

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Ю. О. Карпов, С. Ш. Кацев, В. В. Кухарчук

**ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ
ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ
КОМП'ЮТЕРНІ РОЗРАХУНКИ ТА
МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ
ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ**

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2013

УДК 621.3(075)

ББК 31.211я73

Т33

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів електротехнічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Лист № 1/11-4546 від 03.06.2011 р.

Рецензенти:

В. І. Сенько, доктор технічних наук, професор

П. Г. Стахів, доктор технічних наук, професор

Л. В. Сібрук, доктор технічних наук, професор

Карпов, Ю. О.

Т33 Теоретичні основи електротехніки. Комп'ютерні розрахунки та моделювання лінійних електричних кіл : навчальний посібник / Ю. О. Карпов, С. Ш. Кацев, В. В. Кухарчук. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 204 с.

ISBN 978-966-641-511-3

В посібнику викладені комп'ютерні методи розрахунку та моделювання лінійних електричних кіл за допомогою найбільш поширених та відносно простих програмних продуктів: MathCAD, Excel та Electronics Workbench. Наведені приклади розрахунку складних кіл, які є занадто трудомісткими при ручних розрахунках. Посібник розрахований на студентів, аспірантів та викладачів електротехнічних та інших споріднених спеціальностей.

УДК 621.3
ББК 31.211я73

ISBN 978-966-641-511-3

© Ю. Карпов, С. Кацев, В. Кухарчук, 2013

ЗМІСТ

| | |
|--|-----|
| Вступ | 5 |
| 1 Комп'ютерні розрахунки лінійних електричних кіл за допомогою пакета MathCAD..... | 7 |
| 1.1 Інструкція з використання MathCAD..... | 7 |
| 1.2 Аналіз лінійних кіл постійного струму..... | 13 |
| 1.3 Аналіз однофазних лінійних кіл синусоїдного струму..... | 17 |
| 1.4 Аналіз однофазних лінійних кіл несинусоїдного струму..... | 21 |
| 1.5 Аналіз резонансних явищ в лінійних електричних колах..... | 35 |
| 1.6 Аналіз індуктивно зв'язаних кіл..... | 39 |
| 1.7 Аналіз лінійних трифазних кіл синусоїдного струму..... | 41 |
| 1.8 Аналіз лінійних трифазних кіл несинусоїдного струму..... | 48 |
| 1.9 Аналіз порушень симетрії трифазних кіл за допомогою методу симетричних складових..... | 53 |
| 1.10 Аналіз чотиріполюсників та фільтрів..... | 63 |
| 1.11 Аналіз перехідних процесів в лінійних електричних колах..... | 68 |
| 1.12 Аналіз перехідних процесів при довільних вхідних сигналах..... | 91 |
| 2 Комп'ютерні розрахунки лінійних електричних кіл за допомогою пакета Excel..... | 101 |
| 2.1 Інструкція з використання Excel | 101 |
| 2.2 Аналіз лінійних електричних кіл в середовищі Excel..... | 107 |
| 3 Комп'ютерне моделювання лінійних електричних кіл за допомогою пакета Electronics Workbench | 124 |
| 3.1 Інструкція з використання Electronics Workbench | 124 |
| 3.1.1 Загальні положення..... | 124 |
| 3.1.2 Компоненти Electronics Workbench..... | 125 |
| 3.1.3 Прилади для проведення вимірювань..... | 134 |
| 3.1.4 Моделювання схем..... | 145 |
| 3.2 Аналіз лінійних кіл постійного струму | 149 |
| 3.3 Аналіз однофазних лінійних кіл синусоїдного струму..... | 150 |
| 3.4 Аналіз однофазних лінійних кіл несинусоїдного струму..... | 160 |
| 3.5 Аналіз лінійних трифазних кіл синусоїдного струму..... | 168 |
| 3.6 Аналіз лінійних трифазних кіл несинусоїдного струму..... | 177 |

| | |
|---|-----|
| 3.7 Аналіз перехідних процесів в лінійних електричних колах..... | 181 |
| 3.8 Аналіз перехідних процесів при довільних вхідних сигналах..... | 191 |
| Література..... | 197 |
| Глосарій..... | 198 |
| Предметний покажчик | 202 |

ВСТУП

В класичних підручниках та посібниках з теоретичної електротехніки методи розрахунку задач здебільшого були орієнтовані на розв'язання за допомогою звичайних калькуляторів. В цьому навчальному посібнику ми розглянемо, як можна розв'язувати чи моделювати різні *електротехнічні задачі (electrotechnical tasks)* за допомогою *сучасних комп'ютерних технологій (modern computer technologies)*.

Цей посібник може бути корисним студентам, що вивчають такі дисципліни, як “Теоретичні основи електротехніки”, “Електротехніка та електроніка”, “Теорія електричних та магнітних кіл”, “Основи теорії кіл, сигналів та процесів в електроніці”, “Теорія електричних та електронних кіл”, “Основи теорії електрорадіокілів”, “Теорія електричних кіл та сигналів”.

В кожному з розділів посібника буде розглядатися окремий *програмний пакет (software package)* та ті задачі, розв'язання яких доцільно виконувати саме в його середовищі. На початку кожного розділу буде наведена коротка інструкція до програмного пакета.

Найбільш поширеними та відносно простими програмними продуктами, які дозволяють розв'язувати або моделювати задачі з теоретичної електротехніки є MathCAD, Excel та Electronics Workbench.

Головними перевагами MathCAD є можливість вести розрахунки кіл високої складності *методом комплексних амплітуд (method of complex amplitudes)*, будувати графіки будь-яких параметрів, а також розв'язувати задачі, в яких доводиться розв'язувати *системи лінійних та нелінійних рівнянь (systems of the linear and nonlinear equations)*, визначати в символічному вигляді похідні, інтеграли тощо. Недоліком цього пакета є необхідність при запису формул суворо дотримуватись алгоритму розрахунку.

Програма Excel дає можливість формувати розрахунки в зручній табличній формі, а також розв'язувати складні задачі, коли треба знайти *умови мінімуму (conditions of a minimum)*, *максимуму (maximum)*, деякого *оптимального значення (optimum meaning)* для функції, яка не подана в аналітичній формі. Недолік – занадто громіздкі формули при розрахунках з комплексними числами.

Electronics Workbench має зручний графічний інтерфейс, при моделюванні складних кіл змінного струму досить точно визначають модулі струмів та напруг і подають їх в зручному вигляді, але методика визначення

аргументів цих параметрів вельми трудомістка.

Наведені в посібнику оператори, функції та програмні процедури, які застосовувалися для розв'язання задач, є універсальними для більшості версій використаних програмних продуктів.

Приклади задач в середовищі MathCAD є працюючими в таких версіях, як:

- MathCAD2000, MathCAD2001 (операційні системи Windows 98, Windows 2000, Windows XP);

- MathCAD12 – MathCAD15 (операційна система Windows XP).

Приклади задач в середовищі Excel діють у:

- MS Excel 97 (операційна система Windows 98);

- MS Excel 2003, MS Excel 2007 (операційна система Windows XP);

- MS Excel 2010 (операційні системи Windows XP, Windows Vista, Windows 7).

Приклади задач в середовищі Electronics Workbench з незначними варіаціями придатні для версій:

- Electronics Workbench 4 (операційна система Windows 98);

- Electronics Workbench 5.12 (операційні системи Windows 98, Windows 2000, Windows XP);

- Electronics Workbench 8, Electronics Workbench 10 (операційна система Windows XP).

1 КОМП'ЮТЕРНІ РОЗРАХУНКИ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАКЕТУ MATHCAD

MathCAD є математичним редактором, що дозволяє проводити різноманітні наукові й інженерні розрахунки. Завдяки простоті застосування, наочності математичних дій, великій бібліотеці *вбудованих функцій (the built - in functions)* і числових методів, можливості символічних обчислень, а також зручному апарату подання результатів в числовій та графічній формах, MathCAD став найбільш популярним та поширеним математичним пакетом.

До складу MathCAD входять декілька інтегрованих між собою компонентів – потужний текстовий редактор для введення і редагування тексту і формул, обчислювальний процесор для проведення розрахунків відповідно до уведених формул і символічний процесор, що є, по суті, системою штучного інтелекту. Поєднання цих компонентів створює зручне обчислювальне середовище для різноманітних математичних розрахунків, зокрема розв'язання електротехнічних задач з високою точністю.

При розв'язуванні задач ми будемо вважати, що користувач володіє знаннями з теоретичної електротехніки і потребує лише основних методів роботи в середовищі MathCAD.

1.1 ІНСТРУКЦІЯ З ВИКОРИСТАННЯ MATHCAD

В цьому підрозділі будуть коротко наведені основні методи роботи в середовищі MathCAD. Детальний розгляд вбудованих функцій, числових методів, побудови графіків та інших можливостей пакета, буде наведено при розгляді конкретних задач.

Після того як MathCAD запущений на виконання, з'являється основне вікно, яке показане на рис. 1.1. Це вікно має загальноприйняту у Windows форму і всі стандартні опції.

Окрім стандартних, на панелі інструментів головного вікна присутні (у версіях MathCAD2000, MathCAD2001) або можуть бути викликані (у версіях MathCAD12 – MathCAD15) 9 додаткових опцій, які зображені на рис. 1.2.

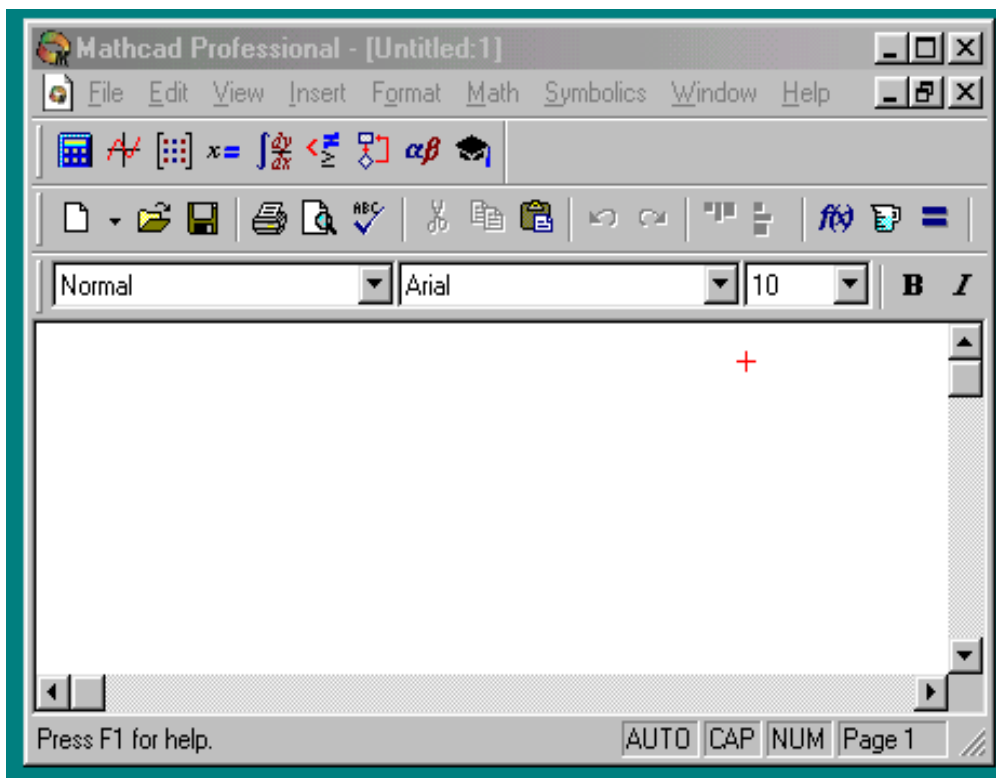


Рисунок 1.1

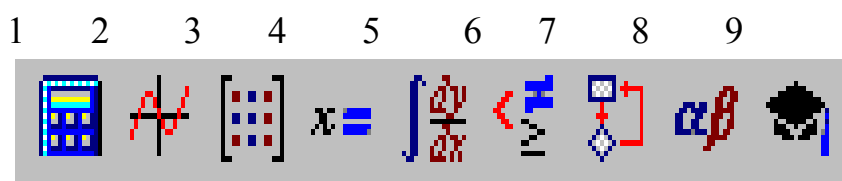


Рисунок 1.2

Розглянемо їх детальніше.

При натисканні на першу опцію з'являється діалогове вікно "Calculator", яке зображене на рис. 1.3.

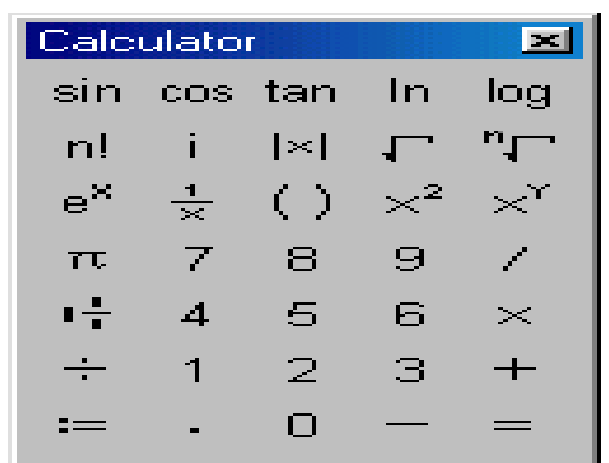


Рисунок 1.3

Це вікно дозволяє вибрати одну зі стандартних функцій, як-то: синус, косинус, тангенс, натуральний та десятковий логарифми, факторіал, уявну одиницю (для задання комплексного числа), радикали, експоненту, обернену величину, дужки, квадрат та довільний степінь числа, число π , арифметичні операції, операцію присвоєння тощо.

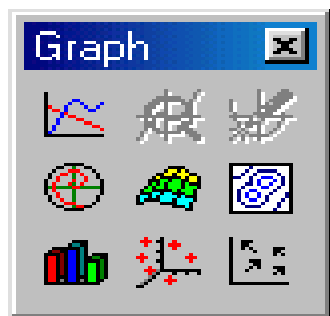


Рисунок 1.4

Друга опція викликає діалогове вікно “Graph” (рис. 1.4), яке дає можливість побудови різноманітних графіків, а саме:

- двовимірного графіка в декартових координатах;
- двовимірного графіка в полярних координатах;
- графіка тривимірної поверхні;
- графіка ліній рівня;
- тривимірної гистограми;
- векторного поля;
- тривимірної множини точок.

Окрім того є можливість змінювати масштаб графіка та виконувати його трасування.

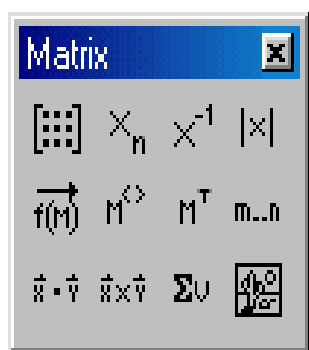


Рисунок 1.5

При виборі третьої опції з’являється вікно “Matrix” (рис. 1.5), яке забезпечує широке коло операцій з векторами та матрицями. Воно дає можливість:

- задати вектор чи матрицю будь-якої розмірності;
- виділити окремий елемент вектора чи матриці;
- визначити обернену матрицю;
- знайти модуль вектора чи визначник матриці;
- векторизувати числову множину;
- виділити стовпець матриці;
- визначити транспоновану матрицю;
- знайти скалярний або векторний добуток векторів;
- визначити суму елементів вектора.

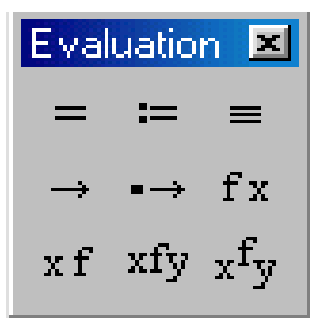


Рисунок 1.6

Четверта опція (діалогове вікно “Evaluation”, яке зображене на рис. 1.6) дозволяє:

- виконати розрахунок числового значення виразу;
- виконати операцію локального або глобального присвоєння;
- символічно розрахувати вираз звичайним чином або

- з ключовим словом;
- оператори “перед”, “після”, “всередині” та “дерево” для символічних перетворень.

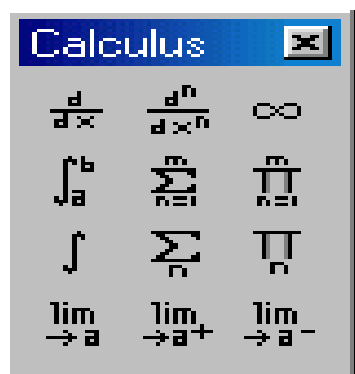


Рисунок 1.7

П’ята опція (діалогове вікно “Calculus”, що зображене на рис. 1.7) дає можливість:

- знаходити першу або вищі похідні функції;
- знаходити визначений інтеграл функції;
- знаходити суму та добуток числового ряду;
- знаходити невизначений інтеграл функції;
- знаходити суму та добуток ранжованої змінної;
- знаходити границі послідовностей.

Шоста та сьома опції забезпечують, відповідно, бульові оператори та програмування в середовищі MathCAD і в цьому посібнику детально не розглядаються.

Восьма опція (рис. 1.8) викликає вікно “Greek”, яке дозволяє користуватися не лише латинською, але й грецькою абеткою.



Рисунок 1.8

Остання, дев’ята опція (рис. 1.9) викликає вікно “Symbolic”.

Наведемо найбільш важливі (з точки зору розрахунку лінійних електричних кіл) оператори цього вікна:

- \rightarrow – символічний розрахунок виразу;
- $\blacksquare \rightarrow$ – символічний розрахунок виразу з ключовим словом;
- float – числовий розрахунок виразу у вигляді дійсного числа;
- complex – числовий розрахунок виразу у вигляді комплексного числа;

- solve – розв’язання рівнянь;
- simplify – спрощення виразів;
- substitute – підстановка змінної;
- factor – розкладання на множники;
- expand – розкладання виразів;
- collect – зведення подібних складових;
- fourier – пряме перетворення Фур’є;
- laplace – пряме перетворення Лапласа;
- invfourier – обернене перетворення Фур’є;
- invlaplace – обернене перетворення Лапласа.

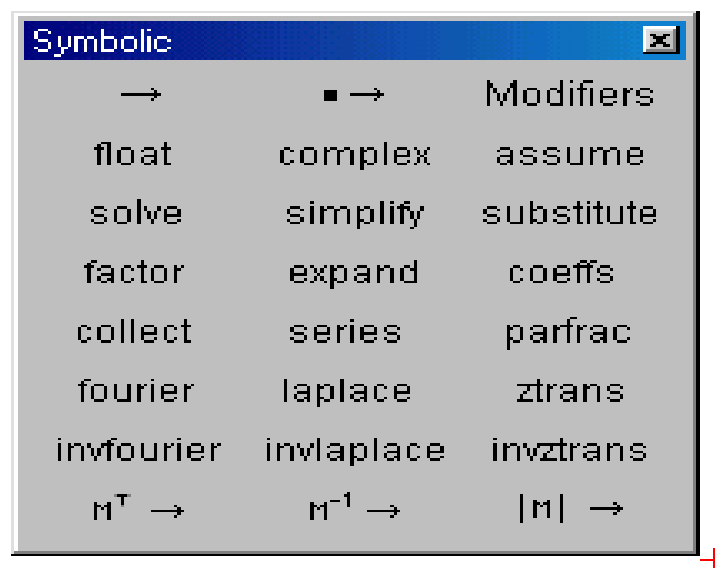


Рисунок 1.9

В головному вікні присутня також опція $f(x)$, натискання на яку ви-кликає діалогове вікно (рис. 1.10), де можна вибрати потрібну вбудовану функцію.

Перелік найважливіших для нас функцій наведено нижче:

- прямі (sin, cos, tan, cot, sec, csc) та обернені (asin, acos, atan, acot, asec, acsc) тригонометричні функції;
- прямі (sinh, cosh, tanh, coth, sech, csch) та обернені (asinh, acosh, atanh, acoth, asech, acsch) гіперболічні функції;
- angle(x,y) – кут між радіальним вектором до точки (x,y) та віссю абсцис;
- arg(z) – аргумент комплексного числа z;
- eigenvals(A) – власні значення матриці A;

- $\text{eigenvecs}(A)$ – власні вектори матриці A ;
- $\text{exp}(z)$ – значення e^z ;
- $\text{Find}(x_1, x_2, x_3, \dots)$ – повертає корінь алгебраїчного рівняння (скаляр) або системи рівнянь (вектор), які визначені у блоці з Given;
- $\text{geninv}(A)$ – обернена матриця;
- Given – ключове слово для введення систем рівнянь, нерівностей тощо;
- $\text{Im}(z)$ – уявна частина комплексного числа;
- $\text{Re}(z)$ – дійсна частина комплексного числа;
- $\text{ln}(z)$ – натуральний логарифм;
- $\text{log}(z)$ – десятковий логарифм;
- $\text{lsolve}(A, b)$ – розв’язування системи лінійних рівнянь з матрицею коефіцієнтів A та вектором правих частин b ;
- $\text{Maximize}(f, x_1, x_2, \dots)$ – вектор значень аргументів x_1, x_2, \dots , при яких функція f досягає максимуму;
- $\text{Minimize}(f, x_1, x_2, \dots)$ – вектор значень аргументів x_1, x_2, \dots , при яких функція f досягає мінімуму;
- $\text{polyroots}(v)$ – вектор всіх коренів полінома, де v – вектор коефіцієнтів полінома.

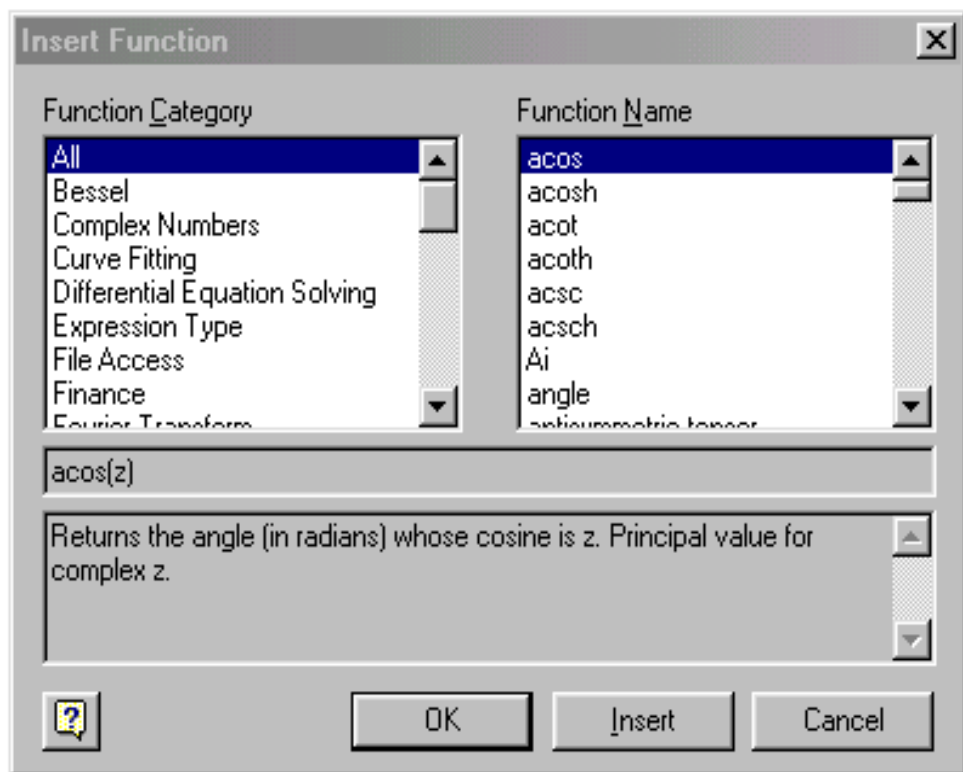


Рисунок 1.10

Відмітимо, що в середовищі MathCAD є можливість враховувати розмірність параметра, але це ускладнює роботу і тому зручніше вводити дані безпосередньо в стандартних одиницях (системі СІ).

1.2 АНАЛІЗ ЛІНІЙНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

З математичної точки зору, особливістю кіл постійного струму є те, що всі розрахунки ведуться на полі дійсних чисел.

Приклад 1.1

На рис 1.11 задана схема з параметрами:

$$E = 100 \text{ В}, E_1 = 100 \text{ В}, E_4 = 30 \text{ В}, I_5 = 7,5 \text{ А}, r_1 = 4 \text{ Ом}, r_2 = 5 \text{ Ом}, \\ r_3 = 10 \text{ Ом}, r_4 = 4 \text{ Ом}, r_5 = 16 \text{ Ом}, r_6 = 20 \text{ Ом}, r_7 = 6 \text{ Ом}.$$

Знайти методом вузлових потенціалів та за допомогою рівнянь Кірхгофа всі струми, скласти баланс потужностей.

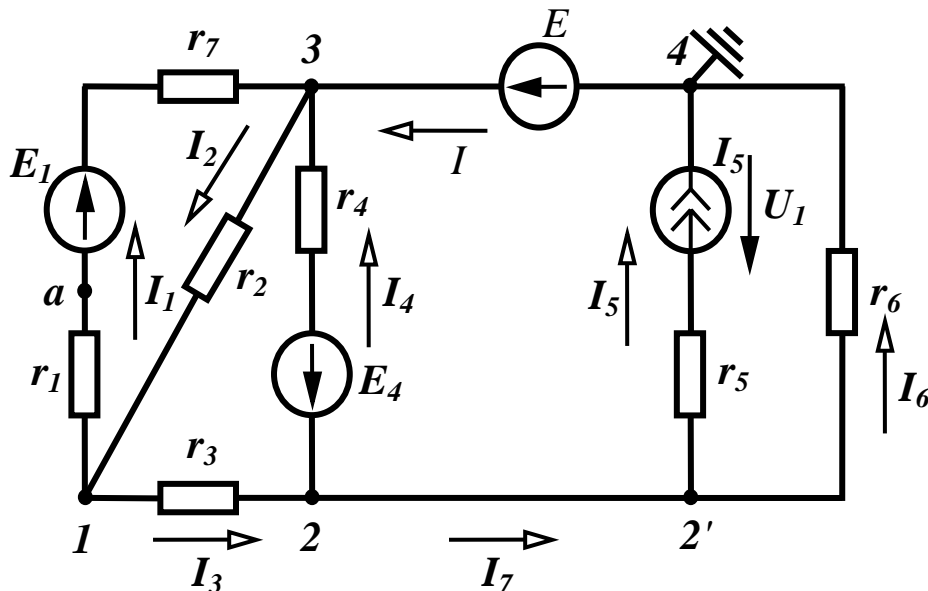


Рисунок 1.11

Спочатку проведемо розрахунок за *методом вузлових потенціалів (method of central potentials)*.

Як вже відмічалось, вхідні дані вводимо в стандартних одиницях системи СІ.

$$E := 100 \quad E_1 := 100 \quad E_4 := 30 \quad I_5 := 7.5 \quad \phi_4 := 0 \quad \phi_3 := E \\ r_1 := 4 \quad r_2 := 5 \quad r_3 := 10 \quad r_4 := 4 \quad r_5 := 16 \quad r_6 := 20 \quad r_7 := 6$$

Перед тим, як задати в MathCAD розрахункові формули, запишемо систему рівнянь за методом вузлових потенціалів для схеми (рис. 1.11) у вигляді (враховуючи, що $\phi_3 = E$)

$$\begin{aligned} Y_{11}\varphi_1 - Y_{12}\varphi_2 &= I_{11} + Y_{13}E, \\ -Y_{21}\varphi_1 + Y_{22}\varphi_2 &= I_{22} + Y_{23}E. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Введемо розрахункові формули для визначення *власних та взаємних провідностей* (*own and mutual conductivity*) та *вузлових струмів* (*central currents*).

$$\begin{aligned} Y_{11} &:= \frac{1}{r_1 + r_7} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} & Y_{12} &:= \frac{1}{r_3} & Y_{13} &:= \frac{1}{r_1 + r_7} + \frac{1}{r_2} & Y_{23} &:= \frac{1}{r_4} \\ Y_{22} &:= \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_6} & I_{11} &:= -E_1 \cdot \frac{1}{r_1 + r_7} & I_{22} &:= -I_5 + E_4 \cdot \frac{1}{r_4} \end{aligned}$$

Для розв'язування систем лінійних рівнянь в MathCAD використовується функція “*lsolve*”. Для нашого випадку вхідними даними цієї функції є *матриця провідностей* (*matrix of conductivity*) та вектор правої частини системи рівнянь (1.1), а результатом розрахунку – *вектор потенціалів* (*vector of potentials*).

При запису розрахункових формул слід враховувати, що нумерація елементів векторів та матриць починається з нуля, а не з одиниці, тому потенціал k -того вузла є $(k-1)$ -шим елементом вектора φ , тобто $\varphi_1 = \varphi_0$, $\varphi_2 = \varphi_1$, де φ_1 – потенціал першого вузла, φ_2 – потенціал другого вузла, φ_0 – нульовий елемент вектора потенціалів, φ_1 – перший елемент вектора потенціалів. Виділити k -тий елемент вектора можна за допомогою кнопки “ X_n ” діалогового вікна “Matrix” (рис. 1.5) або клавішею “[”.

$$Y := \begin{pmatrix} Y_{11} & -Y_{12} \\ -Y_{12} & Y_{22} \end{pmatrix} \quad J := \begin{pmatrix} I_{11} + Y_{13} \cdot E \\ I_{22} + Y_{23} \cdot E \end{pmatrix} \quad \phi := \text{lsolve}(Y, J) \quad \phi_1 := \phi_0 \quad \phi_2 := \phi_1$$

Струми у вітках з опорами знайдемо за формулами:

$$\begin{aligned} I_1 &= (\varphi_1 - \varphi_3 + E_1)Y_1, & I_2 &= (\varphi_3 - \varphi_1)Y_2, & I_3 &= (\varphi_1 - \varphi_2)Y_3, \\ I_4 &= (\varphi_2 - \varphi_3 - E_4)Y_4, & I_6 &= (\varphi_2 - \varphi_4)Y_6. \end{aligned}$$

Струми I та I_7 у вітках, що не містять опорів, визначаються з рівнянь, які складені за першим законом Кірхгофа відповідно для вузлів 4 та 2.

$$I = I_5 + I_6, \quad I_7 = I_3 - I_4.$$

Введемо ці формули в MathCAD.

$$I_1 := \frac{(\phi_1 - \phi_3 + E_1)}{r_1 + r_7} \quad I_2 := \frac{(\phi_3 - \phi_1)}{r_2} \quad I_3 := \frac{(\phi_1 - \phi_2)}{r_3} \quad I_6 := \frac{(\phi_2 - \phi_4)}{r_6}$$

$$I_4 := \frac{(\phi_2 - \phi_3 - E_4)}{r_4} \quad I_7 := I_3 - I_4 \quad I := I_5 + I_6$$

Для виведення результатів розрахунку слід ввести ім'я змінної та натиснути на клавішу “=”.

$$\phi_1 = 70 \quad \phi_2 = 80 \quad I_1 = 7 \quad I_2 = 6 \quad I_3 = -1$$

$$I_4 = -12.5 \quad I_5 = 7.5 \quad I_6 = 4 \quad I_7 = 11.5 \quad I = 11.5$$

Від'ємні значення струмів I_3, I_4 означають, що в дійсності струми в цих вітках протікають в протилежних напрямках, ніж струми показані на схемі.

Складемо *баланс потужностей (balance of powers)*. В колі чотири джерела енергії (*source of energy*), тому сумарна потужність всіх джерел містить чотири складові. Потужність джерела четвертої вітки увійде в сумарну потужність зі знаком мінус, оскільки струм I_4 направлений назустріч е.р.с. E_4 . Крім того для визначення потужності джерела струму треба знати його напругу U_I , яку можна визначити за другим законом Кірхгофа, склавши рівняння для контуру, який містить, наприклад, п'яту та шосту вітки $U_I - I_5 r_5 + I_6 r_6 = 0$. Звідси $U_I = I_5 r_5 - I_6 r_6$.

$$\text{Таким чином, } \sum P_{дж} = E_1 I_1 + E I - E_4 I_4 + U_I I_5 .$$

$$\sum P_{ен} = I_1^2 (r_1 + r_7) + I_2^2 r_2 + I_3^2 r_3 + I_4^2 r_4 + I_5^2 r_5 + I_6^2 r_6 .$$

В MathCAD це виглядає так:

$$U_I := I_5 \cdot r_5 - I_6 \cdot r_6 \quad P_d := E_1 \cdot I_1 + E \cdot I - E_4 \cdot I_4 + U_I \cdot I_5$$

$$P_{sp} := I_1^2 \cdot (r_1 + r_7) + I_2^2 \cdot r_2 + I_3^2 \cdot r_3 + I_4^2 \cdot r_4 + I_5^2 \cdot r_5 + I_6^2 \cdot r_6$$

$$P_d = 2.525 \times 10^3 \quad P_{sp} = 2.525 \times 10^3$$

Проведемо розрахунок цих же струмів за допомогою системи рівнянь Кірхгофа. Напрямок обходу контурів прийемо за годинниковою стрілкою. Коло містить сім невідомих струмів, тобто система повинна складатися зі семи рівнянь (4 – за першим законом та 3 – за другим, вітка з джерелом струму в рівняння за другим законом не входить).

Система рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned}
 I_1 - I_2 + I_4 + I &= 0, \\
 -I_1 + I_2 - I_3 &= 0, \\
 I_3 - I_4 - I_7 &= 0, \\
 -I_6 + I_7 &= I_5, \\
 I_1(r_1 + r_7) + I_2 r_2 &= E_1, \\
 -I_2 r_2 - I_3 r_3 - I_4 r_4 &= E_4, \\
 I_4 r_4 - I_6 r_6 &= -E - E_4.
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

Базуючись на системі (1.2) введемо в MathCAD матрицю коефіцієнтів при невідомих струмах та вектор правих частин. Послідовність введення коефіцієнтів – $I_1, I_2, I_3, I_4, I_6, I_7, I$.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ r1 + r7 & r2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r2 & -r3 & -r4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r4 & -r6 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I5 \\ E1 \\ E4 \\ -E - E4 \end{pmatrix}$$

Позначивши вектор шуканих струмів J , знайдемо струми у вітках, як $I_1 = J_0, I_2 = J_1, I_3 = J_2, I_4 = J_3, I_6 = J_4, I_7 = J_5, I = J_6$.

$$\begin{aligned}
 J &:= \text{lsolve}(A, B) \quad I1 := J_0 \quad I2 := J_1 \quad I3 := J_2 \\
 I4 &:= J_3 \quad I6 := J_4 \quad I7 := J_5 \quad I := J_6 \\
 I1 &= 7 \quad I2 = 6 \quad I3 = -1 \quad I4 = -12.5 \\
 I5 &= 7.5 \quad I6 = 4 \quad I7 = 11.5 \quad I = 11.5
 \end{aligned}$$

Аналізуючи цей приклад, ми можемо зробити висновок, що методи ручних розрахунків, які були спрямовані на зменшення рангу матриці коефіцієнтів системи рівнянь (вузлових потенціалів та контурних струмів), при розрахунку в середовищі MathCAD виявляються більш трудомісткими, ніж безпосередній розв'язок за рівняннями Кірхгофа. Тому застосовувати ці методи є сенс, якщо кількість невідомих струмів перевищує кілька десятків, або нас цікавить розподіл потенціалів у вузлах схеми.

1.3 АНАЛІЗ ОДНОФАЗНИХ ЛІНІЙНИХ КІЛ СИНУСОЇДНОГО СТРУМУ

Розрахунки в колах *синусоїдного струму* (*sine wave current*) ведуться на комплексній площині. Їх особливості будуть розглянуті в наступному прикладі.

Приклад 1.2

Для схеми (рис 1.12) знайти всі струми і скласти баланс потужностей.

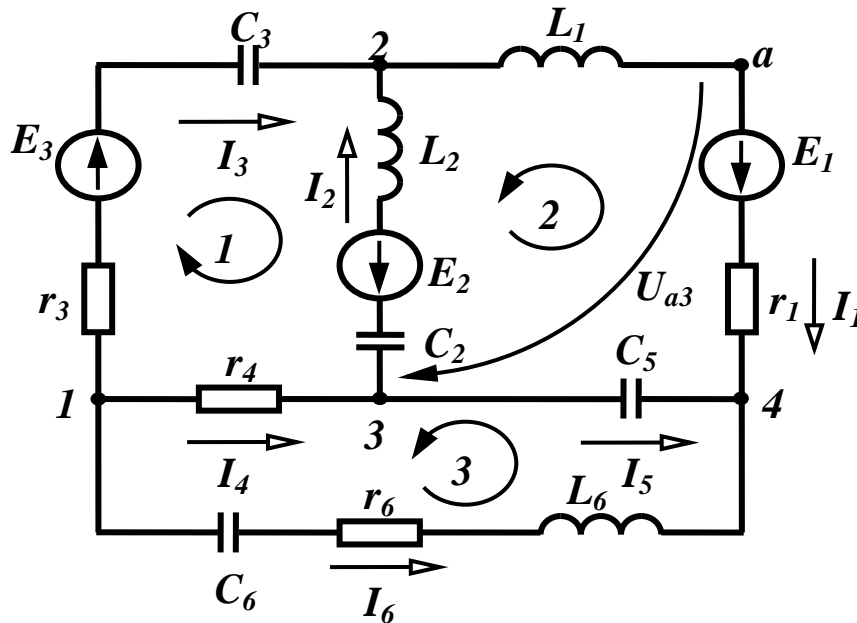


Рисунок 1.12

Параметри схеми:

$$f = 50 \text{ Гц}, e_1 = 100 \sin(\omega t - 20^\circ) \text{ В}, e_2 = 150 \sin(\omega t + 30^\circ) \text{ В},$$

$$e_3 = 200 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В}, r_1 = 6 \text{ Ом}, r_3 = 10 \text{ Ом}, r_4 = 8 \text{ Ом},$$

$$r_6 = 12 \text{ Ом}, L_1 = 40 \text{ мГн}, L_2 = 80 \text{ мГн}, L_6 = 120 \text{ мГн},$$

$$C_2 = 100 \text{ мкФ}, C_3 = 150 \text{ мкФ}, C_5 = 200 \text{ мкФ}, C_6 = 50 \text{ мкФ}.$$

Введемо в MathCAD вхідні дані (в системі СИ). Відмітимо, що для введення значення кута в градусах, необхідно після цифр ввести літери “deg”.

$$f := 50 \quad Em1 := 100 \quad \beta1 := -20\text{deg} \quad Em2 := 150 \quad \beta2 := 30\text{deg} \quad Em3 := 200$$

$$\beta3 := 45\text{deg} \quad r1 := 6 \quad r3 := 10 \quad r4 := 8 \quad r6 := 12 \quad L1 := 0.04 \quad C2 := 100 \cdot 10^{-6}$$

$$L6 := 0.120 \quad L2 := 0.08 \quad C3 := 150 \cdot 10^{-6} \quad C5 := 200 \cdot 10^{-6} \quad C6 := 50 \cdot 10^{-6}$$

Визначимо *індуктивні та ємнісні опори* (*inductive and capacitor resistance*), а також комплексні зображення е.р.с. та за формулами:

$$x_L = 2\pi fL, \quad x_C = \frac{1}{2\pi fC}, \quad \underline{E} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} e^{j\beta}. \quad (1.3)$$

Запишемо ці вирази в MathCAD.

$$\begin{aligned} xL1 &:= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L1 & xL2 &:= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L2 & xL6 &:= 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L6 \\ xC2 &:= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C2} & xC3 &:= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C3} & xC5 &:= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C5} & xC6 &:= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C6} \\ E1 &:= \frac{Em1}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \beta 1} & E2 &:= \frac{Em2}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \beta 2} & E3 &:= \frac{Em3}{\sqrt{2}} \cdot e^{i \cdot \beta 3} \end{aligned}$$

Проведемо розрахунок струмів за допомогою системи рівнянь Кірхгофа. Напрямок обходу контурів заданий на рис. 1.12. Коло містить шість невідомих струмів, тобто система повинна складатися зі шести рівнянь (3 – за першим законом та 3 – за другим). Запишемо систему рівнянь в комплексній формі:

$$\begin{aligned} -I_3 - I_4 - I_6 &= 0, \\ -I_1 + I_2 + I_3 &= 0, \\ -I_2 + I_4 - I_5 &= 0, \\ -I_2 j(x_{L_2} - x_{C_2}) + I_3(r_3 - jx_{C_3}) - I_4 r_4 &= \underline{E}_2 + \underline{E}_3, \\ -I_1(r_1 + jx_{L_1}) - I_2 j(x_{L_2} - x_{C_2}) + I_5(-jx_{C_5}) &= \underline{E}_2 - \underline{E}_1, \\ -I_4 r_4 - I_5(-jx_{C_5}) + I_6[r_6 + j(x_{L_6} - x_{C_6})] &= 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Базуючись на системі (1.4) введемо в MathCAD матрицю коефіцієнтів при невідомих струмах та вектор правих частин, після чого знайдемо комплексні значення струмів.

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -i \cdot (xL2 - xC2) & r3 - i \cdot xC3 & -r4 & 0 & 0 \\ -(r1 + i \cdot xL1) & -i \cdot (xL2 - xC2) & 0 & 0 & -i \cdot xC5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r4 & -(-i \cdot xC5) & r6 + i \cdot (xL6 - xC6) \end{bmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ E2 + E3 \\ E2 - E1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} J := \text{lsolve}(A, B) \quad I1 := J_0 \quad I2 := J_1 \quad I3 := J_2 \quad I4 := J_3 \\ I5 := J_4 \quad I6 := J_5 \quad I1 = 5.139 - 4.359i \\ I2 = 5.143 - 10.198i \quad I3 = -3.581 \times 10^{-3} + 5.839i \\ I6 = -0.038 + 1.675i \quad I4 = 0.041 - 7.514i \quad I5 = -5.102 + 2.684i \end{array}$$

Для визначення значень струмів в показниковій формі використаємо функції MathCAD $|x|$ та $\arg(x)$.

$$\begin{aligned} |I1| &= 6.739 \quad \arg(I1) = -40.304 \text{ deg} \quad |I2| = 11.422 \quad \arg(I2) = -63.238 \text{ deg} \\ |I3| &= 5.839 \quad \arg(I3) = 90.035 \text{ deg} \quad |I4| = 7.515 \quad \arg(I4) = -89.685 \text{ deg} \\ |I5| &= 5.765 \quad \arg(I5) = 152.253 \text{ deg} \quad |I6| = 1.676 \quad \arg(I6) = 91.288 \text{ deg} \end{aligned}$$

Баланс потужностей визначимо за формулами:

$$\underline{S}_{\text{дж}} = \underline{E}_1 \underline{I}_1^* - \underline{E}_2 \underline{I}_2^* + \underline{E}_3 \underline{I}_3^*.$$

Для скорочення запису формули потужності споживачів визначимо *повні комплексні опори віток (complete complex resistance to a branch)*.

Відмітимо, що спряжене значення комплексного числа в MathCAD забезпечується за допомогою клавіш «Shift+»».

$$\underline{Z}_1 = r_1 + jx_{L_1}, \quad \underline{Z}_2 = j(x_{L_2} - x_{C_2}), \quad \underline{Z}_3 = r_3 - jx_{C_3},$$

$$\underline{Z}_4 = r_4, \quad \underline{Z}_5 = -jx_{C_5}, \quad \underline{Z}_6 = r_6 + j(x_{L_6} - x_{C_6}).$$

$$\underline{S}_{\text{cn}} = I_1^2 \underline{Z}_1 + I_2^2 \underline{Z}_2 + I_3^2 \underline{Z}_3 + I_4^2 \underline{Z}_4 + I_5^2 \underline{Z}_5 + I_6^2 \underline{Z}_6.$$

$$Sd := E1 \cdot \overline{I1} - E2 \cdot \overline{I2} + E3 \cdot \overline{I3} \quad Z1 := r1 + i \cdot xL1 \quad Z2 := i \cdot (xL2 - xC2)$$

$$Z3 := r3 - i \cdot xC3 \quad Z4 := r4 \quad Z5 := -i \cdot xC5 \quad Z6 := r6 + i \cdot (xL6 - xC6)$$

$$Ssp := (|I1|)^2 \cdot Z1 + (|I2|)^2 \cdot Z2 + (|I3|)^2 \cdot Z3 + (|I4|)^2 \cdot Z4 + (|I5|)^2 \cdot Z5 + (|I6|)^2 \cdot Z6$$

$$Sd = 1.099 \times 10^3 - 1.628i \times 10^3 \quad Ssp = 1.099 \times 10^3 - 1.628i \times 10^3$$

У випадку, якщо нам необхідно визначити не лише струми у вітках, але й деякі інші параметри (наприклад, знайти напругу \underline{U}_{a3} або побудувати

топографічну діаграму потенціалів) більш доцільним може виявитися застосування методу вузлових потенціалів. Проведемо цей розрахунок, прийнявши вузол 4 за базовий.

Запишемо відповідну систему рівнянь, а також вирази для власних та взаємних провідностей та вузлових струмів.

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11}\underline{\varphi}_1 - \underline{Y}_{12}\underline{\varphi}_2 - \underline{Y}_{13}\underline{\varphi}_3 &= \underline{I}_{11}, \\ -\underline{Y}_{21}\underline{\varphi}_1 + \underline{Y}_{22}\underline{\varphi}_2 - \underline{Y}_{23}\underline{\varphi}_3 &= \underline{I}_{22}, \\ -\underline{Y}_{31}\underline{\varphi}_1 - \underline{Y}_{32}\underline{\varphi}_2 + \underline{Y}_{33}\underline{\varphi}_3 &= \underline{I}_{22}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{11} &= \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_6}, \quad \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = \frac{1}{\underline{Z}_3}, \quad \underline{Y}_{22} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}, \\ \underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{32} &= \frac{1}{\underline{Z}_2}, \quad \underline{Y}_{33} = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_5}, \quad \underline{Y}_{13} = \underline{Y}_{31} = \frac{1}{\underline{Z}_4}, \\ \underline{I}_{11} &= -\frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3}, \quad \underline{I}_{22} = \frac{\underline{E}_3}{\underline{Z}_3} - \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{E}_1}{\underline{Z}_1}, \quad \underline{I}_{33} = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_2}. \end{aligned}$$

Запишемо ці процедури в MathCAD.

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &:= r1 + i \cdot xL1 & \underline{Z}_2 &:= i \cdot (xL2 - xC2) & \underline{Z}_3 &:= r3 - i \cdot xC3 \\ \underline{Z}_4 &:= r4 & \underline{Z}_5 &:= -i \cdot xC5 & \underline{Z}_6 &:= r6 + i \cdot (xL6 - xC6) \\ \underline{Y}_{11} &:= \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_6} & \underline{Y}_{22} &:= \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} & \underline{Y}_{33} &:= \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \frac{1}{\underline{Z}_5} \\ \underline{Y}_{12} &:= \frac{1}{\underline{Z}_3} & \underline{Y}_{13} &:= \frac{1}{\underline{Z}_4} & \underline{Y}_{23} &:= \frac{1}{\underline{Z}_2} & \underline{Y}_{21} &:= \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{31} &:= \underline{Y}_{13} & \underline{Y}_{32} &:= \underline{Y}_{23} \\ \underline{I}_{11} &:= \frac{-E3}{\underline{Z}_3} & \underline{I}_{22} &:= \frac{E3}{\underline{Z}_3} + \frac{-E2}{\underline{Z}_2} + \frac{-E1}{\underline{Z}_1} & \underline{I}_{33} &:= \frac{E2}{\underline{Z}_2} \end{aligned}$$

Система рівнянь (1.5) реалізується процедурою “*lsolve*”.

$$\underline{Y} := \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & -\underline{Y}_{12} & -\underline{Y}_{13} \\ -\underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & -\underline{Y}_{23} \\ -\underline{Y}_{31} & -\underline{Y}_{32} & \underline{Y}_{33} \end{pmatrix} \quad \underline{I}_{kk} := \begin{pmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \\ \underline{I}_{33} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\varphi} := \text{lsolve}(\underline{Y}, \underline{I}_{kk}) \quad \varphi_1 := \varphi_0 \quad \varphi_2 := \varphi_1 \quad \varphi_3 := \varphi_2$$

$$\varphi_1 = 43.044 + 21.082i \quad \varphi_2 = 19.169 + 62.614i \quad \varphi_3 = 42.714 + 81.198i$$

ЛІТЕРАТУРА

Основна

1. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / [Карпов Ю. О., Каців С. Ш., Кухарчук В. В. та ін.] під ред. проф. Ю. О. Карпова – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 377 с.
2. Теоретичні основи електротехніки : [підруч. для студ. техн. спец. вищ. навч. закл. : У 3 т.] / І. М. Чиженко (заг. ред.), В. С. Бойко (заг. ред.).
Т. 1. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими параметрами / [Бойко В. С., Бойко В. В., Видолоб Ю. Ф. та ін.] – К. : Політехніка, 2004. – 272 с.
3. Теоретические основы электротехники : [В 3-х томах. Учебник для вузов].
Том 1 : [4 изд.] / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровин, В. Л. Чечурин – СПб : Питер, 2003. – 463 с.
Том 2 : [4 изд.] / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровин, В. Л. Чечурин – СПб : Питер, 2003. – 576 с.
4. Бидасюк Ю. М. Mathsoft®Mathcad 12 : [самоучитель] / Бидасюк Ю. М. – М. : Издательский дом “Вильямс”, 2006. – 224 с.
5. Кирьянов Д. В. Самоучитель Mathcad / Кирьянов Д. В. – СПб. : БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.
6. Джон Уокенбах. Excel 2007 : [библия пользователя, пер. с англ.] / Джон Уокенбах – М. : ООО “И. Д. Вильямс”, 2008. – 816 с.
7. Серогодский В. В. Excel 2003 : [эффективный самоучитель] / Серогодский В. В. – СПб. : Наука и техника, 2005. – 400 с.

Рекомендована

1. Каців С. Ш. Комп'ютерне моделювання електричних кіл. [лабораторний практикум] / Каців С. Ш., Мад'яров В. Г., Говор І. К. – Вінниця : ВНТУ, 2007. – 89 с.

Навчальне видання

Карпов Юхим Овдійович
Кацев Самоїл Шулімович
Кухарчук Василь Васильович

Теоретичні основи електротехніки
Комп'ютерні розрахунки та моделювання
лінійних електричних кіл

Навчальний посібник

Редактор В. Дружиніна
Коректор З. Поліщук

Оригінал-макет підготовлено С. Кацевом

Підписано до друку 06.05.2013 р.
Формат 29,7 × 42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 11,73.
Наклад 300 (1-й запуск 1-100) прим. Зам. № 2013-022.

Вінницький національний технічний університет,
навчально-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, к. 2201.

Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.

21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-87-38.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.