

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Вінницький національний технічний університет

О. М. Васілевський,
В. Ю. Кучерук

**ОСНОВИ ТЕОРІЇ
НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ**

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2012

УДК 621.317: 389.14
ББК 30.10
В19

Рецензенти:

Ю. М. Туз, доктор технічних наук, професор
Ю. В. Куц, доктор технічних наук, професор
А. С. Зенкін, доктор технічних наук, професор

Рекомендовано до видання Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом підготовки «Метрологія та інформаційно-вимірювальні технології». Лист № 1/11-10881 від 22.11.11 р.

Васілевський, О. М.

В19 Основи теорії невизначеності вимірювань : навчальний посібник / О. М. Васілевський, В. Ю. Кучерук. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 172 с.
ISBN 978-966-641-454-3

У навчальному посібнику викладено основні положення міжнародного підходу до оцінювання якості вимірювань. Навчальний посібник містить послідовний виклад основ теорії невизначеності вимірювань, алгоритмів оцінювання невизначеностей, порядку додавання та форм подання невизначеностей вимірювань. Посібник відповідає вимогам державних стандартів України та навчальним програмам дисциплін «Основи теорії невизначеності вимірювань» та «Опрацювання результатів вимірювань, контролю та діагностика на основі теорії невизначеності вимірювань» і призначений для студентів напряму підготовки «Метрологія та інформаційно-вимірювальні технології», здобувачів та аспірантів спеціальностей 05.11.08, 05.11.13, 05.13.05, 05.02.01.

УДК 621.317: 389.14
ББК 30.10

ISBN 978-966-641-454-3

© О. Васілевський, В. Кучерук, 2012

З М І С Т

ВСТУП	6
1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ У ВИМІРЮВАННЯХ.....	8
1.1 Поняття невизначеності вимірювання	8
1.2 Систематизація невизначеностей вимірювання	11
1.3 Способи оцінювання стандартних невизначеностей	12
1.3.1 Оцінювання невизначеності за типом А	13
1.3.2 Оцінювання невизначеності за типом В	15
1.4 Форми подання складових невизначеностей	18
1.4.1 Форма подання стандартної невизначеності	20
1.4.2 Форма подання комбінованої невизначеності при некорельованих вхідних величинах	22
1.4.3 Форма подання комбінованої невизначеності при корельованих вхідних величинах	25
1.4.4 Форма подання розширеної невизначеності	28
1.4.5 Форма подання відносних невизначеностей	30
1.4.6 Критерій перевірки наявності кореляції між парами результатів вимірювань	31
Контрольні запитання	32
2 ВИДИ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ У ВИМІРЮВАННЯХ	33
2.1 Класифікація видів невизначеностей	33
2.1.1 Інструментальні невизначеності	33
2.1.2 Методичні невизначеності	34
2.1.3 Суб'єктивні невизначеності	35
2.2 Сфера застосування суб'єктивних вимірювань	37
2.3 Принцип невизначеності Гейзенберга.....	38
2.4 Принцип доповнюваності і співвідношення невизначеностей	39
2.5 Принцип суперпозиції	41
2.6 Критерій нікчемної невизначеності	42
Контрольні запитання	43
3 СПОСОБИ ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ НА ОСНОВІ КОНЦЕПЦІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ	44
3.1 Опрацювання результатів прямих вимірювань	44
3.1.1 Опрацювання результатів прямих вимірювань з одноразовими спостереженнями	44
3.1.2 Опрацювання результатів прямих вимірювань із багаторазовими спостереженнями	46
3.1.3 Опрацювання груп прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями	48
3.2 Опрацювання результатів опосередкованих вимірювань	53
3.2.1 Оцінювання некорельованих вхідних величин	54

3.2.2 Оцінювання корельованих вхідних величин	56
3.3 Опрацювання результатів сумісних вимірювань	57
3.4 Опрацювання результатів сукупних вимірювань	65
Контрольні запитання	68
4 ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ТА ПРИКЛАДИ ВИРАЖЕННЯ КОМПОНЕНТІВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ	69
4.1 Практичні рекомендації щодо вираження компонентів невизначеності	69
4.1.1 Випадковість та повторність спостережень	69
4.1.2 Кореляції	70
4.1.3 Необхідність оцінювання за типом В	72
4.1.4 Математично детерміновані розподіли	72
4.1.5 Запозичені вхідні значення	73
4.1.6 Вимірювані вхідні величини	74
4.1.7 Невизначеність зразка	77
4.2 Узагальнений алгоритм оцінювання та вираження невизначеностей вимірювань	78
4.3 Порівняльний аналіз двох підходів щодо вираження характеристик точності вимірювань	81
4.3.1 Методика перерахунку характеристик похибок в характеристики невизначеності вимірювань	87
4.3.2 Методика перерахунку характеристик невизначеності в характеристики похибки	90
4.4 Приклади опрацювання невизначеностей результатів вимірювань	91
4.4.1 Калібрування кінцевої міри довжини	91
4.4.2 Вимірювання активного і реактивного опорів	97
4.4.3 Калібрування термометра	102
4.4.4 Вимірювання активності	106
4.4.5 Вимірювання сили електричного струму	110
4.4.6 Багаторазові вимірювання частоти синусоїдального сигналу ...	115
4.4.7 Калібрування декількох груп спостережень еталона напруги ...	118
4.4.8 Опрацювання результатів вимірювань при вимірювальному контролі несинхронності обертання кутових швидкостей	121
4.4.9 Оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів	126
4.4.10 Оцінювання невизначеності комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії	130
4.4.11 Оцінювання невизначеності вимірювання моменту інерції ротора за амплітудою крутильних коливань	136
4.5 Рекомендації щодо складання звіту про невизначеність	141

Контрольні запитання	143
5 ВИРАЖЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИНАМІЧНИХ ВИМІРЮВАНЬ	144
5.1 Динамічні характеристики засобів вимірювальної техніки.....	144
5.2 Форма представлення динамічної невизначеності вимірювань...	148
5.3 Приклад оцінки динамічної невизначеності при вимірюванні віброприскорення.....	149
5.4 Невизначеність відновлення сигналів під час динамічних вимірювань.....	153
Контрольні запитання	157
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК	158
ДОДАТКИ.....	160
Додаток А. Значення коефіцієнта $t_p(v)$ для випадкової величини, що має розподіл Ст'юдента з v степенями вільності.....	161
Додаток Б. Квантиль F-розподілу при $p = 0,95$	162
Додаток В. Деякі перетворення Лапласа.....	163
Додаток Г. Зв'язок між динамічними характеристиками засобів вимірювальної техніки.....	164
Додаток Д. Таблиця інтегралів і їх перетворень.....	165
Додаток Е. Варіанти контрольних завдань.....	166
ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК	169

ВСТУП

При складанні звіту про результат вимірювання фізичної величини (physical size) необхідно подати кількісне зазначення якості результату так, щоб можна було правильно оцінити його надійність (reliability). Без такого зазначення результати вимірювань не можна порівняти ні між собою, ні з довідковими величинами, поданими у специфікації чи стандарті. Тому необхідно, щоб була легкоздійсненна, зрозуміла і загальноприйнята методика опрацювання результатів вимірювань на основі теорії невизначеності у вимірюваннях.

Поняття невизначеності як кількісної характеристики є порівняно новим у вимірюваннях, хоча похибка та аналіз похибки давно використовуються в метрології. На сьогоднішній день загальновизнано, що, коли вже оцінені всі відомі й допустимі компоненти похибки і внесені відповідні поправки, все ще залишається невизначеність відносно істинності встановленого результату, тобто сумніви у тому, наскільки добре результат вимірювання відображає значення вимірюваної величини (measuring size).

Так само як практично універсальне використання Міжнародної системи одиниць (SI) внесло узгодженість у всі наукові і технологічні вимірювання, так і всесвітня узгодженість у оцінюванні та вираженні невизначеності вимірювання повинна забезпечити належне розуміння і правильне використання широкого спектра результатів вимірювань в науці, техніці, торгівлі, промисловості. В еру світового ринку визначальним є те, щоб метод оцінювання і вираження невизначеності був однаковим у цілому світі, в результаті чого вимірювання, проведені в різних країнах, можна було легко порівняти.

Ідеальний метод оцінювання і визначення невизначеності результату вимірювання повинен бути універсальним: придатним для всіх видів вимірювань і для всіх типів вхідних даних, що використовуються у вимірюваннях.

Величина, яка безпосередньо використовується для вираження невизначеності, повинна бути внутрішньо узгоджена: безпосередньо виведена з компонентів, які її утворюють, а також не повинна залежати від групування цих компонентів і від їх розкладу на субкомпоненти; повинна бути можливість прямого використання невизначеності одного результату як компонента оцінювання невизначеності іншого, в якому використовується перший результат.

Далі, у багатьох галузях промисловості і торгівлі, а також у сферах здоров'я і безпеки часто необхідно подавати результат вимірювання з інтервалом, у якому, можливо, знаходиться більша частина розподілу значень, які обґрунтовано можуть характеризувати кількісно вимірювану величину. Таким чином, ідеальний метод оцінювання і визначення

невизначеності повинен забезпечувати такий інтервал, зокрема, інтервал з ймовірністю охоплення або рівнем довіри, які реально відповідають йому.

Цей навчальний посібник базується на методах, наведених у Рекомендації INC I (1980) «Вираження експериментальних невизначеностей» робочої групи з встановлення невизначеностей, яку скликало Міжнародне бюро мір і вагів (МБМВ) у відповідь на запит Міжнародного комітету мір і вагів (МКМВ).

Невизначеність результату вимірювання у загальному випадку складається з кількох компонентів, які можна згрупувати у дві категорії, залежно від способу оцінювання їх числового значення: тип А – компоненти, оцінені статистичними методами; тип В – компоненти, оцінені іншими способами.

Між поділом на категорії А та В і поділом на «випадкові» і «систематичні» невизначеності, які раніше використовувалися, не завжди існує проста відповідність. Вираз «систематична невизначеність» (systematic uncertainty) може бути незрозумілим, його потрібно уникати.

Кожний детальний звіт про невизначеності повинен містити повний перелік компонентів і для кожного з них – метод, який використовувався при одержанні його числового значення.

Компоненти категорії А характеризуються оціненими дисперсіями S_i^2 (або оціненими «стандартними відхиленнями» S_i) і числом степенів вільності. У випадку необхідності слід зазначити коваріації.

Компоненти категорії В повинні характеризуватися величинами U_j^2 , які можна розглядати як наближення до відповідних дисперсій, існування яких допускається. Величини U_j^2 можна розглядати як дисперсії, а U_j – як стандартні відхилення. При необхідності, коваріації повинні розглядатися аналогічно.

Комбінована невизначеність повинна характеризуватися числовим значенням, одержаним при застосуванні звичайного методу для складання дисперсій. Комбінована невизначеність і її компоненти повинні виражатися у формі «стандартних відхилень».

Якщо в окремих випадках для одержання загальної невизначеності комбіновану невизначеність необхідно множити на коефіцієнт, то коефіцієнт множення повинен бути завжди зазначений.

З огляду на те, що Рекомендації INC I на сьогоднішній день є фактично стандартом вираження якості вимірювань у міжнародній практиці, необхідно впровадження їх положень в державні нормативні документи, а також вивчення їх у програмах вузів при підготовці бакалаврів та магістрів з метрології.

1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ У ВИМІРЮВАННЯХ

1.1 Поняття невизначеності вимірювання

Слово невизначеність (uncertainty) означає сумнів, і, таким чином, у широкому сенсі «невизначеність вимірювання» означає сумнів щодо вірогідності результату вимірювання. Формальне означення терміна «невизначеність вимірювання» (uncertainty measuring) таке: **невизначеність вимірювання – параметр, пов'язаний з результатом вимірювання, який характеризує дисперсію значень, що можуть бути достатньо обгрунтовано приписані вимірюваній величині [1, 5].**

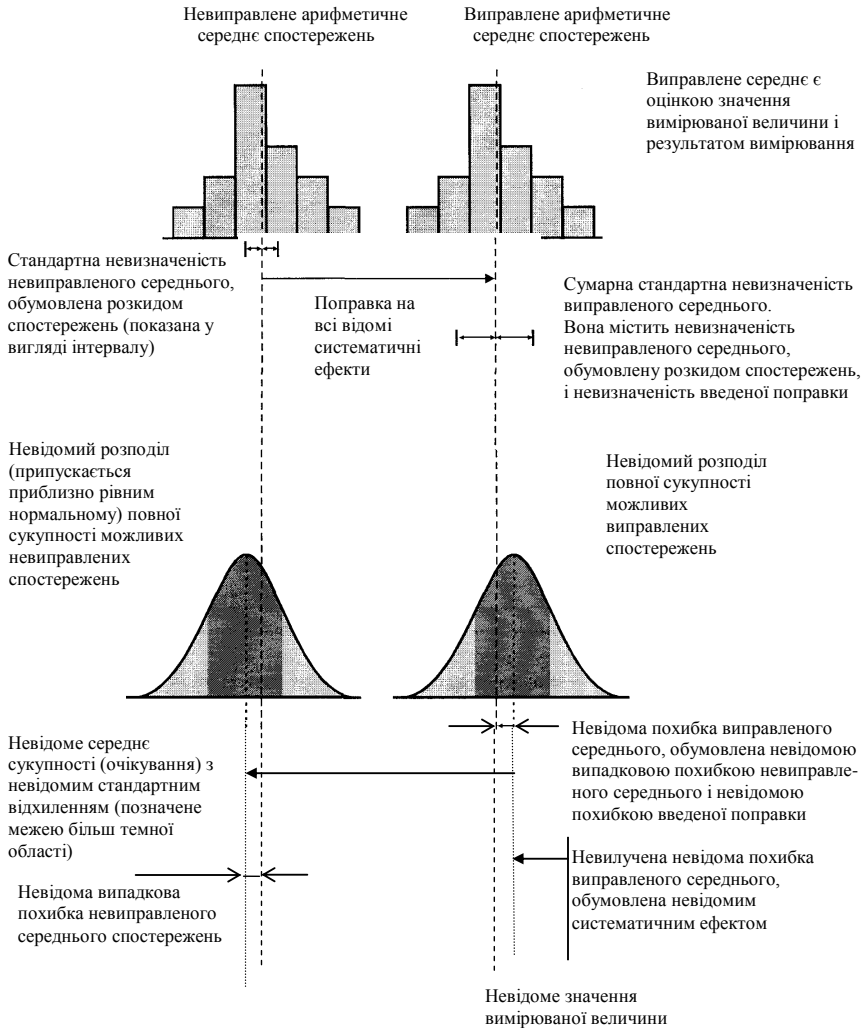
Невизначеність (непевність) результату вимірювання відображає відсутність точного знання значення вимірюваної величини. Результат вимірювання (measuring result) після внесення поправки на відомі систематичні ефекти залишається лише оцінкою значення вимірюваної величини через невизначеності внаслідок випадкових ефектів і неточної поправки результату на систематичні ефекти.

Результат вимірювання (після внесення поправки) може бути максимально близьким до значення вимірюваної величини (і тому мати дуже малу похибку), навіть якщо він має велику невизначеність. Таким чином, невизначеність результату вимірювання не можна плутати з невідомою похибкою, що залишилась.

Оскільки точні значення складової похибки результату вимірювання невідомі і непізнавані, то невизначеності, пов'язані з випадковими і систематичними ефектами, що призводять до похибки, можуть бути оцінені. Але, навіть якщо оцінені невизначеності незначні, немає ніякої гарантії, що похибка (fault) результату вимірювання буде незначною, тому що при визначенні поправки або в оцінюванні неповноти знання якийсь систематичний ефект може не враховуватися, оскільки він не був розпізнаний. Таким чином, невизначеність результату вимірювання необов'язково є вказанням на правдоподібність того, що результат вимірювання близький до значення вимірюваної величини; це просто оцінювання близькості результату вимірювання до найкращого значення, що відповідає наявним на цей час знанням.

Невизначеність (непевність) вимірювання, отже, виражає той факт, що для даної вимірюваної величини і для даного результату її вимірювання немає єдиного значення, а є нескінченне число значень, розсіяних навколо результату, який узгоджується з усіма спостереженнями та даними, а також зі знанням фізичного світу, який з різним ступенем упевненості може бути приписаний вимірюваній величині.

На рис. 1.1 наведено ілюстрацію значення невизначеності вимірювання. З цього рисунка видно, чому основна увага сконцентрована на невизначеності, а не на похибці [2, 5].



Рисуюнок 1.1 – Графічна ілюстрація значення невизначеності вимірювання

Точне значення похибки результату вимірювання, як правило, невідомо. Усе, що можна зробити – це оцінити значення вхідних величин, враховуючи поправки на відомі систематичні ефекти разом із їхніми стандартними невизначеностями (оціненими стандартними відхиленнями), обумовленими як невідомими розподілами ймовірностей, вибірки для яких одержують шляхом повторних спостережень, так і суб'єктивними або апріорними розподілами, заснованими на всій наявній інформації; а потім розрахувати результат вимірювання за допомогою оцінених значень вхідних величин і сумарної стандартної невизначеності цього результату; за допомогою стандартних невизначеностей у випадку, якщо є тверда впевненість у тому, що всі ці операції були виконані правильно і всі значимі систематичні ефекти були враховані. Можна припустити, що результат вимірювання є надійною оцінкою вимірюваної величини і що його сумарна стандартна невизначеність є надійною мірою її можливої похибки.

На практиці існує багато можливих джерел невизначеностей (непевностей) при вимірюваннях, зокрема такі:

- а) неповне визначення вимірюваної величини;
- б) неточна реалізація визначення вимірюваної величини;
- в) вибірка, що не відображається, – отримане значення може не відображати вимірювану величину;
- г) неточні відомості про вплив навколишнього середовища на вимірювання або недосконале вимірювання умов навколишнього середовища;
- д) суб'єктивна систематична похибка оператора при знятті показань з аналогових приладів (analog devices);
- е) кінцева роздільна здатність приладу або поріг чутливості (threshold of sensitiveness);
- ж) неточні значення, приписані еталонам, що використовуються при вимірюванні, стандартним зразкам речовин (standard standards of matters) і матеріалів;
- и) неточні значення констант і інших параметрів, які були отримані із зовнішніх джерел і використовуються в алгоритмі опрацювання даних;
- к) апроксимації і припущення, що використовуються у методі вимірювання і вимірювальній процедурі;
- л) зміни в повторних спостереженнях вимірюваної величини при явно однакових умовах.

Ці джерела необов'язково є незалежними, і деякі з джерел від (а) до (к) можуть вносити вклад у джерело (л). Звичайно, невідомий систематичний ефект не може бути внесений в оцінку невизначеності результату вимірювання, але він вносить вклад у його похибку.

Введення поняття «невизначеність вимірювання» є вимушеною мірою, необхідною для одноманітного і спрощеного оцінювання достовірності

вимірювання (evaluation of measuring authenticity), оскільки її визначення здійснюється на основі одержуваних результатів вимірювання, відомих умов вимірювань і характеристик використовуваної апаратури, а не на невідомому дійсному значенні вимірюваної величини.

1.2 Систематизація невизначеностей вимірювання

Невизначеності (непевності) вимірювання можна систематизувати за такими ознаками: за *способами оцінювання* та за *формами подання* (рис. 1.2) [1, 5, 7].

Всі невизначеності (непевності) за **способами оцінювання** поділяються на тип А і тип В. Метою поділу на тип А та В є показ двох різних способів оцінювання компонентів невизначеності, і він використовується тільки для зручності обговорення; він не призначений для показу того факту, що існує розходження в природі цих компонентів, що є результатом даних двох типів оцінювання. Обидва типи оцінювання базуються на розподілах ймовірностей, і компоненти невизначеності кожного типу кількісно визначаються дисперсією або стандартним відхиленням.

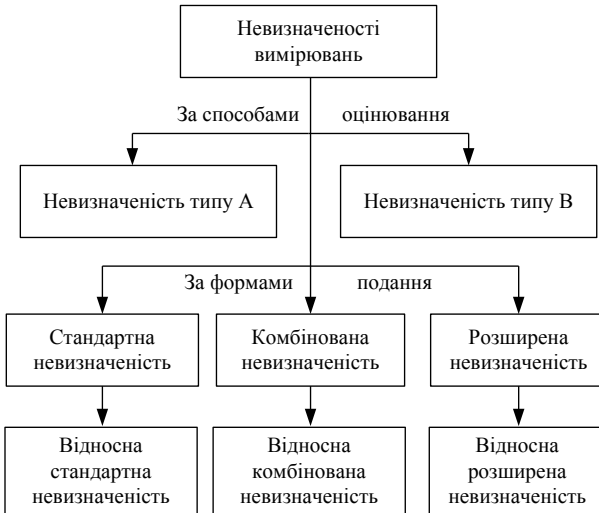


Рисунок 1.2 – Систематизація невизначеностей вимірювання

За типом А оцінюються невизначеності, що підлягають повторним вимірюванням до яких можна застосувати статистичні методи.

За типом В оцінюються невизначеності до яких статистичні методи застосувати не можливо. В таких випадках використовують інші відомі способи.

Що стосується систематизації невизначеностей **за формами подання**, то вони поділяються на стандартні, комбіновані, розширені, відносні стандартні, відносні комбіновані та відносні розширені.

Стандартна невизначеність – невизначеність (непевність), що виражається як стандартне (середньоквадратичне) відхилення.

Комбінована невизначеність – стандартна невизначеність (непевність), що отримується шляхом підсумовування всіх складових стандартних невизначеностей, пов'язаних з вимірюваною величиною.

Розширена невизначеність – інтервал навколо результату вимірювання, в межах якого ймовірно розташована більшість розподілу значень, які з достатнім обґрунтуванням можуть бути приписані вимірюваній величині.

Відносна стандартна невизначеність – відношення стандартної невизначеності до оцінки вимірюваної величини.

Відносна комбінована невизначеність – відношення комбінованої невизначеності до оцінки вихідної величини.

Відносна розширена невизначеність – відношення розширеної невизначеності до оцінки вихідної величини.

1.3 Способи оцінювання стандартних невизначеностей

Оцінка невизначеності, що характеризує точність методу вимірювання називається апіорною, її визначають:

а) під час розроблення методики вимірювання з метою регламентування приписаної невизначеності в усіх, передбачених методикою, умовах вимірювання;

б) при відсутності методики або приписаного значення невизначеності – перед вимірюванням, для оцінки можливої невизначеності.

На підставі усієї наявної інформації про причини і джерела невизначеностей обчислюють окремі складові невизначеностей за типом В, комбіновану невизначеність та розширену невизначеність. Підґрунтям апіорного оцінювання невизначеності є теорія ймовірності, яка дозволяє досліджувати і описувати закони розподілу випадкових величин.

Оцінка невизначеності для конкретних результатів вимірювання є апостеріорною, її визначають безпосередньо після вимірювання, за конкретних умов, за визначеною методикою із застосуванням конкретних типів засобів вимірювальної техніки (ЗВТ). Підґрунтям апостеріорного оцінювання невизначеності є методи математичної статистики, які можна

використати для оцінки міри розсіювання результатів багатократних спостережень.

1.3.1 Оцінювання невизначеності за типом А. Експериментальну дисперсію, яка характеризує складову невизначеності, отриману в результаті оцінювання за типом А, знаходять із рядів повторних спостережень, і вона є статистичною оцінкою дисперсії. Експериментальне стандартне відхилення отримують як позитивний квадратний корінь з дисперсії, позначають як u_A і для зручності називають стандартною невизначеністю типу А [1, 5].

Оцінка компонентів стандартної невизначеності за типом А заснована на розподілах частоти. Тому для оцінювання стандартної невизначеності за типом А необхідно провести n незалежних спостережень вимірюваної величини q в умовах повторюваності.

У більшості випадків найкращою доступною оцінкою математичного сподівання чи очікуваного значення μ_q величини q , що змінюється випадковим чином, є середнє арифметичне або середнє значення \bar{q} із n спостережень

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k . \quad (1.1)$$

Експериментальне стандартне відхилення (standard deviation), що характеризує змінність значень q_k , або, точніше, їхню дисперсію σ^2 щодо середнього значення \bar{q} , розраховують за формулою [2]

$$u_A(q_k) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2}{n - 1}} . \quad (1.2)$$

Оскільки за результат багаторазових вимірювань приймають середнє значення \bar{q} , то важливо оцінити його дисперсію.

Найкраща оцінка $\sigma^2(\bar{q}) = \sigma^2/n$ дисперсії середнього значення $u_A^2(\bar{q})$ виражається як

$$u_A^2(\bar{q}) = \frac{u_A^2(q_k)}{n} . \quad (1.3)$$

Експериментальна дисперсія середнього $u_A^2(\bar{q})$ і експериментальне стандартне відхилення середнього значення $u_A(\bar{q})$, що дорівнює позитивному квадратному кореню з оцінки дисперсії $u_A^2(\bar{q})$, кількісно визначають, наскільки добре \bar{q} оцінює очікування μ_k величини q .

З урахуванням виразів (1.2) та (1.3) експериментальне стандартне відхилення середнього значення $u_A(\bar{q})$ розраховується за формулою [2]

$$u_A(\bar{q}) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (q_k - \bar{q})^2}{n(n-1)}}. \quad (1.4)$$

Для зменшення стандартної невизначеності результату вимірювання доцільно виконувати вимірювання з багатократними спостереженнями. Кількість спостережень n доцільно збільшувати до тих пір, поки \bar{q} буде давати надійну оцінку очікування μ_q випадкової змінної q і щоб $u_A^2(\bar{q})$ забезпечувала надійну оцінку дисперсії $\sigma^2(\bar{q})$.

Стандартне відхилення оцінки стандартного відхилення середнього арифметичного $\sigma(u_A(\bar{q}))$ для нормального закону розподілу q визначається виразом [1, 4]

$$\sigma[u_A(\bar{q})] = \sigma(\bar{q}) \sqrt{1 - \frac{2\Gamma^2\left(\frac{n}{2}\right)}{(n-1)\Gamma^2\left(\frac{n-1}{2}\right)}}, \quad (1.5)$$

де $\Gamma(z)$ – Гамма-функція, що описується виразом

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad \text{при } z > 0. \quad (1.6)$$

Одержана з виразу (1.5) залежність відношення стандартного відхилення експериментального стандартного відхилення середнього арифметичного $u_A(\bar{q})$ до стандартного відхилення $\sigma(\bar{q})$ від числа спостережень приблизно описується виразом [1]

$$\frac{\sigma[u_A(\bar{q})]}{\sigma(\bar{q})} \approx \frac{1}{\sqrt{2(n-1)}}. \quad (1.7)$$

Якщо визнається можливість існування такого відхилення і його величина передбачається і може бути значною, то його можна описати за допомогою розподілу ймовірностей простого виду, заснованого на знанні, яке привело до висновку, що воно може існувати і бути значним. Таким чином, якщо імовірність розглядається як ступінь впевненості, що подія відбудеться, внесок такого систематичного ефекту може бути врахований у сумарній стандартній невизначеності результату вимірювання шляхом

оцінювання його як стандартної невизначеності апіорного розподілу ймовірностей і розгляду її таким же чином, як і будь-якої іншої стандартної невизначеності вхідної величини.

Наприклад: специфікація конкретної вимірювальної процедури потребує, щоб визначена вхідна величина була розрахована з конкретного розкладання в степеневий ряд, члени вищого порядку якого відомі неточно. Систематичний ефект, обумовлений неможливістю точно оцінити члени, веде до невідомого постійного відхилення, яке не можна експериментально визначити шляхом повторення процедури. Таким чином, невизначеність, пов'язану з цим ефектом, не можна оцінити і врахувати у невизначеності кінцевого результату вимірювання, якщо дотримуватися частотної інтерпретації імовірності. Однак тлумачення імовірності на основі ступеня впевненості дозволяє оцінити невизначеність, що характеризує ефект, із апіорного розподілу ймовірностей (отриманого з наявного знання про неточно відомі члени) і внести її в розрахунок сумарної стандартної невизначеності результату вимірювання подібно будь-якій іншій невизначеності.

На більш низьких рівнях перевіркої схеми, коли часто передбачається, що дані еталонів порівняння точно відомі, тому що вони були повірені національними лабораторіями первинних еталонів, невизначеність результату калібрування може містити лише одну стандартну невизначеність типу А, оцінену із згрупованого експериментального стандартного відхилення, що характеризує вимірювання.

1.3.2 Оцінювання невизначеності за типом В. Для оцінювання x_i вхідної величини X_i , яка не була отримана в результаті повторних спостережень, пов'язані з ними оцінені дисперсія $u^2(x_i)$ або стандартна невизначеність $u(x_i)$ визначаються на базі наукового судження, що базується на всій доступній інформації про можливу змінність X_i . Тобто, стандартну невизначеність типу В одержують з передбачуваної функції щільності вірогідності, заснованої на ступені впевненості в тому, що подія обов'язково відбудеться (ця вірогідність часто називається суб'єктивною вірогідністю).

Фонд інформації може містити [2, 5]:

- дані про вигляд розподілу ймовірностей;
- невизначеності констант і довідкових даних;
- специфікація виробника, дані, що наводяться у свідченнях про повірку, калібрування чи в інших сертифікатах;
- дані, отримані в результаті досвіду, або загальні знання про поведінку і властивості відповідних матеріалів та засобів вимірювальної техніки (ЗВТ);
- дані попередніх вимірювань.

Правильне використання фонду доступної інформації для оцінювання стандартної невизначеності за типом В вимагає інтуїції, заснованої на досвіді та загальних знаннях, і є майстерністю, яка приходить з практикою. Слід визнати, що оцінка стандартної невизначеності за типом В може бути такою ж надійною, як і оцінка за типом А, особливо у вимірювальній ситуації, коли оцінювання за типом А ґрунтується на невеликій кількості статистично незалежних спостережень.

Якщо оцінка x_i береться зі специфікації виробника, свідоцтва про перевірку, довідника або іншого джерела та її невизначеність дається як деяке кратне стандартного відхилення, то стандартну невизначеність $u(x_i)$ можна прийняти рівною зазначеному значенню, поділеному на множник, і оцінена дисперсія $u^2(x_i)$ буде дорівнювати квадрату цієї частки.

Наприклад: свідоцтво про калібрування підтверджує, що напруга U_s зразкового засобу вимірювання з номінальним значенням 0,1 В складає 100007 мкВ і що невизначеність цього значення дорівнює 0,1 мкВ на рівні трьох стандартних відхилень. Тоді стандартна невизначеність зразкового засобу вимірювання напруги дорівнює $u(U_s) = (0,1 \text{ мкВ})/3 = 33,33 \text{ нВ}$. Оцінена дисперсія є $u^2(U_s) = (33,33 \text{ нВ})^2 = 1110,89 \text{ нВ}^2$.

Наведена невизначеність величини x_i необов'язково дається у вигляді кратного стандартного відхилення. Замість цього можна зустріти, що згадана невизначеність визначає інтервал, довірчий рівень якого складає 90, 95, 99 або 99,73%. Якщо не зазначено інше, то можна припустити, що використовувався нормальний розподіл для обчислення згаданої невизначеності, і стандартну невизначеність для x_i одержують діленням наведеної невизначеності на відповідний коефіцієнт для нормального розподілу. Коефіцієнти, що відповідають вищевказаним трьом рівням довіри, дорівнюють: 1,64; 1,96; 2,58 і 3.

Наприклад: свідоцтво про калібрування підтверджує, що опір еталонного резистора R_s із номінальним значенням 100 Ом складає 100,000125 Ом \pm 235 мкОм при 25°C і що згадана невизначеність 235 мкОм визначає інтервал, що складає 99,73% довірчого рівня. Стандартну невизначеність резистора можна прийняти як $u(R_s) = (235 \text{ мкОм})/3 = 78,33 \text{ мкОм}$. Оцінена дисперсія буде дорівнювати $u^2(R_s) = (78,33 \text{ мкОм})^2 = 6,14 \cdot 10^9 \text{ Ом}^2$.

Розглянемо випадок, коли, опираючись на доступну інформацію, можна підтверджувати, що існує можливість, п'ятдесят-на-п'ятдесят, того, що значення вхідної величини X_i знаходиться в інтервалі від α_- до α_+ (іншими словами, можливість того, що X_i знаходиться в цьому інтервалі, складає 0,5 або 50 відсотків). Якщо можна припустити, що розподіл можливих значень X_i приблизно нормальний, то найкращу оцінку x_i величини X_i можна прийняти як середню точку цього інтервалу. Далі, якщо половина ширини цього інтервалу позначається як $\alpha = (\alpha_+ - \alpha_-)/2$, то можна прийняти $u(x_i) = 1,48\alpha$, тому що для нормального розподілу зі

сподіванням μ і стандартним відхиленням σ інтервал $\mu \pm \sigma/1,48$ охоплює приблизно 50% розподілу.

Якщо, базуючись на наявній інформації, можна стверджувати, що ϵ приблизно 2 із 3 шансів, що значення X_i знаходиться в інтервалі від α_- до α_+ , то, іншими словами, імовірність того, що X_i знаходиться в цьому інтервалі, складає біля 0,67. Тоді з достатньою підставою можна прийняти $u(x_i) = \alpha$, тому що для нормального розподілу зі сподіванням μ і стандартним відхиленням σ інтервал $\mu \pm \sigma$ охоплює приблизно 68,3 відсотка розподілу.

В інших випадках можна оцінити лише межі (верхню і нижню) для X_i , зокрема, стверджувати, що імовірність того, що значення X_i знаходиться в інтервалі від α_- до α_+ для всіх практичних цілей, дорівнює одиниці і імовірність того, що X_i перебуває за межами цього інтервалу, дорівнює нулю. Якщо немає конкретних відомостей про можливі значення X_i всередині інтервалу, то можна тільки припустити, що з однаковою імовірністю X_i може знаходитися в будь-якому місці в його межах (рівномірний або прямокутний розподіл можливих значень). Тоді x_i , сподівання або очікуване значення X_i є середньою точкою інтервалу, $x_i = (\alpha_+ + \alpha_-)/2$, із відповідною дисперсією

$$u^2(x_i) = (\alpha_+ - \alpha_-)^2/12. \quad (1.8)$$

Якщо різницю між границями $\alpha_+ - \alpha_-$ позначити як 2α , тоді з рівняння (1.9) отримуємо

$$u^2(x_i) = \alpha^2/3. \quad (1.9)$$

Коли компонент невизначеності, отриманий таким чином, дає значний внесок у невизначеність результату вимірювання, має сенс одержати додаткові дані для її подальшого визначення.

Наприклад: у специфікаціях виробника для цифрового вольтметра вказується, що в інтервалі від року до двох років після калібрування приладу його похибка в діапазоні 1 В дорівнює показу, помноженому на $14 \cdot 10^{-6}$, плюс діапазон, помножений на $2 \cdot 10^{-6}$. Припустимо, що прилад використовується через 20 місяців після калібрування для вимірювання різниці потенціалів V в діапазоні 1 В та встановлено, що середнє арифметичне ряду незалежних повторних спостережень V дорівнює $\bar{V} = 0,928571$ В при стандартній невизначеності $u(\bar{V}) = 12$ мкВ, обчисленій за типом А. Оцінку за типом В стандартної невизначеності, пов'язаної зі специфікаціями виробника, можна одержати в припущенні, що зазначена похибка дає симетричні границі адитивної поправки до \bar{V} , $\Delta \bar{V}$ сподівання, рівного нулю, і при рівній імовірності перебування в будь-

якому місці в інтервалі. Півширина α симетричного прямокутного розподілу можливих значень \bar{V} тоді дорівнює $\alpha = (14 \cdot 10^{-6}) \cdot (0,928571 \text{ В}) + (2 \cdot 10^{-6}) \cdot (1 \text{ В}) = 15 \text{ мкВ}$, і з рівняння $(1.9) u^2(\Delta \bar{V}) = 75 \text{ мкВ}^2$, а $u(\Delta \bar{V}) = 8,7 \text{ мкВ}$. Оцінка значення вимірюваної величини V , для простоти позначена тим же самим символом V , виражається як $V = \bar{V} + \Delta \bar{V} = 0,928571 \text{ В}$. Сумарну стандартну невизначеність цієї оцінки одержують як суму стандартної невизначеності \bar{V} , що дорівнює 12 мкВ , обчисленої за типом А, зі стандартною невизначеністю $\Delta \bar{V}$, що дорівнює $8,7 \text{ мкВ}$, обчисленою за типом В. Сумарна дисперсія, пов'язана з V , визначається як $u_c^2(V) = u^2(\bar{V}) + u^2(\Delta \bar{V}) = 2,19 \cdot 10^{-12} \text{ В}^2$, а сумарна стандартна невизначеність $u_c(V) = 15 \text{ мкВ}$.

При оцінюванні складових невизначеностей важливо не вести повторного підрахунку складової невизначеності. Якщо компонент невизначеності, що виникає від конкретного ефекту, оцінюється за типом В, то він повинен бути внесений як незалежний компонент невизначеності при обчисленні комбінованої невизначеності результату вимірювання тільки до того ступеня, щоб ефект не вносив вклад у виявлену змінність спостережень. Це пояснюється тим, що невизначеність, обумовлена тією частиною ефекту, що вносить вклад у спостережувану змінність, вже врахована у компоненті невизначеності, отриманому зі статистичного аналізу спостережень.

1.4 Форми подання складових невизначеностей

Вимірювана величина Y функціонально залежить від цілого ряду вхідних величин X_1, X_2, \dots, X_N , це можуть бути як безпосередньо вимірювані величини, так і величини, що впливають на результат вимірювання (фізичні параметри навколишнього середовища, напруга живлення, параметри зовнішніх полів). Цей зв'язок виражається за допомогою рівняння вимірювання (equalization of measuring), яке, в загальному випадку, має такий вигляд

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N). \quad (1.10)$$

Самі вхідні величини X_1, X_2, \dots, X_N , від яких залежить вихідна величина Y , можна розглядати як вимірювані величини, і вони самі можуть залежати від інших величин, враховуючи поправки і поправкові коефіцієнти на систематичні ефекти, що веде до складної функціональної залежності f , яка ніколи не може бути записана точно. Крім того, f можна визначити експериментально, або вона може існувати тільки як алгоритм, що повинний бути реалізований чисельно. Функцію f варто інтерпретувати як функцію, що містить кожен величину, враховуючи всі поправки і

поправкові коефіцієнти, що можуть внести значну складову в результат вимірювання.

Таким чином, якщо дані показують, що f не моделює вимірювання до ступеня, обумовленого необхідною точністю результату вимірювання, то додаткові вхідні величини повинні бути внесені в f для усунення неадекватності. Це може вимагати введення вхідної величини для відображення неповного знання явища, що впливає на вимірювану величину. Проте рівняння (1.10) може бути настільки елементарним як $Y=X_1-X_2$. Воно відображає моделі, наприклад, порівняння двох визначень однієї і тієї ж величини X .

Набір вхідних величин X_1, X_2, \dots, X_N можна розділити на такі категорії:

- величини, чий значення і невизначеності визначаються безпосередньо у вимірюванні. Ці значення і невизначеності можна одержати, наприклад, у результаті одного спостереження, повторних спостережень або висновку, заснованого на досвіді. Вони можуть вимагати визначення поправок до показань приладу і поправок на такі впливні величини, як навколишня температура, атмосферний тиск і вологість;

- величини, чий значення і невизначеності вносяться у вимірювання із зовнішніх джерел, такі, як величини, пов'язані з атестованими еталонами, стандартними зразками речовин і матеріалів або стандартними довідковими даними.

Оцінку вимірюваної величини Y , позначену y , одержують із рівняння (1.10), використовуючи вхідні оцінки x_1, x_2, \dots, x_N для N значень величин X_1, X_2, \dots, X_N . Таким чином, вихідна оцінка y , яка є результатом вимірювання, виражається таким чином

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N). \quad (1.11)$$

У деяких випадках оцінку y можна одержати з

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_k = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^k f(X_{1,k}, X_{2,k}, \dots, X_{N,k}). \quad (1.12)$$

Таким чином, y береться як середнє арифметичне (middle arithmetic) або як середнє значення n незалежних визначень Y_k величини Y ; при цьому кожне визначення має одну невизначеність і кожне засновано на повному наборі спостережуваних значень N вхідних величин X_i , отриманих у той же самий час. Цьому способу усереднення замість: $y=f(X_1, X_2, \dots, X_N)$, де $\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_{i,k}$ – є середнім арифметичним окремих спостережень $X_{i,k}$, можна віддати перевагу, коли f є нелінійною функцією

вхідних величин X_1, X_2, \dots, X_N , але два підходи є ідентичними, якщо f є лінійною функцією.

1.4.1 Форма подання стандартної невизначеності. Вихідними даними для визначення стандартної невизначеності типу А є результати багаторозових вимірювань. Стандартну невизначеність типу А одноразового вимірювання визначають за формулою (1.2). А стандартну невизначеність типу А середнього значення визначають за формулою (1.4).

Складові стандартної невизначеності типу В, як правило визначають на основі інформації про верхні і нижні границі $[\alpha_-; \alpha_+]$ передбачуваного (апріорно визначеного) закону розподілу чи через інтервал U , що має заданий довірчий рівень p .

Для визначення стандартної невизначеності типу В потрібно взяти позитивний квадратний корінь з добутку довірчого рівня кожного значення та квадрата відхилення цього значення і всі добутки такого виду додати. Таким чином, загальний вигляд формули для обчислення стандартної невизначеності типу В при дискретних даних має вигляд

$$u_B(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(x_i - \sum_{i=1}^n x_i p_i \right)^2 p_i} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 p_i}. \quad (1.13)$$

Для неперервної вхідної величини X стандартна невизначеність (непевність) типу В обчислюється за формулою

$$u_B(X) = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \left(x - \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx \right)^2 p(x)dx} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 p(x)dx}. \quad (1.14)$$

Якщо для значення величини X_i можна оцінити верхню та нижню границю $[\alpha_-; \alpha_+]$, то стандартні невизначеності типу В, в припущенні про можливий вигляд закону розподілу, можна визначити за формулами [1, 2, 5]:

а) для трикутного закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{\alpha_+ - \alpha_-}{\sqrt{24}}; \quad (1.15)$$

б) для трапецеїдального закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{[\alpha_+ - \alpha_-] \sqrt{1 + \beta^2}}{\sqrt{24}}, \quad (1.16)$$

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

Основна література

1. Захаров И. П. Теория неопределенности в измерениях : учеб. пособие [для студ. высш. учеб. зав.] / И. П. Захаров, В. Д. Кукуш; М-во образования и науки Украины. – Харьков : Консум, 2002. – 256 с. – ISBN 966-7920-24-0.
2. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений» : МИ 2552-99. – Офиц. изд. – Санкт-Петербург : ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1999. – 27 с.
3. Методика обґрунтування рівнянь вимірювань та оцінки методичної складової похибки (невизначеності) результатів вимірювань : МІ 13.002-2003. – Офиц. вид. – Харків : ХДНДІМ, 2003. – 11 с.
4. Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій : ДСТУ ISO/IEC 17025-2001. – [Чинний від 2001 – 01 – 01]. – К. : Держстандарт України, 2001. – 31 с. – (Національний стандарт України).
5. Руководство по выражению неопределенностей измерения = Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement : [научн. редактор Слаев В. А.]. – Санкт-Петербург : НПО ВНИИМ им. Д. М. Менделеева, 1999. – 134 с.
6. Васілевський О. М. Алгоритм оцінювання невизначеності у вимірюваннях при виконанні метрологічних робіт / О. М. Васілевський // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – № 3 (7). – 2006. – С. 147–151.
7. Поджаренко В. О. Опрацювання результатів вимірювань на основі концепції невизначеності : [навч. посібник] / В. О. Поджаренко, О. М. Васілевський, В. Ю. Кучерук. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 128 с.
8. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю : [навч. посібник] / Є.Т. Володарський, В.В. Кухарчук, В.О. Поджаренко, Г.Б. Сердюк. – Вінниця : ВДТУ, 2001. – 219 С.
9. Васілевський О. М. Практикум з метрологічного нагляду за засобами вимірювання : [практикум] / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 87 с.
10. Васілевський О. М. Елементи теорії підвищення точності вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів взаємозв'язаних електромоторів : [монографія] / О. М. Васілевський, П. І. Кулаков. – Вінниця : ВНТУ, 2011. – 176 с. – ISBN 978-966-641-420-8.
11. Васілевський О. М. Оцінка невизначеності вихідних сигналів засобів вимірювальної техніки в динамічних режимах роботи / О. М. Васілевський // Системи обробки інформації. – Харків, 2010. – № 4 (85). – С. 81–84.

Додаткова література

12. Guidelines for the Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibrations : Doc. 19 / Western European Calibration Cooperation, 1990. – 17 p.
13. Рекомендации по межгосударственной стандартизации. ГСИ. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений» : РМГ 43-2001. – Офиц. изд. – Минск : Издательство стандартов, 2002. – 20 с.
14. Кунце Х. И. Методы физических измерений / Кунце Х. И. – М. : Мир, 1989. – 216 с.
15. Giacomo P. The expression of Experimental Uncertainties (Recommendation INC-1) / P. Giacomo // Metrologia. – 1981. – № 11. – P. 73.
16. Захаров І. П. Взаємне перерахування похибок та невизначеності вимірювань / І. П. Захаров // Стандартизація, сертифікація, якість. – 2005. №5. – С. 49-56.
17. Коцюба А. Процедура оцінювання невизначеності вимірювання випробувальної лабораторії / А. Коцюба, В. Новіков // Стандартизація, сертифікація, якість. – 2003. – № 1. – С. 39–41.
18. Сопрунок П. М. Неопределенность результатов измерений при контроле асинхронности вращения электромеханических преобразователей / П. М. Сопрунок, А. Н. Василевский, Ю. А. Чабанюк // Системы обработки информации. – 2006. – Выпуск 7 (56). – С. 72–75.
19. Василевский А. Н. Неопределенность измерительного канала активности ионов при контроле гумусового состояния почв с помощью ион-селективных электродов / А. Н. Василевский, В. А. Поджаренко, В. Н. Дидыч // Системы обработки информации. – 2008. – Выпуск 4 (71). – С. 85–87.
20. Васілевський О. М. Оцінювання невизначеності вимірювання моменту інерції ротора за амплітудою крутильних коливань / О. М. Васілевський, А. В. Поджаренко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – № 4. – 2009. – С. 5–9.
21. Аналіз динамічних метрологічних характеристик вимірювального перетворювача вібрації : наук. пр. IV Міжнародної науково-техн. конф. [«Метрологія та вимірювальна техніка»], (Харків, 12 – 14 жовтня 2004 р.) / Держ. комітет України з питань техн. регулювання та споживчої політики; головн. ред. Г. С. Сидоренко. – Харків : Національний наук. цент «Інститут метрології», 2004. – Т. 2. – С. 130–132.
22. Васілевський О. М. Комп'ютерно-вимірювальна система контролю якості електроенергії загального призначення та аналіз її невизначеностей / О. М. Васілевський // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – № 1 (11). – 2008. – С. 21–26.

ДОДАТКИ

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

А

Апостеріорне оцінювання, 11	aposteriori evaluation
Апріорне оцінювання, 11	apriori evaluation

В

Вимірювана величина, 18, 26, 35, 40, 92, 107	measuring size
Впливні величини, 19	vplivni sizes

Д

Дискретність вимірюваної величини, 33	discreteness of measurand
Дисперсія, 15, 22, 26, 39, 49, 52, 63, 70, 73, 83, 120	dispersion
Довірчий інтервал, 25	confidence interval
Довірчий рівень, 90	level of trust
Дробовий ефект, 33	fractional effect

К

Коефіцієнт охоплення, 24, 45, 55, 81, 114, 120	coefficient of scope
Корельовані вхідні величини, 24, 55, 70	correlated entrance sizes

М

Моделювання об'єктів вимірювання, 33	design of the obektiv measuring
--------------------------------------	---------------------------------

Н

Надійність, 5	reliability
Неадекватність моделі, 33	model inadequacy
Невизначеність, 7, 11, 16	uncertainty
- вимірювання, 7, 9, 11, 15, 39, 44, 115, 124	uncertainty measuring
- моделювання, 32, 33	uncertainty design
- розширена, 11, 26, 61, 86, 114, 125, 132 – 134	extended uncertainty
- специфікації, 33 – 36, 41	uncertainty of specification
- стандартна, 9, 11, 13, 19 – 21, 39, 46, 53, 63, 86	uncertainty of standard
- сумарна, 11, 36, 80, 124, 134	uncertainty of summary

О

Опосередковані вимірювання, 52	indirect measuring
--------------------------------	--------------------

- некорельовані, 54	uncorrelated
- корельовані, 55	uncorrelated
Оцінювання достовірності вимірювання, 10, 33	evaluation of measuring authenticity

П

Поріг чутливості, 9	threshold of sensitiveness
Похибка, 7, 9, 34, 40, 83	fault
Прямі вимірювання, 42, 46, 48	direct measurings

Р

Результат вимірювання, 7, 25, 29, 46 – 48, 51, 118	measuring result
Рівномірний закон розподілу, 20, 112, 117, 128, 131	even law of distributing
Рівняння вимірювання, 18, 24, 121, 125	equalization of measuring
Розкид значень, 21, 46, 51, 86, 125, 129	variation of values
Розподіл Ст'юдента, 26	distributing of St'yudenta
Розподіл Фішера, 50	distributing of Fisher
Розширена невизначеність, 11, 26, 86, 114, 125	extended uncertainty
Ряд Тейлора, 22, 100	row of Teylora

С

Середнє арифметичне, 12, 19, 39, 47 – 50, 54, 116	middle arithmetic
Систематична невизначеність, 6, 86	systematic uncertainty
Систематична похибка вимірювання, 9, 34	systematic error of measuring
Стандартне відхилення, 11 – 14, 19, 26, 39, 47	standard deviation
Стандартні зразки речовин, 9	standard standards of matters
Ступені вільності, 30, 50, 96, 100	degrees of liberty
Ступінь кореляції, 23, 79, 80	degree of correlation
Суб'єктивні невизначеності, 32, 33, 41	subektivna uncertainty

Т

Точність вимірювання, 33, 36	measuring exactness
------------------------------	---------------------

Ф

Фізична величина, 5, 11, 33, 35, 70	physical size
-------------------------------------	---------------

Навчальне видання

**Васілевський Олександр Миколайович
Кучерук Володимир Юрійович**

ОСНОВИ ТЕОРІЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ

Навчальний посібник

Редактор В. Дружиніна

Оригінал-макет підготовлено О. Васілевським

Підписано до друку 24.02.2012/ Формат 29,7×42 ¼.
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 11,5.
Наклад 300 (1-й запуск 1-100) прим. Зам. № 2012-032.

Вінницький національний технічний університет,
навчально-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-87-36.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-87-38.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

