

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Вінницький національний технічний університет

**В. М. ДУБОВОЙ**

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ  
ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ  
І СИСТЕМ КЕРУВАННЯ**

**Навчальний посібник**

Вінниця  
ВНТУ  
2012

**УДК 519.876.2:681.51(075)**  
**ББК 22.18:32.81я73**  
**Д79**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом підготовки «Автоматизація і комп'ютерно-інтегровані технології». Лист № 1/11-2620 від 28.02.2012 р.

Рецензенти:

**А. І. Жученко**, доктор технічних наук, професор

**Л. М. Заміховський**, доктор технічних наук, професор

**Р. Н. Кветний**, доктор технічних наук, професор

**Дубовой, В. М.**

**Д79** Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів і систем керування : навчальний посібник / В. М. Дубовой. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 308 с.

**ISBN 978-966-641-504-5**

В посібнику подано загальну характеристику математичного моделювання. В основу розгляду покладене поняття системи моделей. Розглянуті основні типи математичних моделей та способи їх ідентифікації. Приділено увагу питанням моделювання систем контролю та керування в умовах невизначеності. Розглянуто основні напрямки застосування математичного моделювання.

**УДК 519.876.2:681.51(075)**

**ББК 22.18:32.81я73**

**ISBN 978-966-641-504-5**

© В. Дубовой, 2012

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.</b> Поняття про технологічні об'єкти і системи керування.....	8
<b>1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ МОДЕЛЮВАННЯ.....</b>	<b>11</b>
<b>1.1. Постановка задачі ідентифікації та моделювання технологічних об'єктів і систем керування.....</b>	<b>11</b>
1.1.1. Сутність понять математичного моделювання і ідентифікації.....	11
1.1.2. Еволюція задач моделювання.....	13
1.1.3. Роль моделювання в системах управління.....	14
<b>1.2. Види моделей.....</b>	<b>16</b>
1.2.1. Моделі вербальні, формальні, алгоритмічні, графічні, фізичні.....	16
1.2.2. Моделі геометричні, структурні, функціональні, інформаційні.....	17
1.2.3. Моделі статичні, моделі динаміки.....	18
1.2.4. Моделі процесів, перетворень і систем.....	18
1.2.5. Моделі детерміновані, стохастичні, нечіткі, узагальнені.....	18
1.2.6. Моделі агрегатні, комплексні.....	19
1.2.7. Моделі аналітичні, імітаційні.....	20
<b>1.3. Характеристики моделей.....</b>	<b>21</b>
1.3.1. Точність моделі.....	21
1.3.2. Вірогідність моделі.....	22
1.3.3. Адекватність моделі.....	23
1.3.4. Складність моделі.....	25
1.3.5. Універсальність моделі.....	26
<b>1.4. Систематичний підхід до моделювання.....</b>	<b>26</b>
1.4.1. Ізоморфні та гомеоморфні моделі.....	26
1.4.2. Теорія подібності.....	28
1.4.3. Взаємний зв'язок та перетворення моделей.....	31
1.4.4. Аналіз і синтез моделей.....	31
1.4.5. Модель як $\sigma$ -алгебра.....	33
1.4.6. Метричний простір моделей.....	33
<b>Ключові слова.....</b>	<b>34</b>
<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>35</b>
<b>Література.....</b>	<b>36</b>
<b>2. СТРУКТУРНІ МОДЕЛІ.....</b>	<b>38</b>
<b>2.1. Поняття та способи структурування об'єктів моделювання.....</b>	<b>38</b>
<b>2.2. Графи як узагальнення структурних моделей.....</b>	<b>41</b>
<b>2.3. Способи формалізації структурних моделей.....</b>	<b>42</b>

<b>2.4. Формальні перетворення структурних моделей.....</b>	<b>45</b>
<b>Ключові слова.....</b>	<b>52</b>
<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>53</b>
<b>Література.....</b>	<b>53</b>
<b>3. ФУНКЦІОНАЛЬНІ МОДЕЛІ.....</b>	<b>55</b>
<b>3.1. Моделі статички.....</b>	<b>56</b>
3.1.1. Модель статички як окремий випадок загальної операторної функціональної моделі.....	56
3.1.2. Лінійні та нелінійні моделі. Типові нелінійності.....	56
3.1.3. Лінеаризовані моделі.....	57
3.1.4. Нелінійна апроксимація (поліномами, сплайнами, вейв-летами тощо).....	60
3.1.5. Моделі логіки.....	61
<b>3.2. Моделі динаміки.....</b>	<b>64</b>
3.2.1. Модель динаміки як окремий випадок загальної операторної функціональної моделі.....	64
3.2.2. Моделі динаміки у просторі станів.....	65
3.2.3. Моделі динаміки у просторі зображень.....	66
3.2.4. Моделі динаміки у просторі спектрів.....	70
3.2.5. Моделі динаміки дискретних систем.....	74
<b>3.3. Моделі обслуговування.....</b>	<b>76</b>
3.3.1. Поняття системи масового обслуговування. Приклади СМО в системах управління.....	77
3.3.2. Характеристики СМО.....	77
3.3.3. Моделі типових СМО.....	79
<b>3.4. Алгоритмічні моделі.....</b>	<b>82</b>
3.4.1. Основні поняття теорії алгоритмів.....	83
3.4.2. Основи алгоритмічної алгебри.....	87
3.4.3. Подання алгоритмічних моделей.....	89
3.4.4. Ізоморфізм та гомеоморфізм в мовах програмування як основа комп'ютерного моделювання.....	94
<b>3.5. Агрегатні та комплексні функціональні моделі.....</b>	<b>96</b>
3.5.1. Формальні перетворення функціональних моделей.....	96
3.5.2. Агрегування моделей лінійних систем.....	96
3.5.3. Агрегування моделей нелінійних систем.....	100
<b>Ключові слова.....</b>	<b>101</b>
<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>101</b>
<b>Література.....</b>	<b>103</b>
<b>4. ІНФОРМАЦІЙНІ МОДЕЛІ.....</b>	<b>106</b>
<b>4.1. Основні поняття теорії інформації.....</b>	<b>106</b>
<b>4.2. Бази даних і знань як інформаційні моделі.....</b>	<b>112</b>
<b>4.3. Інформаційні потоки.....</b>	<b>115</b>

4.3.1. Інформаційні потоки в системах управління.....	116
4.3.2. Інформаційні потоки і термодинамічна аналогія.....	120
4.3.3. Перетворення інформаційних потоків.....	123
<b>Ключові слова.....</b>	<b>124</b>
<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>125</b>
<b>Література.....</b>	<b>126</b>
<b>5. МОДЕЛІ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....</b>	<b>128</b>
5.1. Джерела і види невизначеності моделей.....	128
5.2. Типи невизначеності моделей.....	129
5.2.1. Стохастична невизначеність.....	129
5.2.2. Нечітка невизначеність.....	135
5.2.3. Хаотична невизначеність.....	139
5.2.4. Узагальнена невизначеність.....	141
5.2.5. Невизначеність вищих порядків.....	142
5.3. Невизначені характеристики моделей.....	144
5.4. Форми подання невизначеності.....	148
5.5. Моделі перетворення характеристик сигналів з різною формою невизначеності.....	150
5.5.1. Моделювання перетворення стохастичних даних.....	150
5.5.2. Методи моделювання перетворень нечітких даних.....	153
5.5.3. Перетворення узагальнюючої функції.....	156
<b>Ключові слова.....</b>	<b>158</b>
<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>159</b>
<b>Література.....</b>	<b>160</b>
<b>6. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ.....</b>	<b>162</b>
6.1. Задачі ідентифікації.....	163
6.1.1. Структурна ідентифікація.....	164
6.1.2. Алгоритмічна ідентифікація.....	165
6.1.3. Параметрична ідентифікація.....	166
6.2. Ідентифікаційний експеримент.....	167
6.2.1. Пасивна ідентифікація.....	167
6.2.2. Активна ідентифікація.....	170
6.2.3. Експерименти над складними системами.....	175
6.3. Статистична ідентифікація.....	177
6.3.1. Кореляційний аналіз.....	178
6.3.2. Факторний аналіз.....	179
6.3.3. Регресійний аналіз.....	183
6.3.4. Спектральний аналіз.....	185
6.4. Інтелектуальні засоби ідентифікації.....	185
6.4.1. Ідентифікація шляхом навчання нейронних мереж.....	186
6.4.2. Нечітка ідентифікація.....	192
<b>Ключові слова.....</b>	<b>204</b>

<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>204</b>
<b>Література.....</b>	<b>205</b>
<b>7. МОДЕЛІ ОКРЕМИХ КЛАСІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ І СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ.....</b>	<b>208</b>
<b>7.1. Моделі фізичних процесів в технологічних об'єктах.....</b>	<b>208</b>
7.1.1. Фізичні процеси в об'єктах керування.....	208
7.1.2. Закони збереження як фундаментальні моделі фізичних процесів.....	209
7.1.3. Рівняння Максвелла.....	210
7.1.4. Рівняння Шредінгера.....	213
7.1.5. Рівняння дифузії і теплопровідності.....	214
7.1.6. Рівняння Кірхгофа.....	216
<b>7.2. Моделі систем автоматики.....</b>	<b>217</b>
<b>7.3. Моделі обчислювальних систем.....</b>	<b>225</b>
7.3.1. Види обчислювальних систем.....	225
7.3.2. Математичні моделі обчислень.....	227
7.3.3. Моделі комп'ютерних мереж.....	230
<b>7.4. Моделі розподілених систем.....</b>	<b>233</b>
7.4.1. Види розподілених систем.....	233
7.4.2. Динамічні процеси в розподілених системах.....	234
7.4.3. Задача спостережності і керованості розподіленої системи.....	234
7.4.4. Синергетика і теорія катастроф.....	235
<b>7.5. Моделі АСУ.....</b>	<b>237</b>
<b>7.6. Моделі інтелектуальних процесів.....</b>	<b>238</b>
<b>7.7. Моделі соціально-економічних процесів.....</b>	<b>239</b>
7.7.1. Модель валового національного продукту.....	239
7.7.2. Класична модель економіки.....	241
7.7.3. Кейнсіанська модель.....	242
7.7.4. Модель демографічних процесів.....	243
<b>Ключові слова.....</b>	<b>244</b>
<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>244</b>
<b>Література.....</b>	<b>245</b>
<b>8. ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ ЗАСОБИ МОДЕЛЮВАННЯ.....</b>	<b>249</b>
<b>8.1. Засоби архітектурного моделювання складних систем...</b>	<b>249</b>
8.1.1. Уніфікована мова системного моделювання UML.....	249
8.1.2. Мова моделювання бізнес-процесів BPMML.....	254
<b>8.2. Імітаційне моделювання.....</b>	<b>254</b>
8.2.1. Постановка задачі імітаційного моделювання.....	255
8.2.2. Використання агрегатного принципу для імітаційного моделювання.....	256
8.2.3. Алгоритми генерування тестових послідовностей.....	258

---

8.2.4. Обробка результатів імітаційного моделювання.....	263
8.2.5. Оцінювання необхідного обсягу тестів та трудомісткості імітаційного моделювання.....	263
<b>8.3. Моделювання в середовищах математичних пакетів.....</b>	<b>265</b>
8.3.1. Середовище MathCAD.....	265
8.3.2. Середовище MatLab.....	268
8.3.3. Інші математичні пакети.....	272
<b>8.4. Можливості моделювання у системі Microsoft Office.....</b>	<b>273</b>
8.4.1. Розрахункові та оптимізаційні задачі в системі Excel.....	274
8.4.2. Задачі моделювання в системі Access.....	275
<b>8.5. Спеціалізовані засоби моделювання.....</b>	<b>276</b>
8.5.1. Проблемно-орієнтовані мови програмування.....	277
8.5.2. Універсальні мови програмування.....	281
<b>Ключові слова.....</b>	<b>281</b>
<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>282</b>
<b>Література.....</b>	<b>283</b>
<b>9. МОДЕЛІ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛІННЯ.....</b>	<b>285</b>
9.1. Модель як складова задачі оптимізації.....	285
9.2. Використання моделі для прогнозування.....	290
9.3. Модель як складова задачі оцінювання.....	291
9.4. Моделювання в задачах прийняття рішень.....	293
<b>Ключові слова.....</b>	<b>301</b>
<b>Контрольні запитання і завдання для самостійної роботи.....</b>	<b>301</b>
<b>Література.....</b>	<b>302</b>
<b>ПІСЛЯМОВА.....</b>	<b>304</b>
<b>ТЛУМАЧНИЙ СЛОВНИК.....</b>	<b>305</b>

## ВСТУП

## Поняття про технологічні об'єкти і системи керування

Сучасне виробництво в усіх сферах характеризується високою складністю та різноманіттям технологічних процесів.

**Технологічний об'єкт** (*technological object*) – технологічне обладнання, яке розглядають разом із *технологічним процесом*, що реалізується на цьому обладнанні згідно з відповідними технологічними інструкціями та регламентами.

Ефективне виробництво неможливе без створення *систем керування (управління)* технологічними об'єктами, які забезпечують необхідну якість і кількість продукції, надійність та безпеку технологічного процесу.

**Система** (*system*) – це сукупність взаємопов'язаних між собою складових частин, яка характеризується спільною метою функціонування.

**Керування, управління** (*control*) – це процес цілеспрямованої зміни характеристик об'єкта керування.

**Елемент системи** (*system element*) – це проста складова частина системи.

**Система автоматичного керування, управління** (*control system*, надалі САУ, на відміну від САК – систем автоматичного контролю) – це сукупність взаємопов'язаних між собою складових частин, яка забезпечує процес цілеспрямованої зміни характеристик об'єкта керування без участі людини.

**Автоматизована система управління, керування** (*automatic control system*, надалі АСУ, на відміну від АСК – автоматизованих систем контролю) – це сукупність взаємопов'язаних між собою складових частин, яка забезпечує процес управління технологічними процесами, об'єктами, виробництвами, підприємствами з участю людини. Основними елементами системи АСУ є *об'єкт керування, керуюча частина і людина-оператор*, яка задає *мету та критерії керування, обмеження* на параметри та характеристики системи, *алгоритм (закон) керування*, який реалізує керуюча частина та *приймає стратегічні рішення*. Узагальнена схема системи керування зображена на рис. В.1. У напрямку стрілок зліва направо передається вплив, а у зворотному напрямку – інформація про зміни стану.

**Стан системи** (*system state*) – це сукупність значень її параметрів та характеристик у конкретний момент часу. Звичайно сукупність параметрів стану позначають вектором  $\bar{Y}$ .

Системи керування характеризуються у статичному режимі структурою зв'язків та властивостями її елементів. У динамічному режимі система



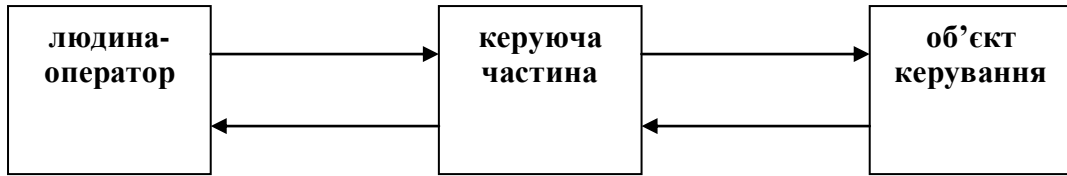


Рис. В.1. Узагальнена схема системи керування

характеризується послідовністю станів.

Послідовність переходу системи з одного стану в інший називається *процесом (process)* і позначається як зміна вектора стану у часі  $\bar{Y}(t)$ .

Основним підходом до розгляду систем керування на усіх етапах життєвого циклу цих систем (проектування – створення – експлуатація – ремонт та відновлення – виведення з експлуатації) є *математичне моделювання*.

Моделювання є одним з найважливіших напрямків підготовки сучасного інженера та наукового співробітника в галузі систем керування. Воно пронизує всі аспекти його діяльності, адже на відміну від робітника, інженер працює не безпосередньо з об'єктом, а з його описом. Це може бути або проект певної технічної системи, або програма розрахунків, або вказівки, які інженер-керівник дає підлеглим. Все це є моделі об'єктів або процесів, адже будь-який їх опис є моделлю. Та й сам процес навчання є фактично процесом моделювання, в якому студент за допомогою викладача створює модель предметної області, в якій він спеціалізується, і закріплює її у своєму конспекті.

В останні роки постійно зростає роль математичного моделювання, яке починає переважати всі інші види моделювання. Це зумовлено тотальним проникненням комп'ютерної техніки в усі аспекти життя. Адже кожна прикладна програма у комп'ютері є моделлю, а сам комп'ютер з системним програмним забезпеченням – засобом моделювання.

В таких умовах дуже важливим є систематичний і чіткий погляд на загальні принципи математичного моделювання, які допоможуть інженерам та науковим працівникам легко адаптуватися до будь-якої області діяльності. Адже, «знання деяких принципів легко компенсує незнання деяких фактів» (Клод Адріан Гельвецій).

Даний посібник написаний на основі досвіду викладання математичного моделювання на кафедрі Комп'ютерних систем керування та багаторічних досліджень у цьому напрямку. Автор висловлює подяку колективу кафедри, а також своїм учням О. В. Глонь, О. Д. Никитенко, Ю. М. Паночишину та ін., чії матеріали досліджень використовувалися

при написанні посібника.

Вивчення питань ідентифікації і моделювання не може обмежуватися матеріалами посібника. Велику роль відіграє самостійна робота. Для цього кожен розділ посібника супроводжується переліком ключових слів, рекомендованої літератури та контрольних запитань і завдань для самостійної роботи. Для цього ж у тексті відсутні посилання на літературні джерела (за що автор посібника просить вибачення у авторів першоджерел!), що повинно спонукати до перегляду рекомендованої літератури для пошуку першоджерел і додаткової інформації за ключовими словами.

Посібник призначений для поглибленого вивчення дисципліни «Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів» за напрямом бакалаврської підготовки студентів 050202 – «Автоматизація і комп'ютерно-інтегровані технології», а також буде дуже корисним для підготовки магістрів з галузі знань «Автоматика і управління» та фахівців за іншими спорідненими напрямками, аспірантам для підготовки до кандидатського іспиту зі спеціальності «Математичне моделювання і обчислювальні методи».

## Література

1. Технічні засоби вимірювання та керування в промислових процесах. Частина 1. Основні поняття. Терміни та визначення: ДСТУ 3956-2000 – [Чинний від 2001-01-01]. — К. : Держстандарт України, 2000. – 71 с. – [Національний стандарт України]

2. Енциклопедія кібернетики: У 2-х томах. – К. : Гол. ред. УРЕ, 1973. – Т. 1. – 584 с.; Т. 2. – 574 с.

3. Словники України – інтегрована лексикографічна система: парадигма, транскрипція, фразеологія, синонімія, антонімія // Національна академія наук України, Український мовно-інформаційний фонд, 2008 [Електронний ресурс] – Режим доступу:

<http://lcorp.ulif.org.ua/dicua2008/DicUASetup.msi>

4. Теория управления. Терминология / АН СССР. Ин-т проблем управления, [отв. ред. Б. Г. Волик]. – М. : Наука, 1988. – 56 с. – (Вып. 107)

5. Автоматизовані системи. Терміни та визначення: ДСТУ 2226-93 - [Чинний від 1994-07-01]. – К. : Держстандарт України, 1995. – 94 с. — (Національний стандарт України)

6. Організація промислового виробництва. Основні поняття. Терміни та визначення: ДСТУ 2960-94 – [Чинний від 1996-01-01]. – К. : Держстандарт України, 2000. – 48 с. – (Національний стандарт України)

7. Букетов А. В. Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів та систем : навчальний посібник / Букетов А. В. – Тернопіль : СМП „Тайп“, 2009. – 260 с.

## 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ МОДЕЛЮВАННЯ

Поняття „*моделі*” та „*моделювання*” (*modelling*) є одними з базових в усіх галузях наукової та інженерної діяльності. Напевно саме через різноманітність напрямків в окремих теоретичних дисциплінах під моделюванням розуміють суттєво різні теорії, методи та засоби. Розглянемо ці поняття так, як це розуміють в інженерній практиці фахівці з *систем керування технологічними об'єктами*.

### 1.1. Постановка задачі ідентифікації та моделювання технологічних об'єктів і систем керування

#### 1.1.1. Сутність математичного моделювання і ідентифікації

*Моделювання* – це опис певного *об'єкта*. В галузі систем керування технологічними об'єктами моделювання є відповідно самі технологічні об'єкти, системи і процеси керування ними, а також їх складові частини.

Моделювання можна розглядати як *відображення* об'єкта на множину його описів. При цьому, якщо об'єкту  $O$  і моделі  $M$  властиві певні набори характеристик  $O\{\bar{X}\}$  і  $M\{\bar{Z}\}$ , то повинна існувати відповідність характеристик моделі і об'єкта  $x_i \leftrightarrow z_j \quad i \in [1 \dots n], \quad j \in [1 \dots m]$ . Найчастіше модель свідомо будують як спрощений опис об'єкта для полегшення його дослідження. Це не дивно, адже природні об'єкти характеризуються безліччю показників, більшість з яких є несуттєвою з точки зору *мети моделювання*. Так наприклад, при моделюванні системи керування токарним верстатом несуттєвими характеристиками є його колір, рівень шуму тощо. В результаті між моделлю та об'єктом немає повної відповідності.

Отже, задачу моделювання можна сформулювати таким чином: *необхідно для заданого об'єкта підібрати такий опис, який у достатньо повній мірі відображав би оригінал з точки зору заданої мети моделювання*.

Якщо об'єктом моделювання є система керування технологічним об'єктом, головним призначенням якої є приведення об'єкта керування до заданого стану, то модель повинна відображати залежність стану об'єкта від завдання з врахуванням структурних характеристик і параметрів системи. У найпростішому вигляді це відображає рис. 1.1.

У вужчому розумінні математичного моделювання ця залежність може бути подана певним функціоналом

$$\Theta_Y = F[\Theta_X], \quad (1.1)$$

де  $\Theta_Y$  – набір характеристик стану системи ( модель стану,

$Y = \{y_1, \dots, y_m\}$ ;  $\Theta_X$  – набір характеристик вхідних впливів – модель впливів,  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ ;  $F$  - *функціонал перетворення* – модель системи.

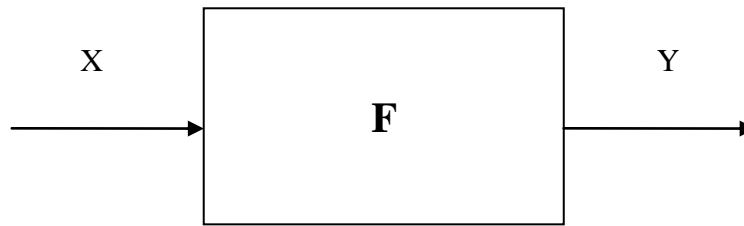


Рис. 1.1. Спрощена схема об'єкта моделювання

Сукупність цих трьох моделей (впливів, станів і системи) складає модель функціонування або модель процесу керування.

Модель, як і будь-який предмет діяльності людини, проходить певний цикл свого існування, який звичайно називають «життєвим циклом». Життєвий цикл моделі містить етапи:

- *вибір виду (класу) моделі*, який найбільше відповідає меті моделювання;
- *ідентифікація (identification) об'єкта моделювання*, тобто встановлення однозначної відповідності між моделями вибраного виду (класу) і конкретним об'єктом моделювання;
- *отримання результатів моделювання*, тобто виконання тих математичних (логічних, функціональних та інших) перетворень, які містяться у моделі;
- *використання результатів моделювання* для розв'язання задач проектування, прогнозування, керування технологічними об'єктами.

Кожен з цих етапів є істотним для досягнення мети моделювання, але ми виділимо з них найскладніший, а саме етап ідентифікації. Адже в результаті саме цього етапу фактично отримується модель, яка і дає можливість досягти мети моделювання. Але не тільки результати ідентифікації визначають виконання інших етапів. Життєвий цикл моделі не дарма називається «циклом». Під час виконання кожного етапу можуть виникнути обставини, які змусять повернутися до попередніх етапів і внести певні корективи.

Подальша структура цього посібника відображає основні етапи життєвого циклу моделі. Зокрема розділи 2 – 5 присвячені розгляду різних видів моделей, у розділі 6 розглядаються основні підходи до ідентифікації об'єктів моделювання, розділ 7 присвячений моделям окремих типів технологічних об'єктів, розділ 8 присвячений засобам отримання результатів

моделювання, розділ 9 присвячено використанню моделювання для розв'язання задач управління різноманітними технологічними об'єктами.

### 1.1.2. Еволюція задач моделювання

Математичне моделювання є динамічною галуззю науки, яка тісно пов'язана з розвитком цивілізації. В процесі досліджень вчені вдаються до математичної формалізації все більш складних явищ. Умовна ієрархія моделей наведена на рис. 1.2. Створені моделі стають основою для нового кроку розвитку. Поступово те, що нещодавно зустрічалося лише у фантастичних романах, отримує математичне обґрунтування і стає реальністю. Сьогодні ряд вчених вже працюють над створенням математичних моделей того, що на рис. 1.2 позначено “?”.

З розвитком та проникненням в усі сфери життя комп'ютерної техніки суттєво змінилася постановка задач моделювання. Якщо раніше головною метою математичного моделювання було отримання аналітичної форми моделі (у вигляді певних формул), то наразі перевага віддається алгоритмічній формі моделювання, яка є зручною для перетворення на комп'ютерну програму.

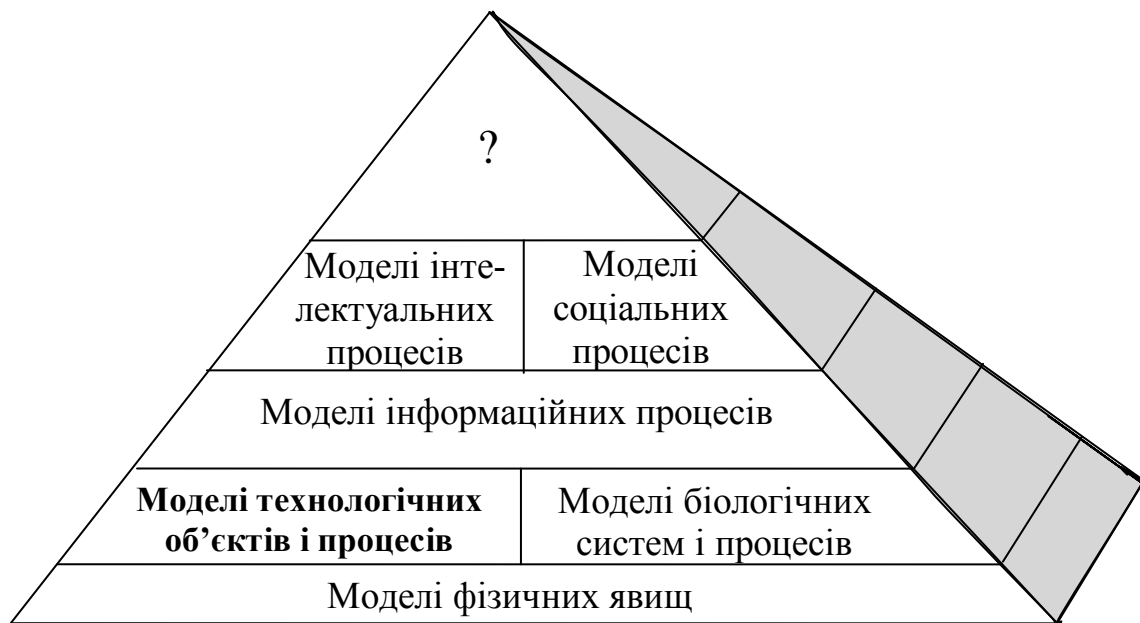


Рис. 1.2. Історична ієрархія моделей

На верхніх рівнях піраміди, які активно розвиваються останнім часом, моделі характеризуються принциповою невизначеністю (*uncertainty*), що теж впливає на їх форму та засоби подання. Тут переважно використовуються моделі у вигляді різноманітних евристичних правил, які не можуть

розглядатися з позицій класичних алгоритмічних моделей, до яких висуваються вимоги детермінованості і результативності.

### 1.1.3. Роль моделювання в системах управління

Роль моделювання в системах управління (СУ) доцільно розглядати з урахуванням життєвого циклу СУ. Основні етапи життєвого циклу показані на рис. 1.3.



Рис. 1.3. Життєвий цикл системи управління

Метою робіт на стадіях постановки задач і дослідження об'єкта управління є отримання моделі об'єкта. Така модель необхідна як для проектування системи, так і для формалізації завдання, на основі якого у подальшому здійснюватиметься перевірка відповідності системи вимогам замовника.

На **стадії проектування** модель є основою створення системи. За її допомогою розробляють структуру і алгоритм (*algorithm*) роботи системи, прогнозують її характеристики, розраховують параметри елементів. Результатом цього етапу є проект СУ, який фактично є її моделлю.

Процес проектування систем управління є ітераційною процедурою поступової деталізації і доповнення комплексу моделей системи, в якій чергуються етапи аналізу і синтезу.

*Аналіз (analysis)* - операція уявного або реального розділення цілого (речі, властивості, процесу або відношення між предметами) на складові частини, яка виконується в процесі пізнання або предметно-практичної діяльності людини.

На першому етапі здійснюється аналіз моделі об'єкта управління з метою отримання інформації про структуру об'єкта дослідження, а також виділення із загальної маси параметрів тих, які безпосередньо відносяться до мети управління і дозволяють спостерігати стан об'єкта (контрольовані параметри) та впливати на нього (керовані параметри).

*Синтез (synthesis)* - процес (як правило – цілеспрямований) з'єднання або об'єднання раніше розрізнених речей або понять у ціле або набір. У кібернетиці процес синтезу - побудова складних систем із заздалегідь підготовлених блоків або модулів різних типів, причому в процесі синтезу обов'язково застосовують математичні методи.

Синтез поділяється на структурний і параметричний. На другому етапі на основі результатів аналізу здійснюється синтез найпростішої структури системи управління за обраним принципом управління, причому керованими і контрольованими параметрами є ті, що виділені на етапі аналізу. Результатом синтезу є комплексна модель системи.

На наступному етапі знов здійснюється аналіз, тепер вже моделі об'єкта у комплексі з системою керування, з метою оцінювання характеристик системи і визначення причин можливих проблем і недоліків.

Потім знов здійснюється синтез, цього разу – елементів корекції і реалізації складніших законів керування і т. д.

На **стадії виготовлення** системи на основі моделі (у формі проекту) виготовляють СУ. Наразі з розвитком комп'ютерної техніки моделі у формі комп'ютерних програм стали безпосередньою частиною СУ.

На **стадії впровадження** і доробки на практиці перевіряють якість розробленої системи і достовірність моделі, вносять необхідні уточнення і корективи.

В *процесі експлуатації* модель у вигляді технічної документації системи є керівним документом для персоналу як при обслуговуванні, ремонті і модернізації СУ, так і при з'ясуванні усіх поточних питань.

На заключній стадії здійснюється зняття системи з експлуатації. Найчастіше це досить складний процес, який потребує ретельного дослідження наслідків зняття СУ з експлуатації. Для такого аналізу також необхідна модель СУ.

## 1.2. Види моделей

Залежно від задач, для розв'язання яких вони призначені, використовуються дуже різноманітні моделі (*model*).

### 1.2.1. Моделі вербальні, формальні, алгоритмічні, графічні, фізичні

Залежно від способу опису об'єкта-оригінала моделі поділяються на такі:

- вербальні;
- формальні;
- алгоритмічні;
- графічні;
- фізичні.

*Вербальні моделі (verbal model)* використовують словесний опис об'єкта. Такі моделі часто використовують в нетехнічних галузях, а також на початковому етапі моделювання в техніці.

*Формальні моделі (formal model)* використовують опис об'єкта моделювання у вигляді формул і подаються системою математичних співвідношень.

*Алгоритмічні моделі (algorithmic model)* подають об'єкт у вигляді послідовності дій, які дозволяють отримати його необхідну характеристику.

*Графічна модель (graphical model)* зображує модель у наочному вигляді. До графічних моделей відносяться різноманітні схеми, які складають конструкторську документацію (електричні, гідравлічні, пневматичні, механічні, схеми програм і даних тощо), графіки, креслення форми об'єктів у різних проекціях, плани і карти тощо. З розвитком застосувань комп'ютерної графіки і її застосування для комп'ютерної анімації, симуляції і ігор графічні моделі за масштабом застосування вийшли на перші позиції і наразі поступово створюють віртуальний світ.

*Фізична модель (physical model)* представляє об'єкт-оригінал іншим об'єктом такої ж фізичної природи (масштабні моделі) або іншої (аналогові моделі). Основою фізичного моделювання є теорія подібності. Фізичне моделювання застосовують при дослідженні систем, для яких вихідні дані відомі з обмеженою точністю чи неможливо дати точний математичний



опис їх функціонування, а отримання експериментальних характеристик пов'язано з надмірними труднощами та витратами.

В *аналогових моделях (analog model)* фізична природа моделі і об'єкта різні, а їх математичні описи подібні і, крім того, подібні рівняння, які описують їх окремі елементи. В моделі-аналозі реакції на збурення подібні реакціям на аналогічні збурення об'єкта. Моделі-аналоги складаються з окремих блоків, які моделюють фізичні елементи, а не з блоків, які виконують окремі математичні операції. Кожному фізичному параметру в об'єкті однозначно відповідає деякий елемент в моделі-аналозі. Найчастіше використовують електронні моделі при дослідженні поведінки систем, конструювання та безпосереднє вивчення яких пов'язано з надмірними труднощами та витратами.

*Масштабна модель (scale model)* – це аналогова модель, в якій між параметрами об'єкта і моделі однакової фізичної природи існує однозначна відповідність, а також відповідність між впливами та реакцією на них. В масштабній моделі кожен елемент в масштабі повторює відповідний елемент об'єкта.

### **1.2.2. Моделі геометричні, структурні, функціональні, інформаційні**

Залежно від типу простору, в якому розглядається об'єкт, виділяють моделі:

- геометричні;
- структурні;
- функціональні;
- інформаційні.

*Геометричні моделі (geometric model)* відображають форму та розташування об'єкта моделювання та його складових частин. Геометричними моделями є різноманітні креслення механізмів, будівель тощо.

*Структурна модель (structural model)* подає об'єкт моделювання з точки зору його складу та взаємозв'язку частин (елементів системи) між собою та з зовнішнім середовищем.

*Зв'язки між елементами можуть бути: фізичні; логічні; інформаційні.*

Сукупність елементів системи та зв'язків між ними утворюють структуру системи. Структурні моделі найчастіше існують у формі різноманітних структурних та принципівих схем.

*Функціональні моделі (functional model)* описують процеси, що відбуваються в об'єкті моделювання.

*Інформаційна модель (information model)* – система даних про об'єкт та опис потоків даних в процесі його функціонування.

### 1.2.3. Моделі статички, моделі динаміки

Залежно від наявності відображення змін стану об'єкта у часі моделі поділяються на такі:

- моделі статички;
- моделі динаміки.

*Моделі статички (static model)* відображають стан та функціонування об'єкта без врахування їх змін у часі. Як правило, вони подаються у вигляді функціональних залежностей, рівнянь та систем рівнянь.

*Моделі динаміки (dynamic model)* відображають поведінку об'єкта у часі. Моделі динаміки багатші за моделі статички, оскільки останні можуть розглядатися як окремий випадок для певного фіксованого моменту часу. Відповідно і форм подання моделей динаміки значно більше (диференціальні рівняння, операторні рівняння, спектральні подання тощо).

### 1.2.4. Моделі процесів, перетворень і систем

Розглядаючи види моделей, ще раз повернемося до рис. 1.1. Цей рисунок демонструє взаємозв'язок трьох базових моделей: моделі вхідних впливів  $X$ , моделі системи  $F$ , моделі станів і вихідних сигналів  $Y$ . Якщо ці моделі подані як моделі динаміки, тобто зображають поведінку вхідних впливів, моделі системи, станів і вихідних сигналів у часі, то вони є *моделями певних процесів*.

Система керування здійснює перетворення вхідних впливів на зміни станів, отже модель функціонування системи є *моделлю перетворення*.

Система керування є складним технічним об'єктом, який може розглядатися у різних аспектах: склад і структура, конструкція (в тому числі форма і розташування окремих частин системи), функції системи (в тому числі алгоритм її функціонування), параметри окремих блоків і системи в цілому. Отже *модель системи* є взаємопов'язаним комплексом моделей структури, функціонування, розташування в різноманітних формах (алгоритмічній, інформаційній, формальній, графічній тощо).

### 1.2.5. Моделі детерміновані, стохастичні, нечіткі, узагальнені

За ступенем та характером невизначеності моделі поділяються на такі:

- детерміновані;
- стохастичні;
- нечіткі;
- узагальнені.

*Детерміновані моделі (deterministic model)* не враховують можливі випадкові відхилення характеристик об'єкта і вхідних впливів від номінальних значень.

*Стохастичні моделі (stochastic model)* розглядають поведінку системи в умовах дії випадкових впливів та випадкової зміни параметрів системи.

Інколи розглядають також випадкові зміни структури системи, зумовлені ненадійністю зв'язків між підсистемами та іншими причинами.

*Нечіткі моделі (fuzzy model)* використовують у випадках, коли окремі параметри системи задані експертом з кінцевим ступенем впевненості.

*Узагальнені моделі (generalized model)* використовуються при моделюванні систем, в яких частина параметрів задані достовірно, частина отримана в результаті статистичної обробки певних випадкових процесів, а частина задана експертним методом.

### 1.2.6. Моделі агрегатні, комплексні

Залежно від способу подання складного об'єкта (системи) розрізняють моделі:

- агрегатні (рис. 1.4, б):
- комплексні (рис. 1.4, а).

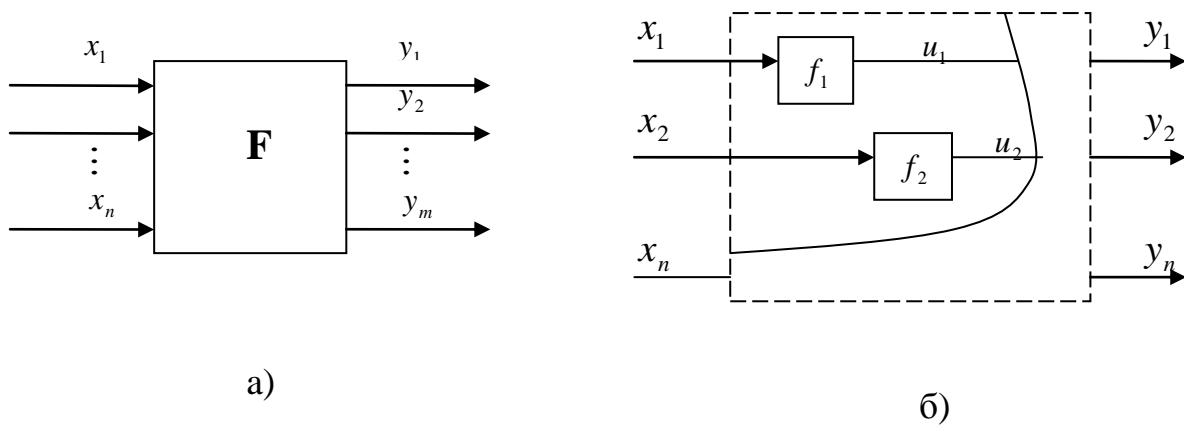


Рис. 1.4. Декомпозиція комплексної моделі (а) на агрегати (б)

*Агрегатна модель (aggregate model)* складної системи складається з моделей окремих підсистем та опису їх взаємодії. Якщо розглядати для прикладу деяку систему керування, то моделі підсистем подаються окремими рівняннями, що пов'язують вихідні сигнали з вхідними і параметрами підсистеми, а агрегатна модель буде подаватись системою цих рівнянь

$$\begin{cases} u_1 = f_1(x_1, x_2, \dots), \\ u_2 = f_2(u_1, x_1, \dots), \\ \dots\dots\dots \\ y_2 = f_k(u_1, u_2, \dots). \end{cases} \quad (1.2)$$

де  $X$  – вектор вхідних впливів;  $U$  – вектор параметрів стану;  $Y$  – вектор вихідних сигналів.

Взаємодія підсистем тут враховується тим, що вихідні сигнали однієї підсистеми є вхідними для іншої і в агрегатній моделі мають однакове по-

значення.

*Комплексна модель (complex model)* подає систему в цілому, не розділяючи її на підсистеми і окремі внутрішні процеси. Комплексна модель може бути отримана з агрегатної шляхом зведення системи рівнянь до одного рівняння, що пов'язує вхідні і вихідні сигнали системи, методом підстановки

$$Y = F[X], \quad (1.3)$$

Перевага агрегатної моделі у більшій простоті її отримання, оскільки моделі окремих підсистем простіші за модель системи в цілому. Перевага комплексної моделі у тому, що для її отримання немає необхідності досліджувати внутрішню структуру системи. Очевидно, вибір типу моделі залежить від способу її отримання: при теоретичному моделюванні зручніше користуватися агрегатним принципом, а при експериментальному моделюванні (ідентифікації) – комплексним.

### 1.2.7. Моделі аналітичні, імітаційні

Залежно від способу отримання результатів моделювання розрізняють математичні моделі:

- аналітичні;
- імітаційні.

*Аналітичне моделювання (analytical modeling)* – знаходження характеристик об'єкта на основі формальної або алгоритмічної моделі шляхом виконання певних математичних перетворень: розв'язання рівнянь та систем рівнянь тощо.

*Імітаційне моделювання (simulation)* – проведення на ЕОМ чисельних експериментів з математичною моделлю, що описує поведінку складної системи протягом певного періоду часу. Застосовується, як правило, в тих випадках, коли аналітичні способи дослідження моделі відсутні, а їх пошук потребує дуже великих витрат. Алгоритми імітаційного моделювання можуть враховувати як детермінованість, так і стохастичність, зв'язки і залежності, що характеризують об'єкт моделювання. Найбільше розповсюдження отримали стохастичні методи імітаційного моделювання, оскільки для більшості складних систем відомі лише усереднені значення параметрів. Оскільки імітаційне моделювання являє собою експеримент, важливе значення має застосування методів планування експерименту. Основні проблеми, які доводиться розв'язувати в зв'язку з цим:

- 1) забезпечення стохастичної збіжності;
- 2) намагання зменшити кількість різних комбінацій факторів, що впливають на об'єкт, без зменшення кількості отриманої інформації;
- 3) вибір плану експерименту, який залежить від глибини розуміння експериментатором суті процесів, що відбуваються в системі.

3. Чим відрізняється градієнтний метод від методу знаходження екстремуму з системи рівнянь  $\forall_i \frac{\partial K}{\partial x_i} = 0$  ?
4. Оцініть кількість кроків випадкового пошуку при розв'язанні задачі оптимізації з 10 параметрами.
5. Чим відрізняється інтерполяція і апроксимація?
6. Чим відрізняється інтерполяція і екстраполяція?
7. Прогнозування – це екстраполяція процесу у часі. Наведіть приклади екстраполяції моделі в іншій системі координат.
8. При опосередкованих вимірюваннях необхідно, щоб кількість рівнянь моделі дорівнювала кількості невідомих величин. А як співвідносяться ці кількості при знаходженні невідомих величин шляхом оцінювання?
9. Назвіть декілька методів оптимізації, які могли б застосовуватися для розв'язання задачі оцінювання. Які з цих методів дозволяють визначити також і похибку оцінки?
10. Сформулюйте основні складові задачі оптимізації і визначте місце моделі системи у цих складових.
11. Які моделі використовуються в статистичних методах прийняття рішень?

### Література

1. Алексеев В. М. Оптимальное управление / Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. – М. : Наука, 1979. – 430 с.
2. Бард И. Нелинейное оценивание параметров / Бард И. – М. : Статистика, 1979. – 349 с.
3. Батищев Д. И. Методы оптимального проектирования / Батищев Д. И. – М. : Радио и связь, 1984. – 248 с.
4. Бондарев В. М. Основы программирования / Бондарев В. М., Рублинецкий В. И., Качко Е. Г. – Харьков : Фолио, 1997. – 368 с.
5. Дубовой В. М. Програмування персональних комп'ютерів систем управління / В. М. Дубовой, Р. Н. Кветний. – Вінниця : ВДТУ, 1999. – 110 с.
6. Дубовой В. М. Контроль та керування в мережах теплопостачання : монографія / В. М. Дубовой, В. В. Кабачій, Ю. М. Паночишин. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. – 190 с.
7. Ефимов А. Н. Предсказание случайных процессов / Ефимов А. Н. – М. : Знание, 1976. – 64 с.
8. Краскевич В. Е. Численные методы в инженерных исследованиях / В. Е. Краскевич, К. Х. Зеленский, В. И. Гречко. – К. : Вища школа, 1986. – 263 с.
9. Льюис К. Д. Методы прогнозирования экономических показателей / Льюис К. Д. – М. : Финансы и статистика, 1986. – 318 с.

10. Математическое моделирование и оптимизация систем тепло-, водо-, нефте- и газоснабжения / [А. П. Меренков, Е. В. Сеннова, С. В. Сумароков и др.] – Новосибирск : ВО “Наука”, 1992. – 407 с.
11. Мышкис А. Д. Математика для вузов. Специальные курсы / Мышкис А. Д. – М. : Наука, 1971. – 632 с.
12. Гамм А. З. Наблюдаемость электроэнергетических систем / А. З. Гамм, И. И. Голуб. – М. : Наука, 1990. – 200 с.
13. Седжвик Р. Фундаментальные алгоритмы на С. Алгоритмы на графах ( пер. с англ.) / Седжвик Р. – СПб. : ДиаСофтЮП, 2003. – 480 с.
14. Рабочая книга по прогнозированию / (Редкол.: И. В. Бестужев-Лада (отв. ред.) [и др.]). – М. : Мысль, 1982. – 430 с.
15. Рябушкин Б. Г. Применение статистических методов в экономическом анализе и прогнозировании / Рябушкин Б. Г. – М. : Финансы и статистика, 1990. – 345 с.
16. Справочник по теории автоматического управления / [под ред. А. А. Красовского] – М. : Наука, 1987. – 712 с.
17. Четыркин Е. М. Статистические методы прогнозирования / Четыркин Е. М. – М. : Статиспоэд, 1997. – 200 с.
18. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления: оценивание параметров и состояния / Эйкхофф П. – М. : Мир, 1975. – 683 с.
19. Боровська Т. М. Основи кібернетики та дослідження операцій : навчальний посібник / Боровська Т. М., Колесник І. С., Северілов В. А. – Вінниця : ВДТУ, 2002. – 242 с.
20. Исмагилов И. И. Нечеткое прогнозирование количественных показателей сложных систем / И. И. Исмагилов, В. А. Зинкин // Исслед. по информ. – № 11. – Казань : Отечество, 2007. – С. 49–56.

*Навчальне видання*

**Дубовой Володимир Михайлович**

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ І МОДЕЛЮВАННЯ  
ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ І СИСТЕМ  
КЕРУВАННЯ**

Навчальний посібник

Редактор Т. Старічек

Оригінал-макет підготовлено В. Дубовим

Підписано до друку 07.12.2012 р.  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 20,3.  
Наклад 300 (1-й запуск 1-100) прим. Зам. № 2012-197.

Вінницький національний технічний університет,  
навчально-методичний відділ ВНТУ.  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к.114.  
Тел. (0432) 59-85-32.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті  
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95.  
ВНТУ, ГНК, к.114.  
Тел. (0432) 59-87-32.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.