

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

М. С. Юхимчук, С. М. Москвіна

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ЛОГІЧНИМИ
УПРАВЛЯЮЧИМИ ПРИСТРОЯМИ**

Монографія

Вінниця
ВНТУ
2015

УДК 519.876.5+681.5.017
ББК 22.18+32.965
Ю94

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 11 від 26.06.2014 р.)

Рецензенти:

Р. Н. Кветний, доктор технічних наук, професор
В. М. Лисогор, доктор технічних наук, професор

Юхимчук, М. С.

Ю94 Математичне моделювання автоматичних систем з логічними управляючими пристроями : монографія / М. С. Юхимчук, С. М. Москвіна. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 124 с.
ISBN 978-966-641-603-5

В монографії розглядається моделювання, дослідження, проектування та ефективне використання автоматичних систем з логічними законами управління для цього потрібно визначити залежність режимів роботи системи від її структури, від параметрів елементів, величини та виду зовнішнього впливу, параметричних збурень, оцінити стійкість системи. Оскільки більшість таких систем відносяться до класу релейних систем та систем з логічними управляючими пристроями, то в монографії розглядається сучасний стан методів моделювання та дослідження процесів в нелінійних автоматичних системах.

УДК 519.876.5+681.5.017
БК 22.18+32.965

ISBN 978-966-641-603-5

© М. Юхимчук, С. Москвіна, 2015

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП	6
1 АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ МОДЕЛЮВАННЯ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ЛОГІЧНИМИ УПРАВЛЯЮЧИМИ ПРИСТРОЯМИ	8
1.1 Особливості функціонування систем з логічними управляючими пристроями.....	8
1.2 Методи моделювання автоматичних систем з релейними пристроями	13
1.3 Особливості математичного моделювання автоматичних систем з логічними управляючими пристроями	21
1.4. Методи оцінки стійкості автоматичних систем управління з логічними управляючими пристроями	26
1.5 Аналіз параметричних збурень, що впливають на роботу автоматичних систем з логічними управляючими пристроями	29
2 МЕТОД МОДЕЛЮВАННЯ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ 3 ЛОГІЧНИМИ УПРАВЛЯЮЧИМИ ПРИСТРОЯМИ ПРИ НЕКОНТРОЛЬОВАНИХ ЗМІНАХ ЇХ ПАРАМЕТРІВ.....	31
2.1 Загальний підхід до моделювання автоматичних систем з логічними управляючими пристроями при змінненні їх параметрів, що відбуваються за рахунок параметричних збурень	31
2.2 Метод моделювання автоматичної системи з логічними управляючими пристроями при впливі на них неконтрольованих параметричних збурень	36
2.3 Отримання математичних співвідношень для визначення коефіцієнтів гармонічної лінеаризації логічних управляючих пристроїв при впливі на них неконтрольованих параметричних збурень	42
2.4 Узагальнений підхід до аналізу впливу неконтрольованих параметричних збурень на стійкість автоматичних системи з логічними управляючими пристроями.....	52
3 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ВПЛИВУ НЕКОНТРОЛЬОВАНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ ЗБУРЕНЬ НА СТІЙКІСТЬ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ЛОГІЧНИМИ УПРАВЛЯЮЧИМИ ПРИСТРОЯМИ	55

3.1 Математичні моделі автоколювань при впливі неконтрольованих параметричних збурень в системі	55
3.2 Метод оцінки впливу неконтрольованих параметричних збурень на стійкість автоматичних систем з логічними управляючими пристроями.....	64
3.3 Метод аналізу стійкості автоматичних систем з логічними управляючими пристроями при впливі неконтрольованих параметричних збурень	72
3.4 Аналіз адекватності математичних моделей автоколювань при впливі неконтрольованих параметричних збурень в автоматичних системах з логічними управляючими пристроями....	84
4 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЗАСТОСУВАННЯ РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ ТА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ЛОГІЧНИМИ УПРАВЛЯЮЧИМИ ПРИСТРОЯМИ ПРИ ВПЛИВІ НЕКОНТРОЛЬОВАНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ ЗБУРЕНЬ	88
4.1 Узагальнена методика дослідження автоматичних систем з управляючими логічними пристроями при впливі неконтрольованих параметричних збурень	88
4.2 Комп'ютерна програма для дослідження автоматичних систем з управляючими логічними пристроями при впливі неконтрольованих параметричних збурень	92
4.3 Моделювання автоматичних систем з логічними управляючими пристроями при впливі неконтрольованих параметричних збурень в системі управління пожежогасінням на залізничному транспорті	98
ВИСНОВКИ.....	102
ЛІТЕРАТУРА	104
Додаток А Таблиця значень функцій X та Y для апроксимації.....	115
Додаток Б Зміни керуючих сигналів U_x , U_y і керуючого впливу U при різних значеннях зсуву фаз φ	116
Додаток В Таблиці різних значень кутів перемикання.....	118
Додаток Г Аналоги фазових траєкторій автоматичних систем з логічними управляючими пристроями при впливі неконтрольованих параметричних збурень.....	120

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АЧХ	амплітудно-частотна характеристика;
АУП	автоматична установка пожежогасіння;
ЛУП	логічний управляючий пристрій;
ЛЧ	лінійна частина;
НЧ	нелінійна частина;
НС	нелінійна система;
ННОУ	нелінійний нестационарний об'єкт управління;
НОУ	нелінійний об'єкт управління;
ПЗ	параметричні збурення;
РЕ	релейний елемент;
РС	релейна система;
ТП	технологічний процес;
ФЧХ	фазо-частотна характеристика;
ФТ	фазова траєкторія.

ВСТУП

В наш час розвитку промисловості в Україні важливою задачею є розробка високотехнологічних автоматичних систем управління, які забезпечують високонадійне управління складними нелінійними нестационарними об'єктами. Збільшені вимоги до якості та точності управління приводять до необхідності використання законів логічного управління. Для формування таких законів управління в автоматичних системах застосовуються логічні управляючі пристрої, які дають можливість покращити динамічні властивості таких систем.

Логічне управління нині широко використовується при керуванні нестационарними об'єктами, параметри яких і завади, що діють на ці об'єкти в процесі їх роботи, змінюються в широких межах. Із самої сутності такого управління випливає, що динаміка автоматичних систем цього класу описується нелінійними диференціальними рівняннями.

Для дослідження режимів роботи системи та залежності їх від параметрів елементів в інженерній практиці широке застосування знаходять наближені методи моделювання і, зокрема, метод гармонічної лінеаризації, які дають можливість визначити вищі гармоніки та уточнити амплітуду й частоту основної гармоніки. При цьому слід особливо підкреслити, що дуже важко забезпечити незмінність параметрів систем будь-якого класу при їх використанні у реальних промислових умовах, в яких практично неможливо позбутися від таких неконтрольованих збурень як температура, вологість, запиленість, вібрації, електромагнітні завади, тощо. Першою задачею аналізу автоматичних систем управління з логічними управляючими пристроями є задача оцінки їх стійкості. Задача про абсолютну стійкість нелінійних нестационарних автоматичних систем була поставлена радянськими вченими А. І. Лур'є та В. Н. Постніковим в 1944 році [33]. Це була перша спроба визначення стійкості систем зі змінними параметрами. В розв'язок цієї задачі внесли вклад Н. Н. Красовський [27], В. Я. Якубович [101], А. М. Летов [32], Б. І. Мокін, С. В. Юхимчук, зарубіжні дослідники А. Акер, М. Фрідман, Г. Зеймс, Дж. Віллемс. Румунський вчений В. М. Попов запропонував критерій стійкості, який дозволяв визначати стійкість систем, параметри нелінійних елементів яких змінюються під дією різноманітних факторів. У 1973 році Є. С. П'ятницьким було доведено, що критерій В. М. Попова не є необхідною умовою абсолютної стійкості [53]. Новий підхід до розв'язання задач оцінки стійкості систем при зміні параметрів запропонував російський вчений В. Л. Харітонов [71].

Однак, існуючі методи моделювання автоматичних систем з логічними управляючими пристроями не враховують зміни параметрів релейних давачів, що формують вхідні сигнали логічних управляючих пристроїв при впливі на них неконтрольованих параметричних збурень. Такі зміни можуть призвести до того, що самі автоколивання стають нестійкими.

Тому потребує розв'язання задача моделювання та дослідження параметрів автоколивань в автоматичних системах, що керуються логічними управляючими пристроями, при неконтрольованих змінах параметрів сигналів релейних датчиків. При цьому необхідно розв'язати такі задачі: провести аналіз параметричних збурень, що виникають в процесі функціонування систем у реальних промислових умовах, сприяють появі неконтрольованих змін їх параметрів та впливають на роботу автоматичних систем з логічними управляючими пристроями; розробити метод моделювання автоматичної системи з управляючими логічними пристроями (ЛУП) при впливі на них неконтрольованих параметричних збурень; розробити узагальнений підхід до аналізу впливу неконтрольованих параметричних збурень на стійкість автоматичних системи з ЛУП; отримати математичні співвідношення для визначення коефіцієнтів гармонічної лінеаризації логічних управляючих пристроїв при впливі на них неконтрольованих параметричних збурень; розробити математичні моделі автоколивань при впливі неконтрольованих параметричних збурень в системі; розробити метод оцінки впливу неконтрольованих параметричних збурень на стійкість автоматичних систем з ЛУП; розробити метод аналізу стійкості автоматичних систем з ЛУП при впливі неконтрольованих параметричних збурень; розробити узагальнену методіку дослідження автоматичних систем з ЛУП при впливі неконтрольованих параметричних збурень, яка дозволить визначити залежність режимів роботи системи від її структури, від параметрів її елементів, величини та виду зовнішнього впливу, параметричних збурень, і оцінити стійкість системи на етапах розробки, проектування та особливо в процесі експлуатації системи, коли час на прийняття рішень і відповідне налаштування систем обмежений.

Метою цієї роботи є розробка нових та удосконалення існуючих підходів та методів моделювання автоматичних систем з логічними управляючими пристроями для забезпечення стійкого функціонування таких систем в реальних промислових умовах, що сприяють появі неконтрольованих змін їх параметрів.

1 АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ МОДЕЛЮВАННЯ АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ З ЛОГІЧНИМИ УПРАВЛЯЮЧИМИ ПРИСТРОЯМИ

Для дослідження, проектування та ефективного використання автоматичних систем з логічними законами управління необхідно мати можливість визначити залежність режимів роботи системи від її структури, від параметрів елементів, величини та виду зовнішнього впливу, параметричних збурень, оцінити стійкість системи. Оскільки більшість таких систем відносяться до класу релейних систем та систем з логічними управляючими пристроями, то розглянемо сучасний стан методів моделювання та дослідження процесів в нелінійних автоматичних системах.

1.1 Особливості функціонування систем з логічними управляючими пристроями

В сучасній техніці знаходять широке застосування логічні пристрої різних типів [2, 6, 7, 11, 18, 35, 39, 60, 61]. Їх особливістю є те, що вони здійснюють переробку вхідної інформації в управляючі команди у відповідності з заданим логічним алгоритмом.

Так, в автоматизованих системах управління складними технологічними процесами комплекс управляючих логічних пристроїв здійснює послідовність логічних операцій управління (переключень), захисту та сигналізації. В цих системах основними функціями управляючих логічних пристроїв є контроль ходу процесу і стану обладнання; управління виконавчими механізмами в режимах пуску, зупинок, зміни навантаження, включення регуляторів, розпізнавання аварійних ситуацій; сигналізація про них та їх попередження.

Отже більшість таких систем протягом довготривалого часу змінюють (або підтримують незмінними) певні фізичні величини (координати рухомого об'єкта, швидкість руху, електричну напругу, частоту, температуру, тиск, гучність звуку тощо) в заданому управляючому процесі. До таких систем можна віднести автоматичні регулятори, системи спостереження, автопілоти, системи управління курсом тощо. Особливістю структури таких систем є наявність зворотного зв'язку, який дозволяє інформацію про стан об'єкту управління передати в пристрій керування. Тобто системи, що розглядаються у роботі, відносяться до класу замкнених нелінійних систем [5], які включають релейні системи та системи з логічними управляючими пристроями.

Як показано в [1, 4, 8, 60, 61, 67, 72], використання нелінійних законів управління, що визначаються різноманітними нелінійними рів-

няннями управляючого пристрою, значно розширює можливості доцільного змінення якості процесу управління. Незважаючи на те, що не має загальної теорії нелінійних алгоритмів, дослідження та використання певних видів таких алгоритмів показує їх велику практичну ефективність [45, 65]. Це визначає актуальність їх теоретичного вивчення.

В [6] наводиться класифікація нелінійних алгоритмів управління, яка включає:

- функціональні;
- логічні;
- оптимізуючі;
- параметричні.

Нелінійні алгоритми управління порівняно з лінійними надають системам управління принципово нові властивості. Якщо при лінійному алгоритмі завжди виробляється сигнал пропорційний вхідній змінній або її похідній, то при нелінійному алгоритмі може суттєво змінюватись сам характер дії системи керування на об'єкт в залежності від величини вхідного впливу. Тобто, для лінійних систем зміна відхилення це зміна тільки масштабу але не форми процесів, а для нелінійних систем можлива зміна форми процесу навіть до принципових якісних змін процесів.

На даний час в умовах збільшення вимог до якості і точності в сучасних системах управління складними об'єктами, параметри яких під впливом діючих збурень змінюються в широких діапазонах, приводять, врешті решт, до необхідності використання в автоматичних системах логічних нелінійних законів управління, а саме: законів логічного управління, які реалізуються за допомогою не функціональних, але менш чи більш складних логічних пристроїв.

Слід відмітити, що в системах автоматичного управління логічні пристрої використовуються для покращення динамічних властивостей системи; вони формують управляючий вплив – логічний закон управління. В цих системах логічний управляючий пристрій є складовою частиною регулятора. Вихідний сигнал логічного пристрою змінюється при реалізації на його входах певних умов, заданих логічним алгоритмом. Для реалізації логічної функції можуть бути використані такі нелінійні елементи як електромагнітні реле, тригери, електронні перемикачі, магнітні підсилювачі та інші елементи.

Так, в широко розповсюджених в даний час системах охоронної та пожежної сигналізації, системах обмеження доступу, системах телевізійного спостереження, використовують релейні елементи для формування заданих законів управління системою.

Однак, заміна в таких системах релейних елементів на ЛУП дозволяє суттєво покращити динамічні властивості системи та стійкість роботи, забезпечити створення складних логічних законів управління, збільшення точності, надійності функціонування системи та високо-економічність процесу управління з точки зору витрат електроресурсу за допомогою простих технічних засобів. Так, на рисунку 1.1 представлений фрагмент функціональної схеми системи регулювання температури в теплиці.

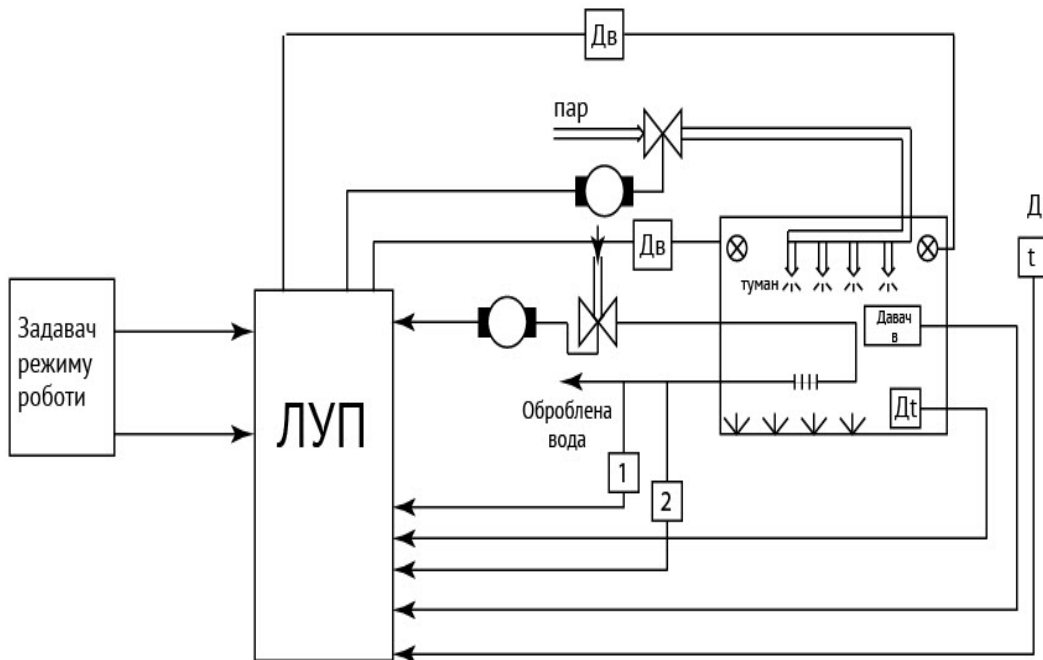


Рисунок 1.1 – Фрагмент функціональної схеми автоматичної системи регулювання температури в теплиці

Основним принципом роботи системи в теплиці є запуск/відключення електрообладнання, а саме:

- спрацьовування температурного датчика всередині теплиці приводить до запуску/відключення системи вентиляції, підігріву, зволоження повітря, наприклад – температура повітря у приміщенні нижча заданої – запускається система підігріву повітря, тобто збільшується температура повітря у приміщенні;
- вентиляція запускається у випадку збільшеної температури або вологості повітря, виключаючи умови, коли температура повітря у приміщенні стає вищою заданої;
- спрацьовування датчика вологості, налагодженого на мінімум, приводить до автоматичного запуску системи зволоження повітря.

Інша система, фрагмент функціональної схеми якої зображений на рисунку 1.2, призначена для автоматичного регулювання температури процесу випарювання соку в цукровому виробництві за допомогою датчиків, релейних елементів та ЛУП, який формує логічний закон управління.

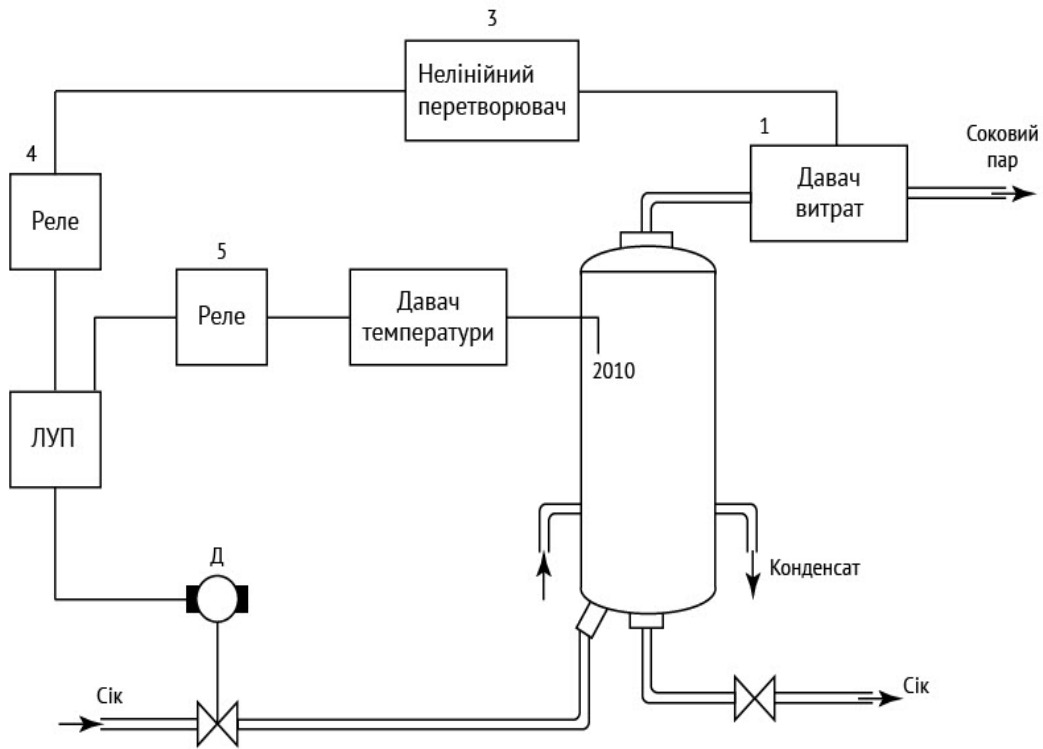


Рисунок 1.2 – Фрагмент функціональної схеми автоматичної системи регулювання температури процесу випарювання соку в цукровому виробництві

Сік готується при високій температурі, яка контролюється датчиком, сік випарюється в випарному апараті, вниз заливається вода, яка починає нагріватися, і пара підіймається догори, підігріває екстракт із цукрового буряку. ЛУП контролює процес випарювання, поки сік не починає стікати через спеціальний кран, отриманий продукт стерилізується під дією температури.

Системи відеоспостереження за технологічними процесами необхідні в тих випадках, коли присутність людини поруч зі спостережуваним об'єктом небажана, небезпечна чи просто неможлива. Такі системи також складаються з релейних елементів та ЛУП і тому при проектуванні і експлуатації таких систем виникають вище розглянуті задачі.

Як показано в [73], особливої уваги з точки зору надійності та стійкості, потребують системи пожежної сигналізації, а саме – систе-

ми пожежогасіння. На даний час ведуться роботи з впровадження на залізничному транспорті України самохідного швидкісного автоматизованого пожежного поїзда, здатного гасити пожежі за допомогою автоматичних систем пожежогасіння.

Узагальнимо структурні схеми релейних систем з ЛУП. Така структурна схема зображена на рисунку 1.3.

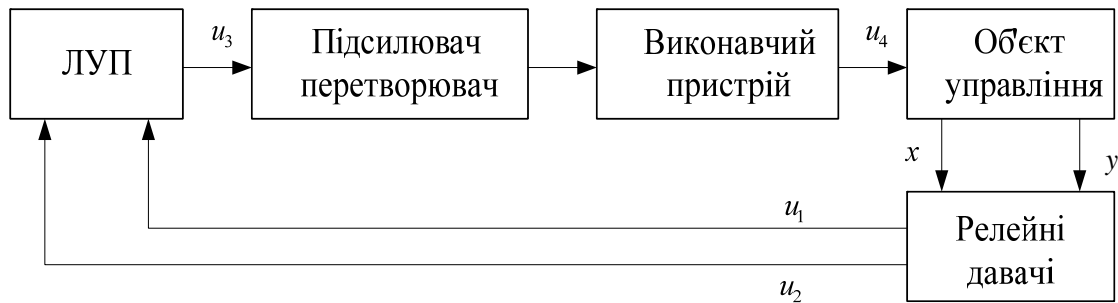


Рисунок 1.3 – Схема замкненої автоматичної системи з логічним управляючим пристроєм

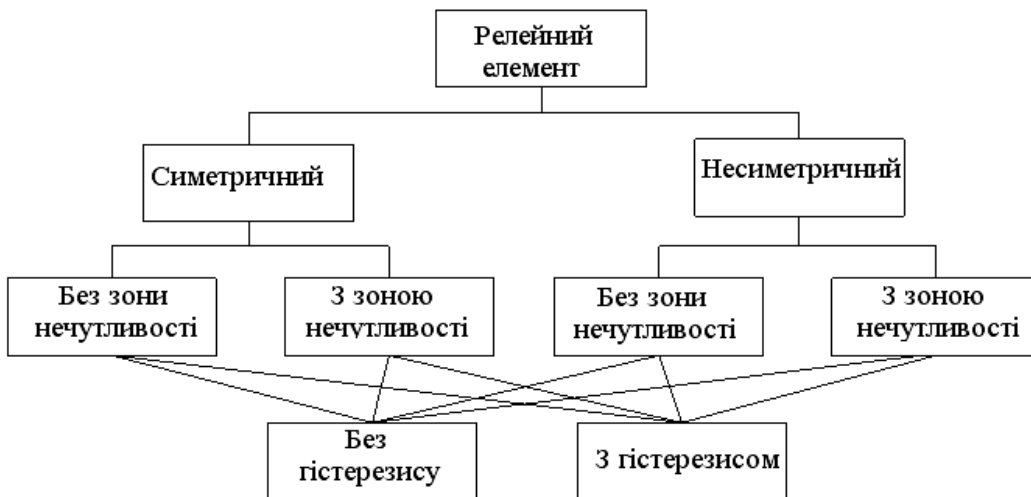
При проектуванні та експлуатації автоматичних систем з ЛУП постає задача дослідження, аналізу, прогнозування впливу параметричних збурень елементів системи, що можуть призвести не тільки до суттєвого зниження характеристик надійності та стійкості систем, але й до виходу системи з ладу. Це особливо важливо для систем пожежогасіння [88], відеоспостереження та інших систем критичного застосування.

Слід відмітити, що особливістю багатьох автоматичних систем з релейними елементами, які працюють за логічними законами управління, є наявність автоколивань, які для систем одного класу є головним робочим режимом, а для систем іншого класу – є причиною переходу системи в нестійкий стан. Так для вимірювання низки механічних величин, в першу чергу лінійних та кутових швидкостей та прискорень, широко використовуються ІВС, які побудовані на основі електромеханічних компенсаційних систем, що працюють у режимі автоколивань [40, 72].

Як показано вище, роботи сучасних наукових шкіл дозволяють розв'язувати задачі аналізу лише обмеженого класу нелінійних нестационарних систем. Тому розробка методів дослідження таких систем є актуальною науковою проблемою, розв'язання якої дає можливість створювати нові методи моделювання такого класу систем, розробляти пристрої з показниками, що перевищують існуючі.

1.2 Методи моделювання автоматичних систем з релейними пристроями

Добре відомо [72], що сама назва релейних систем обумовлюється наявністю в їх структурі різноманітних релейних елементів, класифікація яких представлена на рисунку 1.4. Завдяки значному збільшенню потужності релейних елементів, а також простоті та швидкодії, релейні системи знайшли широке застосування в різноманітних областях техніки [22, 46]. Одною з характерних особливостей релейних автоматичних систем є можливість виникнення періодичних рухів, які підтримуються як за рахунок зовнішніх періодичних збудників, так і за рахунок сил, які залежать від стану системи. Такі періодичні рухи називають автоколивальними, або інколи – автоколиваннями [21]. Дослідження таких рухів зводиться до встановлення факту існування цього виду руху, до визначення його частоти і амплітуди, і, нарешті, до дослідження стійкості такого руху [65, 103, 104].



Рисунку 1.4 – Класифікація релейних систем за видом характеристики релейного елемента

Точне визначення умов існування автоколивань, їх частоти і амплітуди, а також дослідження стійкості автоколивань в загальному випадку для нелінійних систем є достатньо складною задачею. Але для релейних систем, завдяки специфічним властивостям релейних елементів, ця задача може бути вирішена порівняно просто.

При наявності автоколивань всі величини, що характеризують стан релейної системи, змінюються періодично [64, 105, 106]. Зрозуміло, якщо вхідна величина релейного елемента є періодичною функцією, то вихідна величина релейного елемента, яка надходить на лінійну частину системи, буде являти собою періодичну послідовність

прямокутних імпульсів, яка буде визначати форму вихідної величини релейного елемента в періодичному режимі роботи розглядуваних систем.

Дослідження періодичних режимів в релейних системах і, частково, автоколивань зводиться до вивчення впливу періодичної послідовності прямокутних імпульсів на лінійну частину системи і пошуку її параметрів, що задовольняють умові існування періодичних режимів [72].

Розглянемо існуючий узагальнений підхід до моделювання релейних систем на прикладі найпростішої релейної автоматичної системи (рисунок – 1.5) у вигляді послідовного з'єднання релейної ланки та лінійної частини системи, які охоплені від'ємним зворотним зв'язком, причому на вхід цієї системи подається сигнал $f(t)$, на вхід релейного елемента подається сигнал $x(t)$, на його виході – $y(t)$, а вихідний сигнал лінійної частини розглядуваної системи $z(t)$.

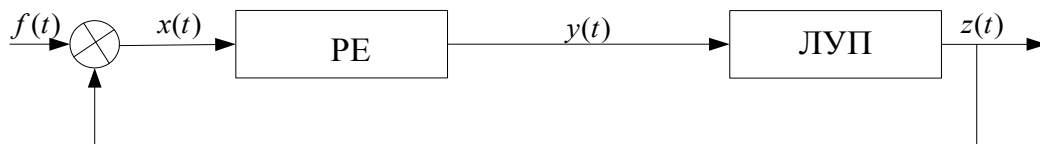


Рисунок 1.5 – Структура найпростішої релейної автоматичної системи

Зрозуміло, що автоколивання в релейних автоматичних системах являють собою періодичний режим, причому, якщо в релейній автоматичній системі мають місце автоколивання, то всі величини, які характеризують її стан, змінюються періодично з частотою автоколивань $\omega = \omega_0$.

Якщо позначити періодичні зміни $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ через $\tilde{x}(t)$, $\tilde{y}(t)$, $\tilde{z}(t)$, то рівняння замкненої релейної системи буде мати вигляд:

$$L\{\tilde{x}(t)\} = -W(p)L\{\Phi(\tilde{x}(t); \sigma)\}, \quad (1.1)$$

де $W(p)$ – передатна функція лінійної частини релейної системи; $Y(p) = L\{\Phi(\tilde{x}(t); \sigma)\}$ – рівняння релейного елемента в операторній формі.

Рівняння (1.1) для розімкненої релейної автоматичної системи буде мати той же вигляд

$$L\{\tilde{z}(t)\} = -W(p)L\{\Phi(\tilde{x}(t); \sigma)\}. \quad (1.2)$$

Розв'язок рівнянь (1.1), (1.2) повинен задовольняти умови переми-
кання, які визначаються виглядом характеристики релейного елемента $\Phi(x; \sigma)$ (рисунок 1.6)

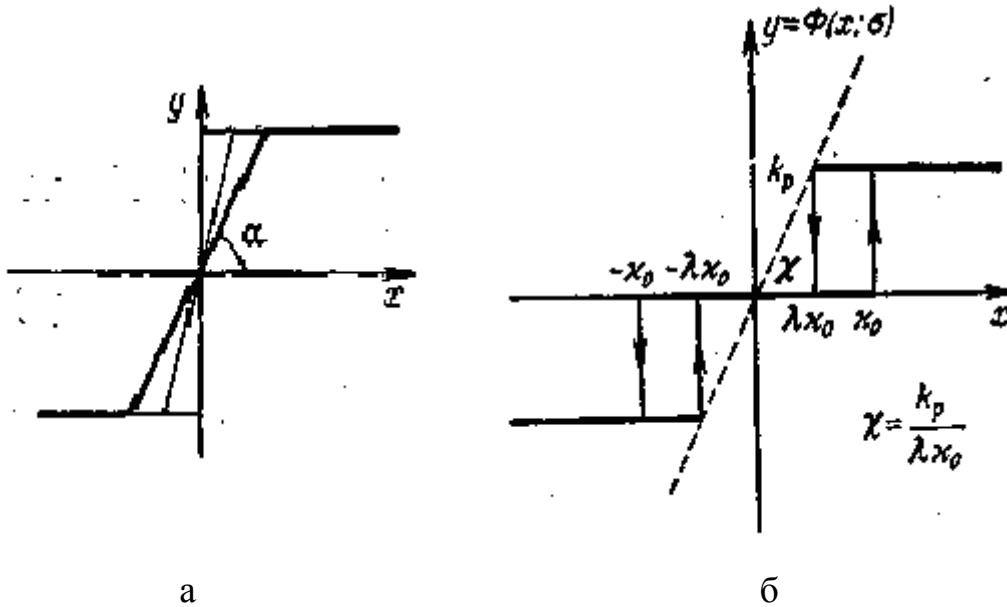


Рисунок 1.6 – Характеристика релейного елемента:
а – без зони нечутливості;
б – з зоною нечутливості і гістерезисом.

Так, в [72] розглядаються умови відповідного моменту переключення і напрямку переключення для автоколивальних режимів найпростіших релейних систем при різних характеристиках релейних елементів (при наявності і відсутності зони нечутливості і гістерезису) представлені на рисунку 1.6.

Такі умови є умовами існування автоколивань в релейних системах [21, 46]. Для отримання простих, але достатньо загальних результатів в [73] розглядається релейна система без зони нечутливості і гістерезису. Для цього релейну систему розмикають на вході релейного елемента і подають на вхід розімкненої системи гармонічний періодичний сигнал з частотою ω_0 . Зрозуміло, в установлюваному режимі, вихідна величина лінійної частини системи, а відповідно, і розімкненої релейної системи $z(t)$ описуватимуться періодичною функцією $\tilde{z}(t)$, яку можна визначити за допомогою співвідношень, наведених в [65].

Так, в [72] показано, що якщо ця періодична функція $\tilde{z}(t)$ всередині інтервалу $0 < t < \frac{\pi}{\omega}$ не буде дорівнювати 0, тобто в загальному

випадку зсув фаз між вхідним сигналом $\tilde{x}(t)$ та вихідним $\tilde{z}(t)$ буде відрізняться від π , то цей зсув фаз є функцією частоти ω вхідного сигналу $\tilde{x}(t)$. При змінненні частоти ω зовнішнього періодичного впливу буде змінюватися і цей зсув фаз, при цьому можлива ситуація, коли при деякому значенні частоти зовнішнього впливу $\omega = \omega_0$ зсув фаз дорівнюватиме π . Тоді, якщо вихід і вхід релейної системи замкнуті таким чином, щоб $\tilde{z}(t) = -\tilde{x}(t)$, та одночасно зняти зовнішній вплив, то в системі не відбудеться ніяких змін, тому що $\tilde{z}(t)$ не залежить від форми вхідної величини релейного елемента. Таким чином в системі будуть мати місце коливання тієї ж частоти ω_0 , але ці коливання виникають не за рахунок зовнішнього впливу, а за рахунок стану замкненої релейної системи, тобто в системі мають місце автоколивання.

Як показано в роботі [73], зсув фаз між $\tilde{x}(t)$ та $\tilde{z}(t)$ буде дорівнювати π , коли виконуються умови

$$\left. \begin{aligned} \tilde{z}\left(\frac{\pi}{\omega_0}\right) &= 0; \\ \dot{\tilde{z}}\left(\frac{\pi}{\omega_0}\right) &> 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

Причому, якщо остання нерівність у співвідношенні (1.3) буде протилежною, то зсув фаз буде дорівнювати нулю; якщо врахувати умови замикання $\tilde{x}(t) = -\tilde{z}(t)$ для замкненої релейної системи, то співвідношення (1.3) можна представити у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}\left(\frac{\pi}{\omega_0}\right) &= 0, \\ \dot{\tilde{x}}\left(\frac{\pi}{\omega_0}\right) &< 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

Умови (1.3) та (1.4) визначають умови балансу фаз, які є умовами виникнення автоколивань в автоматичних систем з ЛУП.

Причому в [72] відмічається, що баланс амплітуд в цьому випадку не є визначальним, тому що при відсутності зони нечутливості вихідна величина розімкненої релейної системи $\tilde{z}(t)$ не залежить від амплітуди зовнішнього вхідного сигналу, а при наявності зони нечутливості у релейному елементі зміна амплітуди вхідного сигналу буде вплива-

ти лише на зсув фаз і відносну тривалість імпульсів на виході релейного елемента. Знайдені умови існування автоколивань передбачають, що $\tilde{x}(t)$ неперервна. Тобто в момент переключення $t = \frac{\pi}{\omega_0}$ праве і ліве

значення похідної $\dot{\tilde{x}}(t)$ повинні бути рівними, тобто задовольняти умову:

$$\dot{\tilde{x}}^+ \left(\frac{\pi}{\omega_0} \right) = \dot{\tilde{x}}^- \left(\frac{\pi}{\omega_0} \right). \quad (1.5)$$

Якщо $\tilde{x}(t)$ при $t = \frac{\pi}{\omega_0}$ не задовольняє умові (1.5), тобто

$\dot{\tilde{x}}^+ \left(\frac{\pi}{\omega_0} \right) \neq \dot{\tilde{x}}^- \left(\frac{\pi}{\omega_0} \right)$, то в цьому випадку умови відповідного напрямку переключення стають невизначеними. Оскільки факт переключення релейного елемента є наслідком стану системи, який є на момент переключення, то умови переключення будуть визначатися у вигляді співвідношень, отриманих в [52],

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{x} \left(\frac{\pi}{\omega_0} \right) < -\chi_0; \\ \dot{\tilde{x}}^- \left(\frac{\pi}{\omega_0} \right) < 0, \end{array} \right\} \quad (1.6)$$

Таким чином, при наявності стрибка $\tilde{x}(t)$ в моменти переключення, умова існування автоколивань при наявності гістерезису представляються виразами, запропонованими в [72, 52]:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{\tilde{x}}^- \left(\frac{\pi}{\omega_0} \right) < 0; \\ \dot{\tilde{x}}^- \left(\gamma \frac{\pi}{\omega_0} \right) < 0. \end{array} \right\} \quad (1.7)$$

де $\chi_0 > 0$ відповідає додатному гістерезису, тобто спрацювання реле відбувається при значенні вхідного сигналу $x = \chi_0$, а $\chi_0 < 0$ – негативному гістерезису, тобто спрацювання реле відбувається при значенні вхідного сигналу $x = \chi_0$.

При наявності зони нечутливості і гістерезису умови існування автоколивань запишуться у вигляді, отриманому в [64],

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}\left(\frac{\pi}{\omega_0}\right) < -\chi_0; \\ \dot{\tilde{x}}\left(\frac{\pi}{\omega_0}\right) < 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}\left(\gamma \frac{\pi}{\omega_0}\right) < \lambda \chi_0; \\ \dot{\tilde{x}}\left(\gamma \frac{\pi}{\omega_0}\right) < 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

де $0 < \lambda < 1$ – для додатного гістерезису, $\lambda > 1$ – для від’ємного гістерезису, а $\chi_0 > 1$. Підкреслимо, що поняття додатного і від’ємного гістерезису вперше введений академіком Я. З. Ципкіним в роботі [73].

Як показано в [13, 68, 107] несиметричні автоколивання можуть бути викликані низкою причин. В релейних автоматичних системах із стійкою лінійною частиною несиметричні автоколивання виникають при наявності постійного впливу, а в релейних автоматичних системах з нейтральною лінійною частиною – при наявності зовнішнього впливу, який змінюється лінійно. Несиметричні автоколивання виникають також в тих випадках, коли характеристика релейного елемента не симетрична, наприклад, зсунута вздовж осі координат [63, 69].

Як показано в [72], після визначення умов виникнення автоколивань в релейних системах, необхідно визначити їх частоту і амплітуду. При цьому найчастіше така задача розв’язується [10, 64, 74, 93] шляхом використання методів гармонічної лінеаризації, які дозволяють використовувати методи аналізу лінійних систем. Якщо припустити, що релейна ланка системи має статичну характеристику по амплітуді $J(A)$ (де A – амплітуда вхідного сигналу ланки), амплітудно-частотна характеристика лінійної частини системи визначається виразом $|W(j\omega)|$ (де ω – кругова частота вхідного сигналу), то для замкненої релейної системи із зворотним одиничним від’ємним зв’язком її характеристичне рівняння буде мати вигляд

$$J(A)|W(j\omega)| + 1 = 0. \quad (1.10)$$

Розв'язок рівняння (1.10) дозволяє визначити амплітуду автоколивань A релейної системи та частоту автоколивань ω . Рівняння (1.10) можна розв'язати як аналітично, так і графічно [15].

В [63] показано, що автоколивання можуть фізично спостерігатися в системах лише в тому випадку, коли вони стійкі. Тому після встановлення існування можливих періодичних рухів (автоколивань) важливе значення має визначення їх стійкості.

Якщо $\tilde{x}(t)$ являє собою автоколивальний рух, то стійкість цього руху, аналізують за станом релейної автоматичної системи, тобто по поведінці близьких до автоколивального руху збурених рухів

$$x(t) = \tilde{x}(t) + \xi(t), \quad (1.11)$$

де $\xi(t)$ – відхилення від стаціонарного автоколивального руху, яке викликане достатньо малим збуренням.

Якщо після припинення достатньо малого збурення відхилення, часом прямує до нуля, тобто

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = 0, \quad (1.12)$$

то досліджувані автоколивання є, як показано в [50], асимптотично стійкими. Зрозуміло, що якщо при вказаних вище умовах зі збільшенням часу $|\xi(t)|$ необмежено зростає, то автоколивання не є стійкими.

Отримане таким чином лінійне рівняння, називається рівнянням першого наближення або рівнянням в варіаціях, яке у випадку, що розглядається, має, як показано в [24, 64, 108], періодичні коефіцієнти. Якщо розв'язок рівняння в варіаціях $\xi(t)$ з часом прямує до нуля, то, як показано в [72], автоколивальний рух є стійким, причому стійким асимптотично, які б не були відкинуті в вихідному рівнянні нелінійні члени. У випадку необмеженого збільшення $\xi(t)$ автоколивальний рух не є стійким. Якщо розв'язок рівняння в варіаціях $\xi(t)$ не прямує з плином часу до нуля, але обмежений за абсолютною величиною, то неможливо зробити висновок про стійкість або нестійкість автоколивань без розгляду відкинутих раніше нелінійних членів. Цей випадок, як показано в [38, 109], відноситься до критичного, що визначено в [37, 50, 111], дослідження стійкості якого є достатньо складною математичною задачею.

Для дослідження асимптотичної стійкості автоколивань, яку інколи називають в [73, 112] стійкістю «в малому», можна використати відомі методи, які дозволяють розв'язати таку задачу аналітичним

шляхом, запропонованим в [31, 110, 113]. Сутність цих методів полягає в тому, що розглядаються розв'язки, які близькі до знайденого періодичного і досліджується відхилення між ними.

Дослідження стійкості зводиться до дослідження коренів характеристичних рівнянь, які породжуються деякими різницевиими рівняннями. Автоколивання частоти ω_0 будуть стійкими, якщо всі корені y_μ характеристичного рівняння

$$\psi(y) = \sum_{\nu=1}^n c_\nu y^{\lambda_\nu \frac{\pi}{\omega_0}} \frac{1}{1 + e^{\lambda_\nu \frac{\pi}{\omega_0}}} \cdot \frac{1}{z + e^{\lambda_\nu \frac{\pi}{\omega_0}}} = 0, \quad (1.13)$$

будуть за модулем менші одиниці, тобто якщо $|y_\mu| < 1$, $\mu = 1, 2, \dots, n - 1$ [12].

При наявності кратних або нульових полюсів λ_ν у передатній функції лінійної частини системи $W(p)$ вираз для $\psi(z)$ значно ускладнюється і часто не дозволяє отримати аналітичні вирази для значень коренів характеристичного рівняння автоматичних систем з ЛУП [31].

Так в [9] показано, що залежність рівнянь стійкості від полюсів передатної функції лінійної частини системи $W(p)$ часто ускладнює їх використання з тієї причини, що для будь-якої складної лінійної частини системи, яка містить внутрішні зворотні зв'язки, розрахунок полюсів стає дуже громіздким, а часто і практично не здійсненним.

В [73] для подолання таких складнощів пропонується перетворити рівняння стійкості до такої форми, яка не потребує попереднього визначення полюсів $W(p)$, а була б зв'язана з амплітудно-фазовою характеристикою лінійної частини системи і дозволила б простими геометричними побудовами отримати необхідний результат. Для цього в

[72] пропонується в рівнянні (1.13) задати $y = e^{s \frac{\pi}{\omega_0}}$, тоді рівняння стійкості автоколивань матиме вигляд:

$$\psi^*(p) = \frac{1}{1 - e^{p \frac{\pi}{\omega_0}}} \left\{ -\frac{\pi}{2k} \operatorname{Re} J(\omega_0) - \sum_{m=-n}^n W[p + j(2m-1)\omega_0] \right\} = 0. \quad (1.14)$$

Дослідження стійкості автоколивань за допомогою рівняння (1.14) в [13] зводиться до перевірки виконання умов $\operatorname{Re} p_1 < 0$.

Зауважимо, що в (1.14) $J(\omega_0)$ – значення спеціально знайденої за відповідним алгоритмом так званої характеристики релейної системи

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Азарсков В. Н. Методология оптимальной модификации управления аэрокосмическими имитаторами полета и тренажерами / В. Н. Азарсков. – К. : КМУГА, 1996. – 229 с.
- 2 Азарсков В. Н. Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления / В. Н. Азарсков, Л. Н. Блохин. – К. : НАУ, 2004. – 500 с.
- 3 Айзерман М. А. Логика, алгоритмы, автоматы / М. А. Айзерман, Л. А. Гусев. – М. : Физматгиз, 1973. – 556 с.
- 4 Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, М. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М. : Наука, 1987. – 598с.
- 5 Бесекерский В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – М. : Наука, 2003. – 752 с.
- 6 Бесекерский В. А. Теория автоматического регулирования / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов – М. : Наука, 1970. – 767с.
- 7 Блок В. М. Электрические сети и системы / В. М. Блок. – М. : Высшая школа, 1986. – 430 с.
- 8 Боровиков В. А. Электрические сети энергетических систем / В. А. Боровиков, В. К. Косарев, Г. А. Ходот. – Л. : Энергия, 1977. – 392 с.
- 9 Бромберг П. В. Техническая кибернетика / П. В. Бромберг. – М. : Машиностроение, 1989. – 367 с.
- 10 Быкова Г. М. Метод обобщенной гармонической линеаризации по k -й гармонике при исследовании динамических характеристик нелинейных систем / Г. М. Быкова // Изв. вузов Приборостроение. – 1990. – № 1. с. 80–85.
- 11 Ванин В. К. Релейная защита на элементах аналоговой вычислительной техники / В. К. Ванин, Г. М. Павлов. – К.: Техника, 1985. – 220 с.
- 12 Вольфбейн С. П. Помехи при передаче дискретной информации / С. П. Вольфбейн, Н. Г. Векслер. – К. : Техника, 1993. – 172 с.
- 13 Вохрышев В. Е. Адаптивная самонастраивающаяся система со стабилизацией амплитуды и частоты автоколебаний. / В. Е. Вохрышев // Датчики и системы. – 2006. – № 5. – С. 20–29.
- 14 Гамма Э. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования / Э. Гамма. – СПб. : Питер, 2001. – 345 с.
- 15 Гельднер Г. Нелинейные системы управления / Г. Гельднер, С. Кубик. – М. : Мир, 1987. – 368 с.

- 16 Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов / А. Гилл. – М. : Наука, 1976. – 272 с.
- 17 Глушков В. М. Введение в кибернетику / В. М. Глушков. – К. : АН УССР, 1964. – 324 с.
- 18 Глушков В. М. Синтез цифровых автоматов / В. М. Глушков. – М. : Физматгиз, 1962. – 476 с.
- 19 Гульчак Г. Г. Об абсолютной устойчивости нелинейных регулируемых систем с нестационарными нелинейностями и тахометрической обратной связью // Г. Г. Гульчак, М. М. Личак. // Автоматика. – 1972. – № 4 – С. 10–14
- 20 Джури Э. И. Робастность дискретных систем // Э. И. Джури // Автоматика и телемеханика. – № 5. – 1990. – С. 3–28.
- 21 Дорф Р. Современные системы управления / Р. Дорф, Р. Бишоп. – М. : Лаб. баз. знаний, 2002. – 832 с.
- 22 Жусубалиев Ж. Т. Бифуркации и хаос в релейных и широтно-импульсных системах автоматического управления / Ж. Т. Жусубалиев, Ю. В. Колоколов. – М. : Машиностроение, 2001. – 120 с.
- 23 Заде А. Теория линейных систем / А. Заде, Ч. Дезоер. – М. : Наука, 1970. – 703 с.
- 24 Карпов Ф. Ф. Регулирование напряжения в электросетях промышленных предприятий / Ф. Ф. Карпов, А. А. Солдаткина. – М. : Энергия, 1970. – 224с.
- 25 Конторович М. И. Нелинейные колебания в радиотехнике / М. И. Конторович. – М. : Советское радио, 1983. – 228 с.
- 26 Красовский Н. Н. Теория управления движением. Линейные системы. Н. Н. Красовский – М. : Наука, 1968. – 475 с.
- 27 Кузьмин И. В. Основы моделирования сложных систем: Учеб. пособие для студентов вузов / И. В. Кузьмин. – К. : Высшая школа, 1981. – 360 с.
- 28 Кузьмин И. В. Об одном способе синтеза адаптивной системы принятия решений при экстремальном регулировании / И. В. Кузьмин, Б. И. Мокин, С. В. Юхимчук // Адаптивные системы автоматического управления. – 1984. – № 12. – С. 32–36.
- 29 Кунцевич В. М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В. М. Кунцевич. – К. : Наук. Думка, 2006. – 264 с.
- 30 Леонов Г. А. Проблемы стабилизации линейных управляемых систем / Г. А. Леонов, М. М. Шумафов. – СПб.: Изд. С.-Петербургского университета, 2002. – 308 с.
- 31 Летов А. М. Устойчивость нелинейных регулируемых систем. / А. М. Летов. – М. : ГТТИ, 1955. – 312 с.

- 32 Лурье А. И. К теории устойчивости регулируемых систем / А. И. Лурье, В. Н. Постников // Прикл. матем. и механ. – Вып. 3. С. 246–248
- 33 Малкин И. Г. Теория устойчивости движения / И. Г. Малкин. – М. – Л. : Гостехиздат, 1952. – 352 с.
- 34 Меейер С. Д. Современная теория автоматического управления и ее применение / С. Д., Меейер. – М. : Машиностроение, 1982. – 552 с.
- 35 М. Джон. Численные методы. Использование MathLab / М. Джон, Г. Финк, Д. Куртис. – 3-е издание: – М. : Вильямс, 2001. – 207 с.
- 36 Мирошник И. В. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами / И. В. Мирошник, В. О. Никифоров. – СПб. : Наука, 2000. – 549 с.
- 37 Мирошник И. В. Нелинейные системы. Анализ и управление/ И. В. Мирошник. – СПб. : СПбГИТМО (ТУ), 2002. – 169 с.
- 38 Михайлов А. Ф. Динамика нестационарных линейных систем / А. Ф. Михайлов, Е. Д. Теряев, В. П. Буленков. – М. : Наука, 1967. – 368 с.
- 39 Мозгалевский В. А. Техническая диагностика (непрерывные объекты). В. А. Мозгалевский, Д. В. Гаспаров. – М. : Высшая школа, 1975. – 207 с.
- 40 Мокин Б. И. К вопросу о критериях и законах регулирования напряжения в электрических сетях / Б. И. Мокин. // Изв. вузов. Сер. Энергетика. – 1984. – № 6. – С. 35–37.
- 41 Мокин Б. И. Математические модели контроля и управления в энергетике. Б. И. Мокин, Ю. Корбич. – К. : Техника, 1990, Зелена Гура: Изд-во Высшей инженерной школы, 1990. – 192 с.
- 42 Мокин Б. И. Исследование влияния изменения параметров релейного звена на выходной сигнал в информационно-измерительных системах / Б. И. Мокин, С. В. Юхимчук // Электронная техника. Сер.10. Микроэлектронные устройства. – 1993. – Вып. 3, 4 (97, 98). – С. 31–33.
- 43 Мокин Б. И. Математические модели процессов регулирования технологических объектов электрической сети / Б. И. Мокин, С. В. Юхимчук. // Труды III польско-советской научно-техн. конф. – Вроцлав. – 1988. – С. 410–415.
- 44 Нелепин Р. А. Точные аналитические методы в теории нелинейных систем / Р. А. Нелепин «Судостроение», – Л. : 1967. – 428 с.

- 45 Никифоров В. О. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация, робастность / В. О. Никифоров, А. В. Ушаков / – СПб.: СПбГИТМО (ТУ), 2002. – 232 с.
- 46 Оре Ф. Теория графов / Ф. Оре. – М. : Мир, 1991. – 485 с.
- 47 Плис А. Н. MathCad математический практикум / А. Н. Плис, Н. А. Сливина. – 2-е изд. – М. : Финансы и статистика, 2003. – 656 с.
- 48 Пневницкий В. П. Статистические характеристики промышленных помех / В. П. Пневницкий, Ю. В. Полозок. – М. : Радио и связь, 1988. – 248 с.
- 49 Поляк Б. Т. Робастная устойчивость и управление / Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков. – М. : Наука, 2002. – 169 с.
- 50 Поляк Б. Т. Робастная устойчивость линейных систем // Б. Т. Поляк, Я. З. Цыпкин. В // Информационные системы управления. – М. : ВИНТИ, 1991. – С.3–31.
- 51 Попов Е. П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем / Е. П. Попов, И. П. Пальтов. – Физматгиз, М., 1960. – 524 с.
- 52 Пятницкий Е. С. О существовании абсолютно устойчивых систем, для которых не выполняется критерий / В. М. Попова, Е. С. Пятницкий // Автоматика и телемеханика – 1973. – № 6. – С. 30–37.
- 53 Рагазин Д. А. Исследование квазискользящих процессов в релейных системах с переменным гистерезисом. / В. Е. Вохрышев, Д. А. Рагазин // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. № 3 (25), 2008. – С. 818–823.
- 54 Рагазин Д. А. Синтез релейных самонастраивающихся систем с заданными показателями качества / В. Е. Вохрышев, И. А. Капустин, Д. А. Рагазин, // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер. техн. науки. – 2009. – № 1(23). – С. 22–26.
- 55 Сидоров А. Н. Исследование нелинейных систем в случае установления двухчастотных процессов / А. Н. Сидоров, И. П. Коротаева // Техническая кибернетика. 1979. № 5, 148–158 с.
- 56 Советов Б. Я. Моделирование систем: учебник для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев: – М. : Высш. шк., 2001. – 343 с.
- 57 Солодовников А. И. Основы теории и методы спектральной обработки информации / А. И. Солодовников, А. М. Спиваковскийю. – Л. : Изд-во ЛЕГУ. – 196 с.

- 58 Солодовников В. В. Спектральные методы расчёта и проектирования систем управления./ В. В. Солодовников, А. Н. Дмитриев, Н. Д. Егупов. – М. : Машиностроение, 1974. – 288 с.
- 59 Старикова М. В. Исследование автоматических систем с логическими управляющими устройствами / М. В. Старикова. – М. : Машиностроение, 1988. – 224 с.
- 60 Старикова М. В. Исследование автоматической системы с логическим устройством при наличии внешнего воздействия / М. В. Старикова. – М. : Машиностроение, 1978. – 224 с.
- 61 Струченков В. И. Методы оптимизации: основы теории, задачи, обучающие компьютерные программы / В. И. Струченков. – М. : Экзамен, 2005. – 255 с.
- 62 Томберг Э. А. Условия автоколебаний в нелинейных системах / Э. А. Томберг, В. А. Якубович. // Сибирский математический журнал. – 1989. – Т. 30, № 4. – С. 180–195.
- 63 Топчеев Ю. И. Метод гармонической линеаризации в проектировании нелинейных систем автоматического управления / Ю. И. Топчеев – М. : Машиностроение, – 1970. – 567 с.
- 64 Топчеев Ю. И. Нелинейные нестационарные системы / Ю. И. Топчеев. – М. : Машиностроение, – 1986. – 336 с.
- 65 Тютюнник А. Г. Оптимальні адаптивні системи автоматичного керування: Навчальний посібник/ А. Г. Тютюнник – Житомир: ЖІТІ, 1998. – 512 с.
- 66 Фалдин Н. В. Релейные системы автоматического управления / Н. В. Фалдин // Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. – М. : МГТУ им. Баумана, 2004. – С. 573–636.
- 67 Феофилов С. В. Анализ автоколебаний в системах с трехпозиционным релейным элементом и цифровым управлением / С. В. Феофилов. // Вестник ТулГУ. Сер. Системы управления. – 2008. – С. 161–165.
- 68 Феофилов С. В. Контроль автоколебаний в релейных системах с трехпозиционным управлением // С. В. Феофилов, Д. В. Чудин. Приборы и управление: сборник статей молодых ученых. Выпуск 6. – Тула, Изд-во: ТулГУ, 2008. – С.112–116
- 69 Харитонов В. Л. Асимптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений / В. Л. Харитонов. // Дифференциальные уравнения. – 1978. – С. 2086–2088.

- 70 Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы / Я. З. Цыпкин. Наука, – М., 1974, – 576 с.
- 71 Цыпкин Я. З. Об устойчивости релейных автоматических систем «в большом». / Я. З. Цыпкин. // Известия АН СССР ОТН. Техническая кибернетика, – № 3, – 1963, С. 121–135
- 72 Шалагин В. Н. О гармонической линеаризации нелинейностей при двухчастотном входном сигнале / В. Н. Шалагин, А. Д. Кулик // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, – 1974. – № 4, С. 170–179.
- 73 Шароватов В. Т. Обеспечение стабильности показателей качества автоматических систем / В. Т. Шароватов. – Л. : Электротомиздат, 1987. – 176 с.
- 74 Шильман С. В. Частотные условия абсолютной устойчивости нелинейных систем с T-периодической линейной частью // С. В. Шильман. автоматика и телемеханика. – 1972. – № 2. – С. 166–168
- 75 Юхимчук М. С. Визначення областей робастної стійкості автоматичних систем із логічними управляючими пристроями/ М. С. Юхимчук// Матеріали ІХ Міжнародної науково-технічної конференції «Системний аналіз та інформаційні технології», 15–19 травня 2007: тези доповіді. – Київ. – С. 89–90.
- 76 Юхимчук М. С. Інформаційна технологія для моделювання поведінки нелінійних систем з логічними управляючими пристроями / М. С. Юхимчук. // Автоматизація технологічних і бізнес-процесів. – 2010. – № 1. – С. 62–64.
- 77 Юхимчук М. С. Моделювання поведінки автоматичних систем захисту в умовах впливу параметричних збурень / М. С. Юхимчук. // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – № 4. – С. 137–142.
- 78 Юхимчук М. С. Оцінка стійкості та чутливості нелінійних інформаційно-вимірювальних систем із змінними параметрами / М. С. Юхимчук, С. В. Юхимчук // 14 Міжнародна конференція з автоматичного управління (Автоматика 2007): – Севастополь, 2007. – С. 56–58.
- 79 Юхимчук М. С. Гармонічна лінеаризація в системах з логічними керувальними пристроями в умовах параметричних збурень / М. С. Юхимчук, С. М. Москвіна. // Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології-2011: Матеріали І Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих учених, студентів та аспірантів: – К., 2012. – С. 41.

- 80 Юхимчук М. С. Метод аналізу стійкості САУ з логічними управляючими пристроями в системах пожежогашінням в залізничному транспорті / М. С. Юхимчук, С. М. Москвіна. // Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології-2012 II Всеукраїнська науково-практична конференція молодих учених, студентів та аспірантів. – К., 2010. – С. 29–30.
- 81 Юхимчук М. С. Інформаційна технологія для моделювання поведінки нелінійних систем з логічними управляючими пристроями / М. С. Юхимчук, С. В. Юхимчук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2009. – № 2. – С. 122–127.
- 82 Юхимчук М. С. Розробка структури засобу моделювання для дослідження поведінки автоматичних систем з управляючими логічними пристроями / М. С. Юхимчук. // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія: тези доповідей третьої міжнародної науково-практичної конференції. – Вінниця, 2012. – С. 276–278.
- 83 Юхимчук М. С. Метод аналізу стійкості автоматичних систем з логічними управляючими пристроями при впливі параметричних збурень / М. С. Юхимчук, С. М. Москвіна. // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. – № 4. – С. 155–162.
- 84 Юхимчук М. С. Комп'ютерна програма «Моделювання поведінки нелінійних систем з логічними управляючими пристроями» / М. С. Юхимчук. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 40168 від 15 вересня 2011 р.
- 85 Юхимчук С. В. Математические модели оценки устойчивости нелинейных нестационарных систем / С. В. Юхимчук. – Изд-во ВГТУ «УНІВЕРСУМ-Вінниця», 1997. – 141 с.
- 86 Юхимчук С. В. Обобщение метода гармонической линеаризации для исследования нелинейных электромеханических систем с переменными параметрами/ С. В. Юхимчук// Изв. вузов Электромеханика, 1994. № 2, С. 9–15.
- 87 Юхимчук С. В. Опис комп'ютерного моделювання систем керування / Ю. В. Поремський, С. В. Юхимчук // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2007. – № 28. – С. 408–413.
- 88 Юхимчук С. В. Опис функціональних частин пакета програм для моделювання систем автоматичного керування нелінійними стаціонарними об'єктами у вигляді множин / Ю. В. Поремський, С. В. Юхимчук // Інтелектуальні системи прийняття рішень та інформаційні технології: матеріали міжнародної наукової-практичної конференції. – Чернівці, 2006. – С. 71–73

- 89 Юхимчук С. В. Розробка пакета програм для аналізу поведінки систем контролю та управління нелінійними нестационарними об'єктами / Ю. В. Поремський, С. В. Юхимчук, С. М. Москвіна // Контроль і управління в складних системах: матеріали міжнародної наукової конференції. – Вінниця, 2003. – С. 42.
- 90 Юхимчук С. В. Розробка пакета програм для моделювання систем контролю та управління нелінійними нестационарними об'єктами / Ю. В. Поремський, С. В. Юхимчук, С. М. Москвіна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2003. – № 6. – С. 89–92.
- 91 Юхимчук С. В. Узагальнення методу гармонічної лінеаризації для дослідження нелінійних автоматичних систем з змінними параметрами / С. В. Юхимчук // Вестник ХНТУ. – 2008. – № 1. – С. 379–382.
- 92 Юхимчук С. В. Метод и аппаратура контроля стабильности динамических характеристик обрабатывающих центров // С. В. Юхимчук. // Современная контрольно-испытательная техника промышленных изделий и их сертификация: – труды первой научно-практической конф. – К. : – 1997. – С. 158–161.
- 93 Юхимчук С. В. Оценка стабильности динамических характеристик ИИС обрабатывающих центров / С. В. Юхимчук. // Контроль и управление в технических системах. – Винница, – 1997. – С. 244–250.
- 94 Юхимчук С. В. Спосіб розв'язку задачі робастної стійкості нелінійних нестационарних систем / С. В. Юхимчук. // Вісник Житомирського інженерно-технологічного інституту. – 1997. – № 6. – С. 126–129.
- 95 Юхимчук С. В. Разработка контрольно-измерительной системы для тестирования одного класса нелинейных нестационарных систем / С. В. Юхимчук, Л. М. Ваховская. // Труды филиала МГТУ им. Н. Э. Баумана в г. Калуге. – Калуга, 1999. – С. 216–219.
- 96 Юхимчук С. В. Дослідження впливу неконтрольованих завад на поведінку одного класу нелінійних нестационарних систем / С. В. Юхимчук, М. Б. Хазін. // Вісник ВПІ, – 2001. – № 6. – С. 9–12.
- 97 Юхимчук-Войтко М. С. Визначення коефіцієнтів гармонічної лінеаризації систем із логічними управляючими пристроями при впливі параметричних збурень / М. С. Юхимчук-Войтко // 16 Міжнародна конференція з автоматичного управління (Автоматика 2009): тези доповіді. – Чернівці, 2009. – С. 237–238.

- 98 Юхимчук-Войтко М. С. Гармонічна лінеаризація САУ, що керується кінцевим автоматом під час дії параметричних збурень / М. С. Юхимчук-Войтко // Наукові праці ВНТУ. – 2009. – № 3. – Режим доступу: http://www.nbuu.gov.ua/e-journals/vntu/2009-3/2009-3_files/uk/09msyopp_ua.pdf.
- 99 Якубович В. А. Абсолютная неустойчивость нелинейных систем управления. Системы с нестационарными нелинейностями. Круговой критерий / В. А. Якубович. // Автоматика и телемеханика. – 1971. – № 6. – С. 25–34.
- 100 Acker A. Stability criteria for time-varying systems in Hilberts space / A. Acker. // SIAM. J. Control. – 1975. – Vol. 13, – № 3. – P. 1156–1171.
- 101 Ackerman I. E. Schur stability of a polytope of polynomials / I. E. Ackerman, B. R. Barmish, Robust. // IEEE Trans. Automat. Control. – 1988. – V. AC – 33. – N 10. – P. 984–986.
- 102 Anderson B. D. O. On robust Hurwitz polynomials / B. D. O. Anderson, E. G. Gury, M. Mansour. // IEEE Trans. Automat. Control. – 1987. – V. AC – 32. – N 10. – P. 909–913.
- 103 Bartlett A. C. Root locations of on entire polytope of polynomials: it suffices to check the edges / A. C. Bartlett, C. V. Hollot, H. Lin // Math. Cont., Signals, Syst. – 1987. – V.1. – N 1. – P. 61–71.
- 104 Bhattacharyya S. P. Robust stabilization against structured pertubations / S. P. Bhattacharyya // Lect. Notes in Control and Inform. Sci. – Berlin: Springer Verlag. – 1987. – V. 99. – P. 172–189.
- 105 Bialas S. A. Necessary and sufficient condition for the stability of convex combinations of stable polynomials and matrices / S. A Bialas Bull. Polish Acad. Sci. – Tech. Sci. – 1985. – V. 33. – N 9–10. – P. 473–480.
- 106 Bose N. K. Kharitonov's theorem and stability test of multidimensional digital filters // N. K. Bose, E. Zeheb IEEE Proc. Pt. G. – 1986. – V.133. – № 4. – P.187–190.
- 107 Bose N. K. Kharitonov's theorem and stability test of multidimensional digital filters / N. K. Bose, E. Zeheb // IEEE Proc. Pt. G. – 1986. – V. 133. – N 5. – P. 157–170.
- 108 Brockett R. A. Stabilization problem. In book: Open Problems in Mathematical Systems and Control Theory / R. A. Brockett. – Springer, 1999. – 288 p.
- 109 Chapellat H. A generalization of Kharitonov's theorem: robust stability of interval plants / H. Chapellat, S. P. Bhattacharyya. // IEEE Trans. Autom. Contr. – 1989. – V. AC – 34. – N 3. – P. 306–311.

- 110 Chapellat H., Dahien M. Robust stability of a family of disc polynomials / H. Chapellat, S. P. Bhattacharyya. // *Internat. J. Control.* – 1990. – V. 51. – N 6. – P. 1353–1362.
- 111 Corduneanu C. Integral equations and stability of feedback system. / C. Corduneanu – Acad. Press., NY, 1973. – 402 p.
- 112 Ferretti G. The recursive estimation of time delay in sampled-data control systems/ G. Ferretti, C. Maffezzoni, E. Leondes.: Academic Press, 1995. – Vol. 73. – P. 159–206.
- 113 Freedman M. Logarithmic variation criteria for the stability of system with time – varying gains / M. Freedman, G. Zames. *SIAM J. Control.* // – 1968. – V. 6. – No 3. – P.487–507.
- 114 Gaylord R. C. Attitude Control System Using logically Controlled Pulses. *Progr. Astronaut and Rocketry* / R. C. Gaylord, Keller W.N. v. 8, New York-London. Acad. Press, 1992. P. 629–643.
- 115 Hinrichsen D. On the robustness of root locations of polynomials under complex and real perturbations / D. Hinrichsen, A. G. Pritchard // *Recent Advances in Robust Control.* – N. Y. : IEEE Press, 1990. – P. 66–70.
- 116 Hollot C. V. On the eigenvalues of interval matrices / C. V. Hollot, A. C. Bartlett // *Proc. 26 th IEEE Conf. Dec. Control.* – Los Angeles. USA, – Dec. 1987. – P. 794–799.
- 117 Hollot C. V. Some discrete counterparts to Kharitonov’s stability criteria for uncertain systems / C. V. Hollot, A. C. Bartlett // *IEEE Frans. Automat. Control.* – 1986. – V. AC – 31. – N4. – P. 335–336.
- 118 Kraus F. G. Robust Schur polynomial stability and Kharitonov’s theorem / F. G. Kraus, B. D. O. Anderson, M. Mansour // *Int. J. Control.* – 1988. – V. 47. – 5. – P. 1213–1225.
- 119 Mansour M. On robust stability of Schur polynomials / M. Mansour, F. G. Kraus // *Report No.87–05. Inst. Autom. Cont. Electronics.* – Swiss Fed. Inst. Fech. (ETH), Zurich, 1987.
- 120 Mori T. A necessary and sufficient condition for stability of linear discrete systems with parameter variations / T. Mori, H. I. Kokame // *Franklin Inst.* – 1986. – V. 321. – N3. – P. 135–138.
- 121 Mori T. Convergence property of interval matrices / T. Mori, H. I. Kokame // *Int J. Contr.* – 1987. – V. 45. – N2. – P. 481–484..
- 122 Muhlbacher J. Oberon-2 Programming With Windows (+CD) / J. Muhlbacher, B. Leisch, B. Kirk, U. Kreuzeder. – Springer, 1997. – 234 p.

- 123 Porter R. Robust rotation-invariant texture classification: Wavelet, Gabor filter and GMRF based schemes.// R. Porter, N. Canagarajah Proc. Inst. Elect. Eng. – 2003. – V. 15. – P. 180–188.
- 124 Rasven V. Stabilitatea absoluta a sistemelor automate cu intirziener. V Rasven. – Bucuresti: Acad. RSR, 1975. – 329 p.
- 125 Soh C. B. On the stability properties of polynomials with perturbed coefficients / C. S Berger, K. P. Dabke // IEEE Trans. Automat. Control. – 1985. – V. AC – 30. – N10. – P. 1033–1036.
- 126 Taylor J. H. The Corduneany-Popov approach t the stability of nonlinear time-varying systems / K. S. Harendra // SIAM J. Appl. Match. – 1970. – V.18. – P. 267–281.
- 127 Willems J. C. Dissipative dynamical systems. Part I. General theory / J. C. Willems // Arch. Rational Mechanics and Analysis. – 1972. – Vol. 45. – P. 321–351.
- 128 Yukhimchuk S., Khazin M. Modeling of influence of interferences on parameters of auto-oscilations and stability of non-linear non-stationary systems / S. Yukhimchuk, M. Khazin // Development and Application Systems, – 2002. – P. 255–260.
- 129 Yukhimckuk S. Computer technology for simulation of behavior of nonlinear non-stationary systems / Y. Poremskyy, S. Yukhimckuk // 7 International Conference on Development and Application systems: Romania, – 2004. – P. 31–36.
- 130 Zeheb E. Necessary and sufficient conditions for root clustering of a polytope of polynomials in a simply connected domain / E. Zeheb // IEEE Frans. Automat. Control. – 1989. – V. AC – 34. – N9. – P. 986–990.

Наукове видання

**Юхимчук Марія Сергіївна
Москвіна Світлана Михайлівна**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
АВТОМАТИЧНИХ СИСТЕМ
З ЛОГІЧНИМИ УПРАВЛЯЮЧИМИ ПРИСТРОЯМИ**

Монографія

Редактор С. Малішевська
Оригінал-макет підготовлено С. Москвіною

Підписано до друку 4.02.2015 р.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. др. арк. 7,16
Наклад 300 (1-й запуск 1–75) пр. Зам № В2015-03

Вінницький національний технічний університет,
КІВЦ ВНТУ,
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-85-32.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано ФОП Барановська Т. П.
21021, м. Вінниця, вул. Порики, 7.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 4377 від 31.07.2012 р.