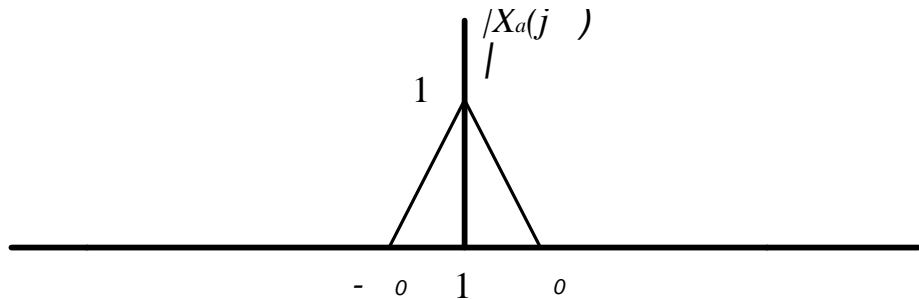
$x_a(t)$

\min

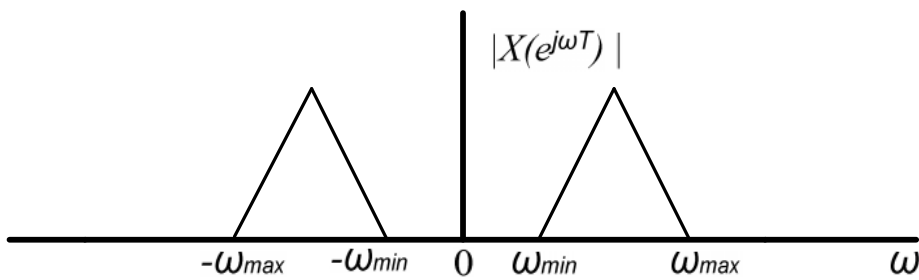
\max

(1.17)

(1.6) [5].



1.5 -



1.6 -

(1.17)

$$= 2 / \quad [1] \quad 2 \max/q \quad 2 \min(q-1), \quad (1.18)$$

$$q=1, 2, \dots, E [\max / (\max - \min)].$$

$$[A] \quad \ll \quad \gg.$$

(1.18)

$$X_a(j \omega), \quad - /2 \dots /2, \quad X(e^{j \omega T})$$

1.3

$$NT, \quad x(nT) = x(nT + mNT), \quad m = \dots$$

(3):

$$X(k) = X(k\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) e^{-jkn\Omega T}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \quad (1.19)$$

$$x(n) = x(nT) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k\Omega) e^{jkn\Omega T}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1.20)$$

$$= 2 / (NT) - \quad (\quad).$$

(1.19) \quad , \quad (1.20) -

$$e^{-j \omega T} = e^{-j2 \pi / N} = W_N \quad (1.21)$$

[2]

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \quad (1.22)$$

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-kn}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (1.23)$$

$$W_N^{kn} = W_N^{(k+mN)n}.$$

$$x(nT) = \begin{cases} c^n, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & n < 0, n \geq N \end{cases}$$

1.3.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} c^n W_N^{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} (ce^{-j\frac{2\pi}{N}k})^n = \frac{1-c^N}{1-ce^{-j(2\pi/N)k}}.$$

(1.22)

$$W_N^{kN} = e^{-j(2\pi/N)Nk} = e^{-2j\pi k} = 1.$$

(1.9)

$$x(nT) = 0 \quad n < 0, n > N-1,$$

$$N = 2/NT.$$

$$x_3(nT) = a_1 x_1(nT) + a_2 x_2(nT).$$

$$X_3(k) = a_1 X_1(k) + a_2 X_2(k),$$

$$N_3 = \max(N_1, N_2),$$

$$N = N_3.$$

$$X_1(k) = \sum_{n=0}^{N_1-1} x_1(n) W_{N_1}^{kn},$$

$$X_2(k) = \sum_{n=0}^{N_2-1} x_2(n) W_{N_2}^{kn},$$

$$X_3(k) = \sum_{n=0}^{N_3-1} x_3(n) W_{N_3}^{kn},$$

$$y(nT) = x((n+m)T).$$

$$Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) W_N^{kn} = \sum_{n=0}^{N-1} x((n+m)T) W_N^{kn}.$$

$n+m=n,$

$$Y(k) = W_N^{-km} X(k).$$

$$3. \quad \dots \quad X(k+l) \\ W_N^{nl} x(nT).$$

$$\dots \quad \left(\dots \right) \quad \text{Re}X(k)=\text{Re}X(N-k), \\ \text{Im}X(k)=-\text{Im}X(N-k). \\ x(nT)=x((N-n)T)$$

$$4. \quad \dots \quad x_1(nT) \quad x_2(nT) - \\ N, \\ y(nT) = \sum_{m=0}^{N-1} x_1(mT)x_2(nT - mT) = \sum_{m=0}^{N-1} x_1(nT - mT)x_2(mT) \quad (1.24)$$

$$\dots \quad N \quad (1.24) \\ x_1(nT) \quad x_2(nT), \\ X_1(k) \quad X_2(k): \\ Y(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{m=0}^{N-1} x_1(m)x_2(n-m) \right) W_N^{nk} = \\ = \sum_{m=0}^{N-1} x_1(m) \underbrace{\left(\sum_{n=0}^{N-1} x_2(n-m) \right) W_N^{(n-m)k}}_{X_2(k)} = X_2(k) \underbrace{\sum_{m=0}^{N-1} x_1(m) W_N^{mk}}_{X_1(k)} = \\ = X_1(k) X_2(k). \quad (1.25)$$

$$\dots \quad x_3(nT) \\ x_1(nT) \quad x_2(nT), \quad N \\ x_3(nT) = x_1(nT) x_2(nT)$$

$$X_3(k) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} X_1(l) X_2(k-l),$$

$$X_1(k) \quad X_2(k) - \quad x_1(nT) \quad x_2(nT).$$

$$1.4. \quad x_1(nT) \quad x_2(nT) - \\ N=3; \quad x_1(n)=\{0,1,2\}, \quad x_2(n)=\{1,-1,0\}.$$

$$y(nT) = \sum_{m=0}^2 x_1(m)x_2(nT - mT) \quad N=3,$$

$$n = 0, 1, 2:$$

$$Y(0)=x_1(0)x_2(0)=0;$$

$$Y(T)=x_1(0)x_2(T)+x_1(T)x_2(0)=0+1=1;$$

$$Y(2T)=x_1(0)x_2(2T)+x_1(T)x_2(T)+x_1(2T)x_2(0)=1.$$

$$y(nT) = \{0, 1, -1\}.$$

$$X_1(k) = \sum_{n=0}^2 x_1(n) e^{-j \frac{2\pi}{3} kn},$$

$$X_2(k) = \sum_{n=0}^2 x_2(n) e^{-j \frac{2\pi}{3} kn},$$

$$Y(k) = X_1(k) X_2(k).$$

$$k = 0, 1, 2.$$

$$(1.24)$$

[6]:

$$\begin{matrix} x_1(nT) & x_2(nT); & Y(k) & y(nT); \\ & & Y(k). & \end{matrix} \quad \begin{matrix} X_1(k) & X_2(k) \\ & \\ & \end{matrix} \quad (1.23)$$

1.5.

$$1. \quad x_1(nT) \quad x_2(nT): x_1(0) = 1, x_1(T) = 2, x_1(2T) = 0, x_1(3T) = 0, x_2(0) = -2, x_2(T) = 1, x_2(2T) = 2, x_2(3T) = 0.$$

$$2. \quad X_1(k) \quad X_2(k): \\ X_1(0)=3, X_1(1)=1-2j, X_1(2)=-1, X_1(3)=1+2j, \\ X_2(0)=1, X_2(1)=-4-j, X_2(2)=1, X_2(3)=-4+j.$$

$$3. \quad Y(k)=X_1(k)X_2(k): \\ Y(0)=3, Y(1)=-6+7j, Y(2)=1, Y(3)=6-7j.$$

$$4. \quad y(nT): \\ y(0)=-2, y(T)=-3, y(2T)=4, y(4T)=4.$$

$$50...100. \quad N_1 \quad N_2 \quad (1.24)$$

1. . . . : /
. . . . - : - , 2006. - 167 .
2. . . . : / . . . ,
. . . . - .: , 1996. - 392 .
3. . . . /
. . . . - .: , 1978. - 848 .
4. . . . /
1983. - 360 .
” ” . - .: ,
5. . . . / . .
- .: , 2000. - 462 .
6. . . . / . . . - : - , 1998. -
132 .
7. . . . / . . . , -
. . . . , 1982. - 224 .
8. . . . :
/ . . . ” - .
: , 1990. - 256 .
9. . . . / . . . ; . . . ; .
. . . . - .: , 2000. - 800 .
10. . . . - /
. . . . ” . . . ” . . . - .: . . . , 1980. -
280 .
11. . . . / . . . ; . . . ; - .: .
” ”, 2003. - 1104 .
12. . . . :
/ . . . , - .: , 2002. -
792 .
13. . . . :
. . . . / . . . , - .: , 1985. -
248 .
14. . . . / . . . ; . . . ; - .: .
, 1980. - 248 .
15. . . . /
. . . . ; . . . ; - .: , 1989.
- 448 .

16. . . . : /
 . . . , 2010. – 308 . -
17. . . . : /
 . . . ; . . . ; – . . . :
 „ . . . ”, 2004. – 992 .
18. . . . L . . . ,
 / . . . , – . . . : . . . , 2002. – 448 .
19. . . . L . . . /
 . – . . . : . . . , 2002. – 608 .
20. . . . / . . .
 – . . . : . . . , 2002. – 608 .
21. . . . / . . .
 – : . . . - . . . , 2006. – 139
22. . . . : [. . . .] /
 , , ;
 – . . . : , 1984. – 359 .
23. . . . /
 , – 1988. – 272 ; – . . . : . . .

Навчальне видання

Бортник Геннадій Григорович

Кичак Василь Мартинович

ЦИФРОВА ОБРОБКА СИГНАЛІВ В ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ СИСТЕМАХ

Підручник

Редактор Т. Старічек

Оригінал-макет підготовлено Г. Бортником

Підписано до друку 30.01.2014 р.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 15,1.
Наклад 300 (1-й запуск 1-100) прим. Зам. № 2014-021.

Вінницький національний технічний університет,
навчально-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-85-32.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-87-38.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.