

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**А. В. Ніцевич, А. С. Моргун**

**МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТУ ВЗАЄМОДІЇ ПАЛЬ  
ПАЛЬОВОГО ПОЛЯ ВИСОТНИХ БУДІВЕЛЬ  
ЗА МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

**Монографія**

Вінниця  
ВНТУ  
2015

УДК 624.15+519.642

ББК 38.58+22.193

Н70

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 10 від 29.05.2014 р.)

Рецензенти:

**Ю. Л. Винников**, доктор технічних наук, професор

**М. Ф. Друкований**, доктор технічних наук, професор

**Ніцевич, А. В.**

**Н70** Моделювання ефекту взаємодії паль пальового поля висотних будівель за методом граничних елементів: монографія / А. В. Ніцевич, А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 104 с.

ISBN 978-966-641-626-4 (PDF)

Зростаючі можливості сучасних ЕОМ потребують постійної ревізії існуючих числових методів для досліджень нових класів задач, для яких з'явилась надія на розв'язання. Однією із таких задач є задача геомеханіки про врахування сумісної роботи паль в складі пальового фундаменту. В роботі запропоновано математичну модель прогнозування напружено-деформованого стану пальового поля споруди з урахуванням перерозподілу зусиль між сусідніми палями із залученням числового методу граничних елементів. Робота є корисною для інженерів, студентів, що працюють в області механіки ґрунтів та її прикладань, а також аспірантам та студентам будівельних спеціальностей.

УДК 624.15+519.642

ББК 38.58+22.193

ISBN 978-966-641-626-4 (PDF)

© А. Ніцевич, А. Моргун, 2015

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ .....	4
ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ НДС ОСНОВ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД СУЧАСНИМИ ЧИСЛОВИМИ МЕТОДАМИ.....	6
1.1 Питання сумісної роботи ґрунтових основ і фундаментів споруд .....	6
1.2 Шляхи розвитку методів розрахунку пальових фундаментів та їх розрахункове обґрунтування .....	12
1.3 Визначальні фактори впливу на опір пального поля зовнішніх силових навантажень .....	19
РОЗДІЛ 2 ПОШУК РЕЗЕРВІВ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ПАЛЬОВОГО ПОЛЯ БУДІВЕЛЬ.....	25
2.1 Методологічні основи дослідження роботи групи паль за числовим МГЕ.....	25
2.2 Матричне формулювання основного співвідношення МГЕ та його числова реалізація .....	33
РОЗДІЛ 3 ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ ГРУПИ ПАЛЬ ТА ФУНДАМЕНТНОЇ ПЛИТИ З ОСНОВОЮ ПРИ ДІЇ СТАТИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ .....	46
3.1 Числові дослідження з врахуванням дії горизонтальних напружень при визначенні опору паль на вертикальне статичне навантаження .....	46
3.2 Дослідження перерозподілу навантаження в пальному полі будівлі та оптимальної відстані між палями.....	52
3.3 Числові дослідження опору фрагмента пального поля будівлі із збільшеним кроком паль.....	59
3.4 Розрахунок плитно-пальових фундаментів висотних будівель за МГЕ .....	64
РОЗДІЛ 4 РОЗРАХУНОК ПАЛЬОВОГО ПОЛЯ СУЧАСНИХ ВИСОТНИХ БУДІВЕЛЬ ЗА МГЕ.....	72
4.1 Опір пального поля 10-поверхової житлової будівлі в м. Вінниці.....	72
4.2 Розрахунок пального поля будівлі інженерно-побутового корпусу Дністровської ГАЕС.....	76
РОЗДІЛ 5 ПОРІВНЯННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ЧИСЛОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ З ЕКСПЕРИМЕНТОМ .....	82
5.1 Використання методів сучасного моніторингу деформацій фундаментних конструкцій по визначенню осідання пального поля житлового будинку по вул. Лялі Ратушної в м. Вінниці .....	82
5.2 Прогнозування за МГЕ впливу довжини та діаметра паль на їх несучу здатність та порівняння результатів розрахунку з експериментом .....	87
ВИСНОВКИ.....	93
ЛІТЕРАТУРА.....	95

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

НДС – напружено-деформований стан

МГЕ – метод граничних елементів

МСЕ – метод скінченних елементів

СПФ – стрічковий пальовий фундамент

$\xi$  – точка інтегрування

$x$  – точка нагляду

$\Gamma$  – границя досліджуваного елемента

$p_{ij}^*, u_{ij}^*$  – напруження та переміщення фундаментальних рішень

Міндліна

СЕ – скінченні елементи

## ВСТУП

Сучасне висотне будівництво підняло питання необхідності врахування в проектних розрахунках всієї складності ґрунтових умов, їх перерозподільних властивостей, необхідності розглядати основу і фундамент як єдину систему, хоча складові цієї системи мають різну природу. Процеси, що проходять в ґрунтах при їх навантаженні, є дуже складні як об'єкти досліджень і контролю, та до цих пір вивчено не всі аспекти процесу деформування ґрунтових основ. Важливість розв'язання задачі основ та фундаментів безсумнівна, адже 90 % аварій споруд відбуваються саме через їх стан.

Сучасному етапу розвитку будівельних конструкцій та механіки ґрунтів властивий напрям розвитку з використанням числових методів та ЕОМ. Орієнтація на використання ЕОМ обумовлюється не лише складністю поставлених задач, а і тенденцією накопичення розв'язків і методів – створенням бібліотек проблемно-орієнтованих програм. Ступінь розвитку ЕОМ дає можливість дослідження НДС ґрунтових основ засобами числового моделювання. Можливості сучасних ЕОМ, що весь час зростають, спонукають до постійної ревізії існуючих числових методів при дослідженнях нових класів задач, для яких з'явилась надія на їх розв'язання. Однією із таких задач є нелінійна задача геомеханіки. Створені для неї на сьогодні математичні моделі адекватного описання процесів поведінки ґрунту та оцінки ефективності стратегії, управління цими процесами – це системи диференціальних рівнянь в частинних похідних, які є досить складними для отримання аналітичних розв'язків. Як відомо, абсолютна точність є зайвою для багатьох систем реального світу. Не є винятком і вищезгадана крайова задача геомеханіки, розв'язок якої можна отримати одним із потужних сучасних числових методів – МСЕ, МГЕ на швидкодійних ЕОМ.

Однією із актуальних задач, яка має як практичне, так і наукове значення, є врахування сумісної роботи групи паль в складі пального фундаменту, тобто розвиток нових математичних моделей прогнозування НДС пального поля будівлі з урахуванням перерозподілу зусиль між сусідніми палями, вибору оптимальної відстані між ними, їх довжини для конкретних ґрунтів. Саме врахування ефекту взаємодії паль пального поля в сучасному фундаментобудуванні взмозі забезпечити економічне та надійне проектне рішення.

# РОЗДІЛ 1

## АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ НДС ОСНОВ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД СУЧАСНИМИ ЧИСЛОВИМИ МЕТОДАМИ

### 1.1 Питання сумісної роботи ґрунтових основ і фундаментів споруд

Будівництво все більш високих і важких споруд в ХІХ та ХХ століттях викликало в багатьох випадках ускладнення при влаштуванні фундаментів і пробудило інтерес до проблем їх проектування, підняло питання необхідності врахування в проектних розрахунках всієї складності ґрунтових умов.

Фундаментна конструкція несе споруду з її навантаженнями. Техніка влаштування основ має справу з двома взаємопов'язаними проблемами: з оцінкою здатності ґрунту нести навантаження і з проектуванням фундаментної конструкції для передачі навантаження від споруди на основу. Конструкція фундаменту визначається властивостями основи, на яку вона опирається. Фундамент не може мати більшу несучу здатність, ніж той ґрунт, на який він передає навантаження. Тому необхідно розглядати основу і фундамент як єдину систему, а не як незалежні один від одного елементи. Робота основи та фундаменту має виключно важливе значення, оскільки їх деформації можуть призвести до руйнування всієї споруди, тоді як деформації надфундаментної конструкції можуть проходити без порушень фундаментної конструкції.

Надійність будівель і споруд не можна розглядати окремо від їх ґрунтових основ, та цей розгляд ускладнений тим, що складові елементи цієї системи «будівля–фундамент–основа» мають різну природу. Ґрунтова основа – природна субстанція, яку інженер-будівельник може змінити не завжди і в дуже обмежених границях. Ґрунти – невід'ємна складова системи «будівля–фундамент–основа», найбільш уразливий її елемент (90 % аварій споруд відбуваються саме через його стану).

Проектування і будівництво висотних будівель є актуальною задачею сьогодення і особливе місце при цьому займають проблеми основ та фундаментів. Це пояснюється тим, що тиски по «плямі» забудови сягають 0,8 МПа і більше. Навантаження потрібно передавати на ґрунт, який повинен їх витримати. В той же час вимоги до величин

граничних деформацій, до їх нерівномірностей і кренів залишаються жорсткими. В якості основних типів фундаментів висотних будівель пропонуються пальові, плитні (коробчасті), плитно-пальові. Важливим є розрахункове обґрунтування таких видів фундаментів з метою прийняття оптимального рішення. Це потребує залучення передових комп'ютерних технологій розрахунку.

Світовий та вітчизняний досвід проектування висотних споруд свідчить, що звичайних (традиційних) інженерних методів розрахунків основ і фундаментів явно не достатньо. Необхідні числові розрахунки просторових задач в нелінійній постановці. Такі методи розрахунків потребують суттєвого підняття точності визначення фізико-механічних характеристик ґрунту.

Раціональне використання міських територій та їх висока кошторисна вартість приводять до розвитку будівництва висотних споруд з одночасним використанням підземного простору. Фундаментобудування таких споруд потребує розвитку їх розрахункового обґрунтування, використання прогресивних технологій та ЕОМ.

Перевагою пальових фундаментів є те, що при спорудженні їх в стисливіх ґрунтах вони забезпечують зменшення загальних нерівномірних осідань будівлі, зменшують масу фундаментної конструкції, її трудомісткість влаштування та матеріалоємність.

В наш час досить перспективними та успішними при будівництві висотних будівель є плитно-пальові фундаменти (ППФ) – група висячих паль, перекритих плитним ростверком. ППФ в порівнянні з чисто плитними фундаментами мають не лише незначне осідання, а й меншу вірогідність появи крену споруди. ППФ широко впроваджуються в будівництво баштових будівель, великих резервуарів і інших відповідальних споруд. Як в теорії ППФ, так і в практиці їх проектування є багато невизначеностей, що знижують достовірність їх точного прогнозування. СП 50-102-2003 рекомендують приймати довжини паль не менші половини довжини плитного ростверку і передавати на них 85 % навантаження, а 15 % – на сам ростверк [83].

Важливим питанням також є визначення та врахування сумісної роботи паль пальового поля, адже досвід фундаментобудування показує, що навантаження між палями в пальовому полі розподіляється нерівномірно.

Так, в дослідженнях А. О. Бартоломея [6] наводяться результати випробовування пальових фундаментів в слабких глинистих ґрунтах. За результатами досліджень найбільше навантаження сприймають кутові палі та палі, розташовані в крайніх рядах, а найменше – палі в середині групи.

В роботі Б. С. Юшкова [104] наведено результати досліджень групи паль в глинистих ґрунтах (палі розміром  $30 \times 30$  см та довжиною від 5 до 12 м). Несуча здатність групи з 9 паль через 45 діб після забивки склала 1890 кН. Навантаження розподілилось між палями нерівномірно: кутові палі – 260 кН, середні палі крайніх рядів – 180 кН, центральні палі – 120 кН. Співвідношення кутової та центральної до середньої крайньої палі склало 1,4:1:0,7.

Теоретичні та експериментальні дослідження А. Ю. Василенка [21] показали, що при однаковій величині осадки паль в групі навантаження між ними буде розподілятися нерівномірно: найменше навантаження припадає на центральні палі, найбільше – на кутові.

В роботі В. Г. Кузьменка [45] проведено низку експериментальних досліджень на куцах паль з відстанню між палями  $2d$ ,  $3,5d$  та  $5d$  з метою оцінки переміщення ґрунту міжпального простору за допомогою фіксаторів деформації ґрунту. Автор приходять до висновку, що при відстані між палями  $5d$  і більше робота паль в куці дуже близька до роботи одиничних паль, але при зменшенні відстані між палями необхідно враховувати сумісну роботу як паль, так і ґрунту міжпального простору. Ступінь залучення ґрунту в сумісну роботу залежить від відстані між палями.

Дослідження сумісної роботи групи взаємозалежних паль, описані в монографії О. В. Титка [95], підтверджують, що навантаження в групі паль розподіляються між ними нерівномірно, внаслідок чого застосування паль різної довжини дає можливість скоротити витрати матеріалів.

Так, моделювання сумісної роботи наземних конструкцій, фундаментів і ґрунтів основи для будівлі Комерцбанка II в м. Франкфуртіна-Майні (302 м висотою) в просторовій постановці дозволило проаналізувати розподіл зусиль в палях та провести оптимізацію пального поля [97]. Фундамент Комерцбанку II – палове поле із 111 буронабивних телескопічних паль довжиною 37,6...45,6 м, які сприймали загальне навантаження 1770 МН. Спостереження за переміщеннями бу-



дівлі велись постійно за датчиками, встановленими в несучих конструкціях і в ґрунті. На 30-ти палях були вмонтовані двометрові інтегрально-вимірювальні елементи. Датчики були вмонтовані на п'ятах паль та під плитою підвалу, а також були встановлені інклінометри на глибині 47...70 м. Всі дані концентрувались у вимірювальній станції. Експериментальні дослідження підтвердили, що зусилля в палях в межах пального поля розподіляються нерівномірно, найбільш навантажені крайні палі [97].

Проектування фундаментів на слабких ґрунтах передбачає розрахунок міцності, стійкості, деформації ґрунтів і конструкцій як багатопараметричної задачі, для розв'язання якої необхідне залучення числових МСЕ та МГЕ із використанням сучасних програмних комплексів.

Як відмітив проф. В. М. Уліцький на чергових «Герсивановських читаннях» в 2003 р. в «НИИОСПе» (Росія) в доповіді «Досвід будівництва висотних будівель за кордоном» [98], світовий та вітчизняний досвід проектування та будівництва висотних будівель свідчить про те, що традиційних інженерних методів розрахунку основ та фундаментів явно недостатньо. Необхідно виконувати числові розрахунки просторової задачі в нелінійній постановці для всієї системи «основа–фундамент–підземні та надземні конструкції будівель». В доповідях Б. В. Бахолдіна «Плитно-пальові фундаменти. Проектування та особливості технології їх зведення» та В. Г. Федоровського «Вимоги до інженерних вишукувань, розрахунки та проектування основ та фундаментів висотних будівель» [98] викладаються підходи цих авторів до одного з найбільш перспективних видів фундаментів – плитно-пальових. Так, автори, незалежно один від одного, вказують на необхідність суттєвого підвищення точності визначення характеристик фізико-механічних властивостей ґрунтів, при чому кожен з них дає свої рекомендації щодо досягнення цієї цілі. Згідно з висновками В. Б. Бахолдіна загальне осідання будівлі може визначатись як сума складових: осідання умовного фундаменту у відповідності до вимог СНиП 2.02.03-85; умовно пружне осідання палі; осідання міжпального ґрунту від тиску, що передається плитою безпосередньо на ґрунт. В. Г. Федоровський, провівши серію числових розрахунків МСЕ системи «плитно-пальовий фундамент–ґрунти міжпального простору–нижчележачі шари ґрунту» для широкого діапазону відстаней між палями пального поля, дає рекомендації по розрахунку осідань, що дозво-

ляють звести його до розрахунку в звичайній постановці з використанням існуючих програмних комплексів (Plaxis, Lira, Scad та інші) [98].

В обговоренні проблем цієї тематики важливо врахувати позиції А. О. Бартоломея, В. І. Соломіна, В. М. Уліцкого, В. І. Шейніна, С. Б. Ухова [98]. Ними була відмічена актуальність і своєчасність постановки розглянутої проблеми в будівництві фундаментних конструкцій висотних будівель та їх розрахунку. Крім того, вони зазначили, що заслухані доповіді на «Герсивановских чтениях» в 2003 р. в «НИИОСПе» більше розкривають постановку проблеми, ніж дають відповіді на численні складні питання в області фундаментопроєктування. Потрібна подальша кропітка робота, напрям якої досить чітко окреслив В. А. Ільчов. Він відмітив, що в якості основних типів фундаментів висотних будівель в наш час рекомендуються: пальові, комбіновані плитно-пальові і плитні, в тому числі підвищеної жорсткості (коробчасті) фундаменти. А також дуже важливим питанням є систематичний комплексний аналіз всіх даних вишукувань, проектування та влаштування фундаментів, їх розрахункового обґрунтування, використовуючи нові більш прогресивні методи розрахунку, даних моніторингу висотних будівель, що уже будуються. Узагальнення цих даних дозволить накопичити необхідний досвід для оптимального рішення геотехнічних проблем висотного будівництва [98].

Числові дослідження в цьому напрямку ведуться на кафедрі Основ та фундаментів КНУБА (І. П. Бойко [15, 16, 17, 68], В. О. Сахаров [68, 88], М. В. Корнієнко [43, 68], С. Й. Цимбал [102], А. В. Пятков [43], В. В. Жук [68]).

Так, наприклад, в роботах І. П. Бойка, В. Л. Підлуцького наводяться розрахунки різних варіантів пальового фундаменту з влаштуванням паль різної довжини. Відмічається, що характер зміни довжини паль викликано, насамперед, нерівномірним розподілом навантажень серед них у фундаменті. Інтенсивніше включаються в роботу і, відповідно, сприймають більше навантаження кутові та периферійні палі. Тому при зміні довжини паль в характерних зонах можна досягти зменшення витрат будівельних матеріалів, що знижує вартість будівництва [78, 79].

Таким чином, однією з вимог сьогодення є необхідність врахування сумісної роботи ґрунтових основ і пальових фундаментних конструкцій сучасних висотних будівель.

Визначення НДС фундаментів ДБН та Єврокод [72, 74, 106] хоча і рекомендують проводити сучасними числовими методами з урахуванням взаємодії системи «основа–фундаментна конструкція», але розрахунок, наведений в ДБН [72, 74], проводиться за спрощеними схемами і не в змозі відобразити дійсну картину перерозподілу зусиль в пальному полі.

01.07.2011 р. набрала чинності Зміна № 1 до ДБН В.2.1-10-2009 «Основи та фундаменти споруд» [75]. Основним доповненням цього нормативного документу до існуючих є висвітлення методики врахування взаємовпливу паль. Так, осідання одиночної палі  $S_1$  під дією вертикального навантаження:

$$S_1 = \frac{S_e \cdot P}{P_u - P}, \quad (1.1)$$

де  $S_e$  – пружна складова осідання, що визначається за формулою (1.2) при навантаженні  $P_e$ ;  $P_e$  – навантаження, що обмежує лінійну ділянку деформування оголовка палі (межа пропорційності), за відсутності результатів натурних випробувань паль приймається  $P_e = 0,5P_u$ ;  $P_u$  – величина граничного опору палі (навантаження, за якого вичерпується несуча здатність основи, відбувається «зривання» палі) [75].

Граничний опір палі визначається за результатами натурних випробувань ґрунтів палями. За відсутності результатів натурних випробувань допускається приймати  $P_u = 1,25F_d$ .

Пружна складова осідання палі є сумою пружного деформування ґрунту навколо палі та стовбура палі, визначається за формулою:

$$S_e = 2(1 + \nu) \frac{P \cdot c}{EL} + \frac{P \cdot l \cdot (1 + b)}{2E_0 F}, \quad (1.2)$$

де  $\nu$  – усереднене значення коефіцієнта поперечної деформації ґрунту вздовж бічної поверхні палі і під вістрям;  $c$  – коефіцієнт осідання, що визначається з розв’язання системи

$$\begin{cases} u(z, r) = 0; \\ v(z, r) = 0; \\ w(z, r) = c; \\ \int_0^1 f(h) dh + b = P. \end{cases} \quad (1.3)$$

Перші два рівняння системи (1.3) є умовою рівності нулю горизонтальних переміщень на бічній поверхні палі від спільної дії розподіленого по бічній поверхні навантаження  $f(h)$  та сили  $b$  (рівнодіючої) на нижньому кінці палі. Третє рівняння є умовою рівності переміщень точок бічної поверхні палі і нижнього кінця. Останнє рівняння системи (1.3) є умовою рівноваги [75].

Пружну складову переміщень точок основи рекомендують знаходити, використовуючи розв'язки Р. Міндліна та Д. Ченя [50] для компонентів напружень і деформацій, що виникають в пружному півпросторі під дією нормальної до межі зосередженої сили  $P$ .

Потрібно відмітити, що методика, викладена в Зміні № 1 до ДБН В.2.1-10-2009 [75], потребує подальшого вдосконалення та конкретизації з огляду на необхідність врахування сучасних уявлень про деформативність дискретного середовища ґрунту, питань опору ґрунту зсуву, структурно-фазової деформативності ґрунтів, їх стисливості та впливу ущільнення ґрунту на їх НДС.

## **1.2 Шляхи розвитку методів розрахунку пальових фундаментів та їх розрахункове обґрунтування**

Складність властивостей ґрунтів та множина визначальних факторів, що впливають на їх механічну поведінку, завжди були бар'єром, перед яким були безсилі сучасні математичні методи суцільних середовищ. Інтенсивний розвиток та широке застосування ЕОМ суттєво наблизило фундаментальні математичні проблеми до прикладних (в цьому випадку до фундаментобудування), посилило їх взаємовплив.

Поява нового, потужного методу досліджень – числового експерименту – як ніколи раніше, тісно пов'язала фізичний зміст задачі, математичне формулювання, числовий спосіб розв'язання та ЕОМ. Сучасні числові методи розрахунку – міст між теорією споруд, механікою ґрунтів, механікою твердого деформованого тіла, механікою дисперсних середовищ з одного боку, та проблемами практики проектування з іншого. Проблеми прогнозу поведінки пальового фундаменту можна вирішити, використовуючи сучасні числові методи та сучасні ЕОМ.

Серед сучасних числових методів виділилась основна група розв'язання крайових задач будівельної механіки та механіки твердого деформованого тіла – метод скінчених елементів (МСЕ) та метод

граничних елементів (МГЕ). В цих числових методах реалізовано запропоновану Пуассоном ідею – розв'язок задачі про НДС складної конструкції подавати шляхом представлення її з елементарних фрагментів [27]. Ідеї розбиття конструкцій (декомпозиція, дискретизація) відомі в механіці та математиці з давніх часів. В багатьох роботах [3, 19, 22, 23, 27, 37, 71, 77] відмічається дієвість ідеї подання неперервних функцій за допомогою кускової апроксимації. Сформульована Пуассоном ідея подання конструкцій у вигляді дискретних елементів використовувалась в ранньому періоді дослідження конструкцій літальних апаратів. Зараз потрібно відмітити якісно новий етап в розвитку цих ідей в форматі числових МСЕ та МГЕ.

МСЕ притягнув до себе увагу дослідників головним чином тією властивістю, що суцільне середовище розбивається на низку елементів, які можна розглянути як окремі частинки. Кожний скінчений елемент зберігає всі фізичні та геометричні властивості вихідного середовища і є елементом кінцевих розмірів: стержень для одновимірних об'єктів, для дво- чи тривимірних об'єктів теорії пружності – це трикутні чи чотирикутні скінчені елементи, тетраедри. На границі області задаються граничні умови, реактивні сили чи переміщення. Саме подання в МСЕ скінчених елементів кінцевих розмірів дає можливість перейти від реальної схеми з нескінченим числом параметрів НДС до системи з кінцевим числом параметрів.

Шуканими функціями в МСЕ є переміщення, які визначаються із умови мінімізації функціонала Лагранжа. Вибір саме цього алгоритму та фізичної інтерпретації пояснюється наявністю єдиних методів побудови матриць жорсткості і векторів навантажень для різних типів скінчених елементів, можливістю врахування довільних граничних умов і складної геометрії конструкції, що розраховується. Реалізований варіант МСЕ використовує принцип можливих переміщень Лагранжа, який стверджує, що при переході пружної системи під дією зовнішнього навантаження з недеформованого стану в деформований рівноважний стан сумарна робота, що здійснюється в цьому процесі зовнішніми і внутрішніми силами, дорівнює нулю.

Повна потенційна енергія тривимірної системи

$$II = U - W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma \varepsilon d\Omega - \int_{\Omega} p u d\Omega, \quad (1.4)$$

де  $U$  – потенціал деформацій;  $W$  – потенціал зовнішніх сил.

Невідомі ступені свободи системи (фізичних зміст яких – лінійні та кутові переміщення) визначаються з умови мінімуму функціоналу повної потенціальної енергії системи:

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \Pi(q) = \frac{\partial}{\partial q_i} U(q) - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} W(q) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.5)$$

Після диференціювання по кожному ступеню вільності системи отримуємо систему визначальних алгебраїчних рівнянь, яка має такий математичний вигляд:

$$|K| \cdot \{q\} = \{P\}, \quad (1.6)$$

де  $|K|$  – матриця жорсткості системи;  $\{q\}$  – вектор ступенів вільності системи;  $\{P\}$  – вектор правих частин системи.

Дискретизація досліджуваної системи скінченими елементами приводить до виразу

$$\Pi = \sum_{\kappa=1}^m \Pi_{\kappa} = \sum_{\kappa=1}^m U_{\kappa} - \sum_{\kappa=1}^m W_{\kappa}. \quad (1.7)$$

А визначальні алгебраїчні рівняння записуються так:

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{r=1}^n \Pi_r(q_i) = \frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{r=1}^n U_r(q_i) - \frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{r=1}^n W_r(q_i) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1.8)$$

звідки 
$$\frac{\partial}{\partial q_r} U(q_r) = |K_r| \cdot \{q\}_r; \quad \frac{\partial}{\partial q_r} W(q_r) = \{P\}_r, \quad (1.9)$$

з принципу можливих переміщень елемент матриці жорсткості  $r$ -го скінченного елемента:

$$k_{ij,r} = \int_{\Omega} \sigma_i \varepsilon_j d\Omega. \quad (1.10)$$

Переміщення по області  $r$ -го скінченного елемента

$$u_r = \sum_{r=1}^n q_i \cdot f_i. \quad (1.11)$$

Апроксимуючий поліном розподілу переміщень  $f_i$  відповідає  $q$ -му ступеню вільності. Компоненти НДС  $r$ -го скінченного елемента

$$\{\varepsilon\}_r = |D|_r \cdot |u|_r \cdot \{q\}_r; \quad \{\sigma\}_r = |E|_r \cdot |u|_r \cdot \{\varepsilon\}_r; \quad \{R\}_r = |k|_r \cdot |u|_r \cdot \{q\}_r, \quad (1.12)$$

де  $|u|_r$  – матриця апроксимуючих функцій переміщень  $r$ -го скінченного елемента;  $\{R\}_r$  – вектор зовнішніх навантажень.

Важливою перевагою викладеного методу [27–29] є те, що матрицю  $K$  і вектор  $P$  отримують підсумовуванням відповідних елементів матриць жорсткості і векторів навантажень, побудованих для окремих скінченних елементів. Вагомий вклад в розвиток МСЕ внесли: В. А. Баженов [40], І. П. Бойко [13, 14, 18], О. С. Городецький [27, 28, 29, 49], О. С. Сахаров, Е. З. Крискунов [44], А. В. Перельмутер [77] та багато інших.

Метод граничних елементів має суттєві переваги перед методами, в яких скінченними елементами покривається вся досліджувана область. Зокрема, можна використовувати менше число невідомих для розв'язання тих же самих задач. Це робить МГЕ особливо корисним у випадку тривимірних задач, де відношення зовнішньої поверхні до об'єму мале, наприклад, в навантажених внутрішнім тиском залізобетонних конструкціях ядерних реакторів, насипних дамбах і т. д. [20].

При підході, що використовує МГЕ, спочатку проводиться вибір невідомих по частині поверхні та інтерполюючих їх функцій. Ця процедура аналогічна використанню скінченних елементів в МСЕ, тільки на граничній поверхні тіла. Граничні елементи дозволяють краще описати геометрію розглянутого тіла і, крім того, легко комбінуються зі скінченними елементами [20]. Одним з основних недоліків МСЕ є неможливість моделювати нескінченні області. У МГЕ, навпаки, передбачається можливість використання фундаментальних рішень, які природним чином задовольняють умови на нескінченності. Однак фундаментальні рішення іноді важко знайти, але тоді можна використовувати деяке наближення. Однією з найбільш цікавих особливостей МГЕ є простота вхідних даних, необхідних для розв'язання задачі [20].

МГЕ краще підходить для задач, де розглядається концентрація напружень або потоку, для яких методом скінченних елементів зазвичай неможливо скористатися через застосування інтерполюючих функцій. Основними недоліками МГЕ є труднощі, які зустрічаються при виборі фундаментальних рішень. Відмінністю МГЕ є та обставина, що всі матриці в цьому методі є майже повністю заповненими [20, 56, 58].

МГЕ – альтернативний підхід розв'язання крайових задач, який використовує поверхневу дискретизацію досліджуваного об'єкта, тому для тривимірних задач фундаментобудування цей метод більш

ефективний. Розв'язання конкретної задачі за МГЕ можливий при умові наявності відповідного фундаментального розв'язку (точної чи наближеної функції Гріна). Задача зводиться до перетворення системи вихідних розрахункових диференціальних рівнянь до *інтегрального рівняння*, розв'язання якого набагато простіше [19, 20]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \\ = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (1.13)$$

де  $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$  – статичні рівняння;  $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$  – геометричні рівняння;  $\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$  – фізичні рівняння.

Значення інтегралів по границі та осередках основи визначаються числовим інтегруванням, яке являє собою більш стійкий і точний процес, ніж числове диференціювання. Така операція дає можливість отримати систему алгебраїчних рівнянь, яка відноситься лише до границі області [19].

Вагомий вклад в розвиток МГЕ внесли: К. Бреббія [19, 20], Ю. В. Верюжский [22, 23], В. А. Баженов [40], А. С. Моргун [57, 56, 58] та інші.

В останній час в зв'язку з різким збільшенням навантаження на фундаменти і забудовою територій, складених в багатьох випадках просадковими чи нерівномірно стискуваними ґрунтами, які раніше рахувались не придатними для будівництва, знаходять все більше використання плитно-пальові фундаменти із забивних чи бурін'єкційних паль.

Класична область прикладання пальових фундаментів передбачає прорізання ними верхніх слабких шарів ґрунту і передачу навантаження від будівель на глибоко лежачі шари ґрунтів з відносно високими міцнісними будівельними властивостями. Раніше при розрахунках пальових фундаментів опір ростверків, ще перекривають палі, не враховувався. Та коли висотна будівля проектується із заглибленими поверхнями, а пальове поле перекрите ростверковими плитами, що лягають на ґрунти з відносно хорошими будівельними властивостями, то постає питання щодо



доцільності використання опору ростверка. Тому концепція плитно-пальових фундаментів передбачає передачу частини навантаження від будівлі по підошві плитного ростверка. Несуча здатність паль по боковій поверхні та під вістрям і ростверку реалізуються при різних осіданнях, а не одночасно. Це робить плитно-пальові фундаменти найбільш надійними конструкціями для висотних будівель [18].

Спостереження за висотними будівлями підтверджують, що плитно-пальові фундаменти дозволяють забезпечити для споруджених на них будівлях допустимі значення осідань. Особливістю закордонного досвіду проектування пальових фундаментів висотних будівель є улаштування в межах фундаменту однієї будівлі паль різної довжини для більш повного використання по матеріалу частини паль.

Не дивлячись на багаточисленний експериментальний досвід досліджень поведінки пальових полів, несуча здатність пальового поля визначається за даними розрахунку одиночних паль без врахування їх взаємодії.

Прогноз поведінки плитно-пальового фундаменту будівлі при навантаженнях вертикальними силами є складною задачею, оскільки підключається зміна властивостей ґрунтів, при навантаженнях проходить перерозподіл зусиль, який змінює НДС оточуючого ґрунту. При заглибленні паль експерименти підтверджують часткове порушення структури ґрунту. Ю. М. Работнов ще в 1968 р. звернув увагу, що в композитних матеріалах мають бути суттєві ефекти місцевої пластичності в силу локальної концентрації напружень. Природно, що такі локальні порушення законів пружності призводять до незворотності деформацій. Особливо яскраво це проявляється в пористому середовищі ґрунту, коли в процесі експлуатації в ґрунтах з'являються напруження і деформації, що перевищують граничні значення. Створення нових комп'ютерних технологій теоретичного числового аналізу поведінки системи «основа–пальове поле будівлі» дає можливість моделювати цей процес [77].

Ґрунтам властива зміна їх властивостей як в процесі будівництва, так і експлуатації. Труднощі виявлення загальних закономірностей поведінки ґрунтів пояснюються тим, що ґрунти складаються із багатьох мінералів, диспергованих у різній мірі, їм притаманні різні властивості при взаємодії один з другим, водою, повітрям. Якщо при цьому врахувати, що результати, які отримуються дослідним шляхом, залежать від щільності і

напруження ґрунту, методик проведення досліджень, конструктивних характеристик приладів, методів обробки дослідних даних та їх інтерпретації, то стає зрозумілим, чому ці результати суперечливі.

Пластичні деформації ґрунтів під краями фундаментної плити починають виникати лише при закінченні будівництва декількох поверхів. Тому на початку будівництва для ґрунтів справедлива модель лінійно-деформованого середовища, що базується на математичному апараті теорії пружності [90]. Класична лінійна теорія пружності – основа для більшості міцнісних розрахунків в техніці. В цьому її безумовна цінність.

Іншим напрямом моделі ґрунтової основи є гіпотеза Фусса–Вінклера, згідно з якою ґрунт підкоряється лінійній залежності між напруженнями та осіданнями. Ця гіпотеза не враховує розподільчих властивостей ґрунтів. Залежність розрахунку від «коефіцієнта постелі», який помилково приймається постійною і незмінною характеристикою ґрунту, а також відсутність врахування горизонтальних пружних сил ґрунту, які є силами пасивного опору породи і здійснюють значний вплив на напружений стан всієї системи, є головними недоліками цього напрямку та знижують його практичну та наукову цінність [4]. При розрахунку ґрунтових основ використовується також модель граничної рівноваги, яка є протилежною та взаємовиключною до моделі лінійно-деформованого середовища. Модель лінійно-деформованого середовища заснована на припущенні, що ні в одній точці ґрунтового середовища немає граничної рівноваги, а модель граничної рівноваги, навпаки, – цей стан властивий всім точкам ґрунту. В дійсності в ґрунті є зони як дограничного, так і граничного напруженого стану, тому доцільно розглядати при визначенні НДС ґрунтів змішану задачу теорії пружності і пластичності ґрунтів, як її називають в механіці ґрунтів. Розв'язки змішаної задачі мають задовольняти в пружній і пластичній областях одні і ті ж рівняння рівноваги, геометричні рівняння, але різні в цих областях фізичні рівняння, умову текучості ( $F = 0$ ) в пластичних областях при відповідних граничних умовах. Таким чином, розрахунок пальових фундаментів за діючими ДБНіП проводиться за спрощеними розрахунковими схемами, що не завжди забезпечує економічні і надійні проектні рішення. Це викликає потребу подальшого удосконалення розрахункових схем з використанням сучасних числових методів та комп'ютерних технологій, які змінили б ситуацію на краще.

Подальший шлях розвитку методів розрахунку пов'язаний з урахуванням пружно-пластичних деформацій ґрунту, горизонтальних складових об'ємних сил ґрунту, розподілення деформацій лише в межах обтиснутої криволінійної пружно-пластичної активної зони, врахування неоднорідності та анізотропії ґрунту [4, 9, 26, 42, 59, 76, 103]. Моделі пружно-пластичного середовища ґрунту при роботі його в складному напруженому стані (стиснення із зсувом) є сьогодні основою нелінійних методів розв'язання геотехнічних задач. Ці методи включають в себе функцію, яка виражає поверхню текучості і кінематичні співвідношення при пластичній течії. Загальні деформації ґрунту включають лінійну (пружну) і пластичну частину. Для лінійної ділянки залежності  $\varepsilon = f(p)$  приймається модель лінійно-деформованого тіла, що підкоряється узагальненому закону Гука і характеризується модулем деформації  $E$  та коефіцієнтом Пуассона  $\nu$ .

Пластична складова деформацій виникає після досягнення напруженим станом межі міцності. Досягнення межі міцності (текучості) пов'язується з настанням граничної рівноваги у відповідності до тієї чи іншої умови текучості (Кулона, Мізеса–Шлейхера–Боткіна, Треска та інших). В нелінійних моделях на стадіях пластичного деформування враховується дилатансія.

### **1.3 Визначальні фактори впливу на опір пальового поля зовнішніх силових навантажень**

Конструкції сучасних висотних будівель – це каркас з монолітного залізобетону і вони мають низку особливостей:

- безбалкові перекриття, нерегулярна розташованість балконів, лоджій, яка веде до відсутності ядра жорсткості будівлі;
- нерегулярно розташовані вертикальні несучі елементи, діафрагми, колони, пілони;
- зовнішні стіни проектуються як несучі, які поверхово опираються на міжповерхові перекриття кожного поверху;
- сучасні фундаментні конструкції – це фундаментна плита, оперта на палову підоснову (або ґрунтову основу, підсилена палями) [77].

Головна особливість монолітного каркасу (більш жорсткої конструктивної схеми будівлі) – забезпечення спільної роботи всіх конструктивних елементів колон, пілонів, діафрагм, плит перекриття, фун-

даментної плити. Вірне використання цих можливостей дозволяє значно поліпшити міцнісні властивості каркасу з одночасним зменшенням його матеріалоемності. Жорсткість фундаментної плити покращується через залучення в роботу міжповерхових перекриттів та вертикальних елементів.

Як відмічалось раніше, розміщення сучасних будівель та споруд часто здійснюється на несприятливих для будівництва територіях, у складних ґрунтових умовах. Крім того, збільшення етажності сучасних будівельних об'єктів приводить до збільшення інтенсивності силових та деформаційних навантажень на них. В рамках «плями» забудови напруження в основах сучасних будівель сягають більше 500 – 800 кПа. Діючі будівельні норми в таких випадках рекомендують використовувати пальові поля, армуючи ґрунт палями, адже основним призначенням паль є збільшення несучої здатності ґрунту (його армування) під спорудою. Палі збільшують несучу здатність основи за рахунок ущільнення ґрунту, тертя між поверхнею палі та ґрунту і комбінованої дії упору на більш міцні ґрунти. Площа контакту поверхні палі з ґрунтом має бути достатня для передачі навантаження на оточуючий ґрунт [2].

Таким чином, несприятливі умови основи (ґрунту) можуть бути покращені завдяки забиванню паль. Використання пального фундаментного поля найбільш економічне за всіма параметрами. Проте методи розрахунку паль і їх сумісної роботи недосконалі, «домашинні», не можуть задовольняти сучасні вимоги точності результатів. Визначальними факторами, що в найбільшій мірі впливають на опір паль пального поля, є:

- вид пального поля;
- число паль;
- їх довжина;
- відстань між палями;
- ґрунтові умови.

Одним із невирішених залишається питання врахування взаємовпливу активних зон паль в пальному полі будівлі та перерозподіл навантаження між палями. Тому створення нових комп'ютерних технологій теоретичного чисельного аналізу поведінки системи «основа–пальове поле будівлі» є актуальною задачею. Згідно з експериментальними дослідженнями при відстані між палями  $3-4d$  ( $d$  – діаметр па-

## ЛІТЕРАТУРА

1. Алейников С. М. МГЕ в контактных задачах для упругих пространственно-неоднородных оснований / С. М. Алейников. – М. : Изд-во АСВ, 2000. – 754 с.
2. Андрухов В. М. Аналіз напружено-деформованого стану елементів каркасу багатопверхових будівель при врахуванні в розрахункових схемах характеристик підвалін / В. М. Андрухов, І. М. Меть, А. В. Ніцевич // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві: Науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2006. – № 3. – С. 96–104.
3. Балсон Ф. С. Заглублённые сооружения: статическая и динамическая прочность / Ф. Балсон. – М. : Стройиздат, 1991. – 241 с.
4. Барвашов В. А. Чувствительность системы «основание–сооружение» / В. А. Барвашов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 3. – С. 10–15.
5. Бартоломей А. А. Влияние характера нагружения на результаты расчета осадки свай и свайных фундаментов / А. А. Бартоломей, И. М. Омельчак // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2003. – № 5. – С. 2–6.
6. Бартоломей А. А. Напряженно-деформированное состояние оснований фундаментов из призматических свай / А. А. Бартоломей, А. В. Пилягин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 1988. – № 3. – С. 28–30
7. Бартоломей А. А. Основы расчета ленточных свайных фундаментов по предельно допустимых осадках / А. А. Бартоломей. – М. : Стройиздат. 1982. – 320 с.
8. Бахолдин Б. В. Особенности расчета фундаментов из буронабивных свай / Б. В. Бахолдин, П. И. Ястребов, Е. А. Парфёнов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 6. – С. 12–17.
9. Бахолдин Б. В. Методика контроля буронабивных свай по результатам их динамических испытаний / Б. В. Бахолдин, А. В. Драницын // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 1. – С. 16–21.
10. Бенерджи П. К. Метод граничных элементов в прикладных науках : пер. с англ. / П. К. Бенерджи, Р. Баттерфилд. – М. : Мир, 1984. – 494 с.
11. Березанцев В. Г. Расчет оснований сооружений / В. Г. Березанцев. – Л. : Стройиздат. – 1970. – 206 с.
12. Бойко І. П. Вплив розташування паль на НДС захисних підпорних стінок / І. П. Бойко, В. М. Ключка // Міжвідомчий науково-

технічний збірник Будівельні конструкції. – Вип. 61, т. 2. – 2004. – С. 283–286.

13. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при прибудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І. П. Бойко, В. О. Сахаров // Основи і фундаменти : Міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : КНУБА, вип. 28, 2004. – С. 3–10.

14. Бойко И. П. Напряженно-деформированное состояние упруго-пластического, дилатирующего основания свайных фундаментов / И. П. Бойко // Основания и фундаменты. Вып. 19. – К. : Будівельник, 1986. – С. 7–9.

15. Бойко И. П. Осадки спайного поля / И. П. Бойко, С. В. Тиунов // Основания и фундаменты. Республиканский межведомственный научно-технический сборник. – Вып. 21 – К. : КИСИ, 1988. – С. 13–15.

16. Бойко І. П. Особливості взаємодії пальових фундаментів під висотними будинками з їх основою / І. П. Бойко // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник. – Вип. 30 – К. : КНУБА, 2006. – С. 3–8.

17. Бойко И. П. Свайные фундаменты на нелинейно-деформируемом основании / И. П. Бойко // Диссер. докт. техн. наук. 05.23.02. – М. : НИИОСП, 1988. – 372с.

18. Бойко И. П. Теоретические основы проектирования свайных фундаментов на упруго-пластическом основании / И. П. Бойко // Основания и фундаменты. – К. : Будівельник, 1985. – № 18. – С. 11–18.

19. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Телес, Л. Вроубел : пер. с англ. Л. Г. Корнейчука под ред. Э. И. Григолюка. – М. : Мир, 1987. – 524 с.

20. Бреббия К. Применения МГЕ в технике / К. Бреббия, С. Уокер. М. : Мир, 1982. – 247 с.

21. Василенко А. Ю. О распределении нагрузки между отдельными сваями в кусте / А. Ю. Василенко // Основания, фундаменты и механика грунтов. Республиканский межведомственный сборник – № 11. – К. : Будівельник, 1978.

22. Верюжский Ю. В. Методы анализа безопасности объекта «Укрытие» / Ю. В. Верюжский // Науково-технічний збірник Проблеми чорнобильської зони відчуження. – Вип. 6, 1998. – С. 58–70.

23. Верюжский Ю. В. Численные методы потенциала в некоторых задачах прикладной механики / Ю. В. Верюжский. – К. : Вища школа, 1978. – 183 с.

24. Визначення основних параметрів геологічної ситуації основи / [А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. М. Меть, О. Е. Тимошенко] // Сучасні

технології, матеріали і конструкції в будівництві: Науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2008. – № 5. – С. 63–67.

25. Голубков В. Н. Исследование процесса формирования зоны деформаций в основаниях одиночных свай / В. Н. Голубков // Основания и фундаменты. – Вып. 4. – К. : Будівельник. – 1971.

26. Гончаров Б. В. Об эффективности фундаментов в вытормбованных котлованах в непросадочных глинистых грунтах / Б. В. Гончаров, О. В. Галимнурова, Н. Б. Гареева // Основания, фундаменты и механика грунтов, 2007. – № 1. – С. 13–15.

27. Городецкий А. С. Информационные технологии расчёта и проектирования строительных конструкций : учеб. пособ. / А. С. Городецкий, В. С. Шмуклер, А. В. Бондарев. – Харьков : НТУ ХПИ, 2003. – 889 с.

28. Городецкий А. С. Компьютерные модели конструкций / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров. – К. : Факт, 2005. – 344 с.

29. Городецкий А. С. Сходимость метода конечных элементов для задач нелинейной теории упругости / А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров, В. С. Карпиловский. – К. : Деп. в УкрНИИТИ, 1980. – № 2194. – 9 с.

30. Готман Н. З. Определение параметров свайного поля из забивных свай / Н. З. Готман // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2003. – № 2. – С. 2–6.

31. Григорян А. А. О безопасности строительства на глинистых грунтах по первому предельному состоянию / А. А. Григорян // ОФМГ. – М. : Строиздат, 2006. – №5 – С. 20 – 25.

32. Григорян А. А. О некоторых особенностях проектирования свайных фундаментов в грунтовых условиях II типа по просадочности / А. А. Григорян // ОФМГ. – М. : Стройиздат, 2005. – №1. – С.21–25.

33. Грунты. Методы измерения деформаций оснований зданий и сооружений: ГОСТ 24846-81. – М. : Стройиздат, 1982. – 15 с.

34. Грунты. Методы полевых испытаний сваями: ГОСТ 5686-94. – М. : Стройиздат, 1996. – 52с.

35. Далматов Б. И. Механика грунтов, основания и фундаменты / Б. И. Далматов. – М. : Стройиздат. – 1981. – 319 с.

36. Дарков А. В. Строительная механика / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – М. : Высшая школа. 1986. – 607 с.

37. Жемочкин Б. М. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. М. Жемочкин, А. П. Синицин. – М. : Стройиздат, 1962. – 239 с.

38. Зарецкий Ю. К. Вязко-пластичность грунтов и расчеты сооружений / Ю. К. Зарецкий. – М. : Стройиздат, 1988. – 320 с.

39. Зоценко М. Л. Підсилення основ і фундаментів при реконструкції будівель / М. Л. Зоценко, Ю. Л. Винников, О. В. Борт // Бетон и железобетон в Украине. – К. : 2006. – № 1. – С. 2–8.
40. Информатика. Информационные технологии в строительстве. Системы автоматизированного проектирования : учеб. для студ. высших уч. зав. / В. А. Баженов, Э. З. Криксунов, А. В. Перельмутер, О. В. Шишов. – К. : Каравела, 2004. – 360 с.
41. Інформаційні технології в будівництві. Системи автоматизованого проектування / [В. А. Баженов, Е. Е. Криксунов, А. В. Перельмутер, О. В. Шишов.]. – К. : Каравелла, 2004. – 357 с.
42. Копейкин В. С. Расчет осадок фундаментов с учетом величия напряженного состояния на характеристики деформируемого грунта / В. С. Копейкин, В. Ф. Сидорчук // Основания, фундаменты и механика грунтов. – М. : Строиздат, 1993. – №4. – С. 8–14.
43. Корниенко Н. В. Определение просадочности лессовых грунтов по физическим показателям / Н. В. Корниенко, А. В. Пятков // Основания и фундаменты. Республиканский межведомственный научно-технический сборник. – Вып. 21. – К. : КИСИ, 1988. – С. 28–38.
44. Криксунов Э. З. О расчетных моделях сооружений и возможностях их анализа. CAD Master [Электронный ресурс] / Э. З. Криксунов, А. В. Перельмутер. – 2000. – № 3. – С. 38–43. – Режим доступа: [http://csf.ru/file/tpxiMsktagvovrpv7790842/cm\\_03\\_rasch\\_modeli.pdf](http://csf.ru/file/tpxiMsktagvovrpv7790842/cm_03_rasch_modeli.pdf).
45. Кузьменко В. Г. Поведение грунта междусвайного пространства при осадке свай / В. Г. Кузьменко // Основания и фундаменты. Республиканский межведомственный научно-технический сборник. – Вып. 9. – К. : Будівельник. КИСИ, 1976. – С. 46–48.
46. Купрадзе В. Д. Методы потенциала в теории упругости / В. Д. Купрадзе. – М. : Физматгиз, 1963.
47. Луга А. А. О повышении эффективности и экономичности свайных фундаментов / А. А. Луга // Транспортное строительство. – 1978. – № 8. – С. 12–14.
48. Мангушев Р. А. Плитно-свайный фундамент для здания повышенной этажности / Р. А. Мангушев, А. Б. Фадеев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2008. – № 1. – С. 15–19.
49. Метод конечных элементов: теория и численная реализация. Программный комплекс «ЛПА-Windows» / [А. С. Городецкий, И. Д. Евзеров, Е. Б. Стрелец-Стрелецкий и др.]. – К. : ФАКТ, 1997. – 138 с.
50. Миндлин Р. Сосредоточенная сила в упругом полупространстве / Р. Миндлин, Д. Чень // Сб. сокращ. переводов иностр. период. лит. : [Механика]. – М. : Изд. иностранной литературы, 1952. – С. 118–133.



51. Миронов В. А. Прочность и деформируемость грунтов при сложном напряженном состоянии / В. А. Миронов, О. Е. Софьин, А. Н. Гудий // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 4. – С. 5–9.
52. Михлин С. Г. Вариационные методы математической физики / С. Г. Михлин. – М. : Наука, 1970. – 512 с.
53. Моргун А. С. Взаємодія буронабивних паль з ґрунтом за методом граничних елементів / А. С. Моргун, О. Е. Тимошенко // Вісник ВПІ. – 2009. – № 5.
54. Моргун А. С. Визначення кінематичних характеристик для прикладних задач геомеханіки / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич // Збірник наукових праць «Галузеве машинобудування, будівництво» / Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка / Вип. 4 (34), Т. 1. – Полтава : ПолтНТУ, 2012. – С. 178–182.
55. Моргун А. С. Комп'ютерна технологія розрахунку паль пальового поля висотних будівель із збільшеним кроком паль / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. А. Моргун // Вісник ВПІ. – 2007. – № 5. – С. 41–44.
56. Моргун А. С. Комп'ютерні технології розрахунку фундаментних конструкцій на основі методу граничних елементів : монографія / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич. – Вінниця : ВНТУ, 2009. – 162 с.
57. Моргун А. С. Метод граничних елементів в розрахунках паль. А. С. Моргун. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2000. – 130с.
58. Моргун А. С. Моделювання ефекту взаємодії системи «будівля–фундамент–основа» за числовим методом граничних елементів : моногр. / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 134 с.
59. Моделювання за методом граничних елементів процесу підсилення стрічкового фундаменту палями / [А. С. Моргун, І. В. Маєвська, А. В. Ніцевич, Н. В. Блашук ]// Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. – № 3. – С. 9–12.
60. Моргун А. С. Оптимізація пальового поля висотних будівель за МГЕ / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич // Збірник наукових праць ІнБТЕГП «Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві», 2010. – №2. – С. 96–99.
61. Моргун А. С. Пластична задача механіки руйнувань ґрунтової основи будівель за методом граничних елементів / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич, // Збірник НИИСК № 71 книга I. – К. : 2008. – С. 88–94.

62. Моргун А. С. Прогнозування взаємодії паль пальового поля будівлі за методом граничних елементів / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич // Тези студентських доповідей, рекомендованих до опублікування оргкомітетом XXXVI науково-технічної конференції ВНТУ. – 2007 р.

63. Моргун А. С. Прогнозування взаємодії паль пальового поля будівлі за методом граничних елементів / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. А. Моргун // Збірник наукових праць ІнБТЕГП «Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві», 2007 р. – № 4. – С. 90–93.

64. Моргун А. С. Прогнозування поведінки плитно-пальового поля висотної будівлі за числовим методом граничних елементів / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич // Комп'ютерний журнал «Наукові праці ВНТУ». – 2009. – № 2. – С. 1–6.

65. Моргун А. С. Розрахункове обґрунтування за методом граничних елементів оптимального варіанту пальового поля будівлі / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, Ю. І. Шевчук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2011. – № 4 – С. 28–31.

66. Моргун А. С. Формування матриці впливу методу граничних елементів при врахуванні дії вертикальних і горизонтальних напружень [Електронний ресурс] / А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. М. Меть // Наукові праці ВНТУ. – 2007. – № 1. – С. 1–5. – Режим доступу: <http://www.nbuu.gov.ua/e-journals/VNTU/2007-1/ukr/07masorp>.

67. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения / Н. И. Мухелишвили. – М. : Наука, 1968.

68. Напружено-деформований стан пальового фундаменту висотної каркасної будівлі з урахуванням спільної роботи з ґрунтовим масивом / І. П. Бойко, В. В. Жук, М. В. Корнієнко, В. О. Сахаров // Будівельні конструкції. – К. : НДІБК, 2004. – Вип. 61, Т. 1. – С. 19–22.

69. Николаевский В. Н. Современные проблемы механики грунтов / В. Н. Николаевский // Определяющие законы механики грунтов. – М. : Стройиздат, 1975. – С. 210–227.

70. Ніцевич А. В. Метод граничних елементів в розрахунках пальового поля будівлі на сходовій терасі / А. В. Ніцевич // Збірник наукових праць ІнБТЕГП «Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві». – 2011. – № 1. – С. 62–66.

71. Оден Джон Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Джон Оден. – М. : Мир, 1976. – 234с.

72. Основания зданий и сооружений: СНиП 2.02.01-83. – [Действителен с 1985. 01. 01]. – М. : Стройиздат, 1984. – 49 с.

73. Основания, фундаменты и подземные сооружения: МГСН 2.07-97 [Действителен с 1998.10.02]. – М. : Стройиздат, 1997. – 79 с.

74. Основи і фундаменти будівель та споруд : ДБН В.2.1–10–2009. – [Чинний від 01–07–2009]. – К. : МІНБУД України, 2009. – 199 с.
75. Основи і фундаменти будівель та споруд : Зміна № 1 ДБН В.2.1–10–2009. – [Чинний від 01–07–2011]. – К. : МІНБУД України, 2011. – 55 с.
76. Павлов Д. В. Исследование релаксации сдвиговых напряжений в песках / Д. В. Павлов, В. М. Радионов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – М. : НИИОСП. – 2007. – № 3. – С. 7–10.
77. Перельмутер А. В. Расчётные модели сооружений и возможности их анализа / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – К. : Сталь, 2002. – 600 с.
78. Підлуцький В. Л. Перерозподіл зусиль в пальовому фундаменті при влаштуванні паль різної довжини / В. Л. Підлуцький // Основи і фундаменти : Міжвідомчий науково-технічний збірник. – Вип. 30. – К. : КНУБА, 2006. – С. 77–83. – ISSN 0475-1132
79. Підлуцький В. Л. Вплив розташування паль та їх довжини на перерозподіл зусиль у фундаменті / В. Л. Підлуцький // Основи і фундаменти : Міжвідомчий науково-технічний збірник. – Вип. 31. – К. : КНУБА, 2008. – С. 88–94.
80. Пилягин А. В. Проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений : уч. пособие / А. В. Пилягин. – М. : АСВ, 2006. – 248 с.
81. Проблеми моделювання поведінки дилатансійних основ за методом граничних елементів / [А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. М. Меть, І. А. Моргун] // Дороги і мости : Збірник наукових праць. – К. : ДерждорНДІ, 2007. Вип. 7, Т. II. – С. 88–91.
82. Проблеми ресурсу фундаментних конструкцій при реконструкції будівель / [А. С. Моргун, А. В. Ніцевич, І. М. Меть, І. А. Моргун] // Сучасні технології, матеріали і конструкції в будівництві : Науково-технічний збірник. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця. – 2006. – № 3. – С. 6–10.
83. Проектирование и устройство свайных фундаментов : СП 50-102-2003. – М. : Стройиздат, 2004. – 87 с.
84. Пушилин А. Н. Метод расчета усилий в конструкциях зданий при деформировании основания из-за проходки подземной выработки / А. Н. Пушилин, А. В. Фаворов, В. И. Шейнин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – М. : НИИОСП, 2007. – № 3. – С. 2–7.
85. Расчет осадок зданий и сооружений на слабых глинистых грунтах с учетом деформаций здвига во времени / [М. А. Лучкин,

В. М. Улицкий, А. Г. Шаликин, К. Г. Шаликин] // ОФМГ. – М. : Стройиздат. 2007. – № 2. – С. 13–17.

86. Розин Л. А. Задачи теории упругости и численные методы их решения / Л. А. Розин. – СПб. : Изд-во СПбГТУ, 1998. – 530 с.

87. Руководство по проектированию свайных фундаментов. – М. : Стройиздат, 1980. – 150 с.

88. Сахаров В. О. Модель нелінійного деформування ґрунтової основи для розв'язання геотехнічних задач прибудови / В. О. Сахаров // Основи і фундаменти : Міжвідомчий науково-технічний збірник. – Вип. 29. – К. : КНУБА, 2005. – С. 8–18.

89. Свайные фундаменты : СНиП 2.02.03 – 85 [Действителен с 1987–01–01]. – М. : Стройиздат, 1985. – 92 с.

90. Седов Л. И. Механика сплошной среды / Л. И. Седов. – М. : Наука. – 1970. – 540 с.

91. Система забезпечення точності геометричних параметрів у будівництві. Геодезичні роботи у будівництві : ДБН Б В.1.3-2:2010. – К. : МІНБУД України, 2010. – 75 с.

92. Соломин В. И. Методы расчета и оптимальное проектирование железобетонных фундаментных конструкций / В. И. Соломин, В. Б. Шматков. – М. : Стройиздат, 1986. – 208 с.

93. Строительная механика. Спецкурс. Применение метода граничных элементов / [В. А. Баженов, А. Ф. Дащенко, Л. В. Коломиец, В. Ф. Оребей]. – О. : Астроприлет, 2001.

94. Тер-Мартirosян З. Г. Взаимодействие свайного фундамента с грунтом / З. Г. Тер-Мартirosян, Динь, З. Н. Нгуен // Основания, фундаменты и механика грунтов, 2007. – № 2. – С. 2–7.

95. Титко О. В. Оцінка ефективності фундаментів з групи взаємозалежних паль : моногр. / О. В. Титко. — Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2007. — 114 с.

96. Трофимчук А. Н. Надёжность систем сооружения – грунтовое основание в сложных инженерно-геологических условиях / А. Н. Трофимчук, В. Г. Черный, В. И. Черный. – К. : Полграфконсалтинг, 2006. – 248 с.

97. Улицкий В. М. Геотехнические проблемы строительства высотных зданий / В. М. Улицкий, А. Г. Шашкин, К. Г. Шашкин // Основания, фундаменты и механика грунтов. – № 5. – 2003. – С. 17–23.

98. Ухов С. Б. Основания и фундаменты высотных зданий. Научные аспекты и геотехнические проблемы / С. Б. Ухов // ОФМГ. – № 5 – 2003. – С. 15.

99. Федоровський В. Г. Предельное давление на ряд ленточных фундаментов и эффект «непродавливания» / В. Г. Федоровський // Ос-

нования, фундаменты и механика грунтов. – М. : Строиздат, 2006. – № 3. – С. 9–14.

100. Федоровский В. Г. Прогноз осадки фундаментов мелкого заложения и выбор модели основания для расчета плит / В. Г. Федоровский, С. Г. Безволев // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2000. – № 4. – С. 23–25.

101. Хазин В. И. Экспериментальные исследования зависимости несущей способности пирамидальных свай от угла коничности / В. И. Хазин // Основания и фундаменты. – К. : Будівельник, 1972. – Вып 5. – С. 124–128.

102. Цимбал С. Й. Деформація основи фундаментів за межами лінійної залежності / С. Й. Цимбал // Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник. – Вип. 29 – К. : КНУБА, 2005. – С. 124–131.

103. Шапиро Д. М. Упруго-пластичный анализ несущей способности оснований реконструируемых объектов методом конечных элементов / Д. М. Шапиро, Н. Н. Мельничук // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2007. – № 2 – С. 18–21.

104. Юшков Б. С. Распределение нагрузок между сваями кустов при их работе в водонасыщенных грунтах во времени / Б. С. Юшков // Основания и фундаменты: Межвузовский сборник научных трудов. Пермь. 1980. – С. 18–21.

105. Betti E. Teoria della elasticita / E. Betti // 11 Nuovo Cimento. 1872. – Т. 7–10.

106. EN 1997-1:2004 Eurocode 7: Geotechnical design – Part 1: General rules (Єврокод 7: Геотехнічне проектування. Частина 1. Загальні правила) з технічною поправкою EN 1997-1:2004/AC:2009.

107. Melan E. Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im innern beanspruchten Halbscheibe / E. Melan // Z. Angew. Math. Mech. 1932. – 12. – P. 343–346.

108. Mindlin R. D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid / R. D. Mindlin // Physics 7. – 1936. – P. 195–202.

109. Morgun A. Numerical method of boundary elements in applied researches of plate-pile foundation behavior of high-rise buildings / A. Morgun, A. Nitsevych // The 3rd Congress of the International Federation for Structural Concrete (*fib*) in Washington DC, in conjunction with the Precast/Prestressed Concrete Institute (PCI) Convention and the National Bridge Conference, Washington. – 2010. – 5 с. ([www.softconf.com/s08/fib2010](http://www.softconf.com/s08/fib2010)).

110. Reisner H. Initial stresses and sources of initial stresses / H. Reisner // ZAMP, 1931. – Bd II. – P. 1–8.

*Наукове видання*

**Ніцевич Андрій Віталійович  
Моргун Алла Серафимівна**

**МОДЕЛЮВАННЯ ЕФЕКТУ ВЗАЄМОДІЇ ПАЛЬ  
ПАЛЬОВОГО ПОЛЯ ВИСОТНИХ БУДІВЕЛЬ  
ЗА МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

Монографія

Редактор Н. Мазур

Оригінал-макет підготовлено А. Ніцевич

Підписано до виготовлення 25.06.2015 р.

Системні вимоги:

процесор Pentium; 512 Mb RAM; Windows XP,7,8; Acrobat Reader 6.0.

Один електронний оптичний диск (CD-ROM); обсяг даних 11,9 Мб.

Наклад 100 (1-й запуск 1–30) прим. Зам. № E2015-05.

Видавець та виготовлювач – Вінницький національний технічний університет,  
комп'ютерний інформаційно-видавничий центр.

Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ, ГНК, к. 114, м. Вінниця, 21021.

Тел.: (0432) 59-85-32, 59-81-59.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.