

Б. І. Мокін, О. Б. Мокін

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ
ТА ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ СИСТЕМИ
ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ
З ТЯГОВИМИ ЕЛЕКТРОДВИГУНАМИ
ПОСТІЙНОГО СТРУМУ**



Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/444>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Б. І. Мокін, О. Б. Мокін

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ ТА
ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ СИСТЕМИ
ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ З ТЯГОВИМИ
ЕЛЕКТРОДВИГУНАМИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ**

Монографія

УНІВЕРСУМ-Вінниця

2008

Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/444>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>

УДК 681.5.015+62-83:629.433
М 74

Рецензенти:

В. М. Чермалих, доктор технічних наук, професор
В. В. Грабко, доктор технічних наук, професор

Рекомендовано до видання Ученою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол №4 від 25.10.2007 р.).

Мокін Б. І., Мокін О. Б.

М 74 Ідентифікація параметрів моделей та оптимізація режимів системи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами електродвигунами постійного струму. Монографія. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. — 92 с.

ISBN 978-966-641-241-9

В монографії представлені розроблені авторами математичні моделі для мінімізації втрат електроенергії в системі електропривода трамвая з електродвигунами постійного струму послідовного збудження за рахунок побудови і реалізації законів оптимального керування режимами роботи цієї системи.

Монографія розрахована на інженерно-технічних працівників трамвайно-тролейбусних управлінь, а також може бути корисною студентам та аспірантам вузів, котрі спеціалізуються в галузі математичного моделювання та оптимізації міського електротранспорту.

УДК 681.5.015+62-83:629.433

ISBN 978-966-641-241-9

© Б. Мокін, О. Мокін, 2008

ЗМІСТ

ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД РОБІТ З ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ З ТЯГОВИМИ ЕЛЕКТРОДВИГУНАМИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	8
1.1. Математичні моделі, що використовуються в задачах оптимізації систем електроприводів з тяговими електродвигунами постійного струму.....	8
1.2. Постановка задач ідентифікації параметрів моделей та оптимізації режимів системи електропривода трамвая з урахуванням особливостей його функціонування.....	13
1.2.1. Постановка задачі побудови моделі кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням, придатної для розв'язання задачі оптимізації системи електропривода трамвая.....	13
1.2.2. Постановка задачі визначення еквівалентного моменту інерції махових мас системи електропривода трамвая, приведеного до вала тягового електродвигуна.....	15
1.2.3. Постановка задачі оптимізації режиму системи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму під час його руху по маршруту	16
1.2.4. Постановка задачі оптимізації режимів системи електропривода трамвая при його недовантаженні та перевантаженні.....	17
РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КРИВОЇ НАМАГНІЧУВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ДВИГУНА З ПОСЛІДОВНИМ ЗБУДЖЕННЯМ, ПРИДАТНА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ ЙОГО РЕЖИМІВ.....	18
2.1. Побудова математичної моделі кривої намагнічування та прямого способу ідентифікації її параметрів.....	18
2.2. Спосіб ідентифікації параметрів математичної моделі кривої намагнічування, оптимальний за критерієм мінімуму суми квадратів відхилень.....	19
2.3. Ідентифікація параметрів математичної моделі кривої намагнічування електродвигуна ТЕ022	21

2.4. Порівняльний аналіз математичних моделей кривої намагнічування ЕДПЗ та ідентифікація параметрів математичної моделі кривої намагнічування електродвигуна ТЕ022	23
2.4.1. Вихідні передумови порівняльного аналізу математичних моделей кривої намагнічування	23
2.4.2. Особливості ідентифікації параметрів математичних моделей (1.43), (1.45) та (2.18)	23
2.4.3. Порівняльний аналіз математичних моделей (2.17) та (2.22), (2.23), (2.24)	25
2.4.4. Аналіз можливості застосування математичних моделей (1.43), (1.45) та (2.18) у задачі мінімізації втрат електроенергії в системі електропривода	26
2.4.5. Завершення порівняльного аналізу математичних моделей кривої намагнічування електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням	27
РОЗДІЛ 3. ІДЕНТИФІКАЦІЯ РЕЖИМНИХ ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ	36
3.1. Ідентифікація моментів навантаження системи електропривода трамвая на прямолінійних ділянках трамвайної колії	36
3.2. Ідентифікація еквівалентного моменту інерції махових мас трамвая, приведеного до вала електричного двигуна	37
3.3. Мінімізація впливу похибки вимірювання струму якоря та кутової швидкості на визначення еквівалентного моменту інерції махових мас трамвая, приведеного до вала електричного двигуна	39
РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМІВ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ	41
4.1. Математичне моделювання режимів системи електропривода трамвая у задачах їх оптимізації при сталих моментах навантаження	41
4.1.1. Побудова математичних моделей для визначення оптимальних законів зміни струму якоря та кутової швидкості обертання вала ротора електродвигуна	41
4.1.2. Ідентифікація математичних моделей зміни струму якоря і кутової швидкості обертання вала ротора електродвигуна	43
4.2. Математичне моделювання режиму системи	

електропривода трамвая у задачі оптимізації при його перевантаженні	48
4.3. Математичне моделювання режиму системи електропривода трамвая у задачі оптимізації при його недовантаженні	51
4.4. Математичні моделі квазіоптимальних режимів системи електропривода трамвая при обмеженнях на швидкість руху	53
4.4.1. Побудова оптимального закону зміни кутової швидкості електродвигуна електропривода трамвая з урахуванням обмеження за її номінальним значенням	53
4.4.2. Ітераційний підхід до розв'язання проблеми недовиконання електроприводом трамвая програми роботи (4.2) при дотриманні під час руху трамвая квазіоптимального закону (4.80)	57
4.5. Математичні моделі квазіоптимального руху електропривода трамвая з урахуванням обмежень на швидкість, прискорення та ривок	60
РОЗДІЛ 5. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ РЕЖИМУ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ КТ4SU ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ЗАПРОПОНОВАНИХ МОДЕЛЕЙ ТА МЕТОДІВ.....	63
5.1. Створення передумов для практичної реалізації математичних моделей в задачі оптимізації режимів системи електропривода трамвая при його сталому навантаженні	63
5.2. Експериментальне визначення еквівалентного моменту навантаження та еквівалентного моменту інерції махових мас системи електропривода трамвая, приведених до умовної осі	67
5.3. Синтез оптимального режиму в системі електропривода трамвая КТ4SU на прямолінійній ділянці для випадку номінальної завантаженості трамвая	70
ВИСНОВКИ.....	80
ЛІТЕРАТУРА	82

ВСТУП

В процесі роботи трамвая на маршруті електродвигуни його системи електропривода споживають значну кількість електричної енергії, тож трамвайний парк є і буде одним із найбільших споживачів електричної енергії у будь-якому місті, де він є.

Однією із найбільш поширених структур системи електропривода трамваїв є така, в якій основними функціональними елементами є чотири електричні двигуни постійного струму з послідовним збудженням (ЕДПЗ), які попарно підключені під напругу контактної мережі, наприклад, як у розповсюдженому в Україні чеському трамваї КТ4SU.

Водії трамваїв керують трамвайним вагоном по-різному: найбільш кваліфікована їх частина намагається керувати так, щоб витратити якомога менше електроенергії, інша частина (як правило, більша) або з причини малого досвіду, або ж з причини недостатньої кваліфікації, керує трамваєм неоптимально, що призводить до невиправдано великих втрат електричної енергії. Останнім часом на більшості трамвайних вагонів з'явилися лічильники електричної енергії, які дають змогу керівництву трамвайного парку контролювати процес експлуатації трамвая тим чи іншим водієм та стимулювати водіїв до оптимального керування. Проте, якщо висококваліфікований досвідчений водій спроможний сам визначити режим руху трамвая між зупинками близький до оптимального, то більшість пересічних водіїв навіть при бажанні не можуть досягти суттєвої економії електроенергії.

В зв'язку з цим актуальною є задача оптимізації режимів роботи системи електропривода трамвая під час його руху від зупинки до зупинки за критерієм мінімуму втрат електричної енергії в якірних ланцюгах її електричних двигунів, тобто задача визначення законів оптимального руху трамвайного вагона від однієї зупинки до наступної, які можна було б використати на першому етапі в якості візуалізованих еталонів траєкторії руху для водія, а у майбутньому і в якості задача програми автомату, який замість водія керуватиме трамваєм.

Оскільки в більшості міст України горизонтальні ділянки руху трамваїв складають від 50 % до 95 % від загальної довжини трамвайних колій, то найбільшу економію електричної енергії отримаємо завдяки оптимізації режиму руху трамваїв саме на горизонтальних ділянках.

В монографії розглядається мінімізація втрат електроенергії в системі електропривода трамвая з ЕДПЗ за рахунок побудови і реалізації законів оптимального керування режимами роботи цієї системи.

Монографія складається з п'яти розділів.

В першому розділі аналізуються відомі математичні моделі та методи, які використовуються в задачах мінімізації втрат електричної енергії у системі електропривода трамвая, а також аналізуються відомі математичні моделі кривих намагнічування ЕДПЗ.

У другому розділі побудовано лінійно-параболічну математичну модель кривої намагнічування ЕДПЗ.

У третьому розділі запропоновано метод експериментальної ідентифікації моделі динаміки системи електропривода трамвая.

У четвертому розділі отримано оптимальні закони зміни струму якоря та кутової швидкості обертання вала ротора ЕДПЗ системи електропривода трамвая для режиму сталого навантаження, реалізація яких приводить до мінімізації втрат електроенергії в системі електропривода трамвая під час його руху по маршруту від однієї зупинки до наступної. Зазначені оптимальні закони отримано також для режимів сталого недо- та перевантаження.

У п'ятому розділі побудовано оптимальні закони зміни напруги якоря електродвигуна системи електропривода трамвая.

Текст монографії написано О. Б. Мокіним по матеріалах його досліджень, керівництво якими здійснювалось професором Б. І. Мокіним. Професором Б. І. Мокіним здійснено і загальне редагування монографії.

Відгуки, зауваження і побажання просимо надсилати за адресою: 21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, Видавництво ВНТУ «УНІВЕРСУМ-Вінниця», або через сайт www.mokin.com.ua.

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД РОБІТ З ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ З ТЯГОВИМИ ЕЛЕКТРОДВИГУНАМИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Математичні моделі, що використовуються в задачах оптимізації систем електроприводів з тяговими електродвигунами постійного струму

Основними функціональними елементами системи електропривода трамвая є, як правило, чотири електричні двигуни постійного струму з послідовним збудженням (ЕДПЗ), які попарно підключені під напругу контактної мережі.

В процесі роботи трамвая на маршруті двигуни його системи електропривода споживають значну кількість електричної енергії, тож трамвайний парк міста є одним із найбільших її споживачів.

В зв'язку з цим актуальною є задача оптимізації режиму роботи системи електропривода трамвая за критерієм мінімуму втрат електричної енергії в якірних колах їх електричних двигунів.

Покажемо, як ця задача розв'язується в відомих роботах [46, 55, 56].

З теорії електричних машин та з курсу основ електропривода, для електродвигунів з послідовним збудженням будуть справедливими такі співвідношення:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{ED} - M_{\Gamma}, \quad (1.1)$$

$$\omega(0) = \omega(T) = 0, \quad (1.2)$$

$$M_{ED} = k_M \cdot I_{\text{Я}} \cdot \Phi, \quad (1.3)$$

$$\Delta E = \int_0^T I_{\text{Я}}^2 \cdot R_{\text{Я}} dt, \quad (1.4)$$

де $I_{\text{Я}}$ — струм якоря електродвигуна; M_{ED} — обертальний момент на його валу; ω — кутова швидкість обертання вала; J — момент інерції махових мас, які приводить в рух електродвигун, приведений до його вала; $R_{\text{Я}}$ — активний опір якірного кола електродвигуна; ΔE — втрати електричної енергії в якірному колі, що обумовлені проходженням струму $I_{\text{Я}}$ по активному опорі $R_{\text{Я}}$ протягом відрізка часу T ; k_M — коефіцієнт пропорційності між струмом якоря $I_{\text{Я}}$ і створюваним ним обертальним моментом M_{ED} на валу електродви-

гуна, який залежить від обмоткових параметрів та магнітного потоку електродвигуна і легко знаходиться за його паспортними даними; T — відрізок часу, за який трамвай проходить відстань між двома зупинками; M_{Γ} — гальмівний момент, створюваний на валу електродвигуна робочим навантаженням, для подолання якого і необхідний обертальний момент M_{ED} .

Зрозуміло, що для повноти характеристики електропривода трамвая рівняння (1.1), (1.2), (1.3), (1.4) необхідно доповнити ще і рівнянням

$$\alpha = \int_0^T \omega dt, \quad (1.5)$$

яке задає кут α повороту вала за час T .

Задачу оптимізації для електропривода, який характеризується співвідношеннями (1.1)–(1.5), можна сформулювати так [46, 55, 56]: знайти такі закони зміни струму якоря $I_{\text{Я}}(t)$ електродвигуна і кутової швидкості $\omega(t)$ обертання його вала, які при заданому значенні інтеграла (1.5) доставляють мінімум критеріальному функціоналу (1.4) в умовах дії обмежень (1.1), (1.3).

Цю задачу зручно розв'язувати і потім узагальнювати результати, якщо перейти від іменованих одиниць у виразах (1.1)–(1.5) до відносних, взявши за базові їх номінальні значення ω_H , M_H , I_H , Φ_H , пам'ятаючи, що згідно з виразом (1.3)

$$M_H = k_M \cdot I_H \cdot \Phi_H, \quad (1.6)$$

та доповнивши цю систему базовою величиною T_M для часу t , взявши за неї механічну сталу у вигляді

$$T_M = \frac{J \cdot \omega_H}{M_H}, \quad (1.7)$$

базовою величиною α_6 для кута повороту у вигляді

$$\alpha_6 = \omega_H \cdot T_M \quad (1.8)$$

та базовою величиною ΔE_6 для втрат електричної енергії у вигляді

$$\Delta E_6 = I_H^2 \cdot R_{\text{Я}} \cdot T_M. \quad (1.9)$$

Введемо такі позначення відносних величин:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{I_{\text{Я}}}{I_H}, \quad v = \frac{\omega}{\omega_H}, \quad \mu = \frac{M_{\Gamma}}{M_H}, \quad \tau = \frac{t}{T_M}, \\ \phi &= \frac{\Phi}{\Phi_H}, \quad \beta = \frac{\alpha}{\alpha_6}, \quad e = \frac{\Delta E}{\Delta E_6}, \quad \tau^* = \frac{T}{T_M}. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

Враховуючи співвідношення (1.6)–(1.10), переведемо у відносні

одиниці вирази (1.1)–(1.5).

Почнемо з виразу (1.1), який перепишемо, підставивши в нього (1.3), тобто записавши у вигляді

$$J \frac{d\omega}{dt} = k_M \cdot I_{Я} \cdot \Phi - M_{Г}. \quad (1.11)$$

Домноживши і розділивши ліву частину (1.11) на $(\omega_H \cdot M_H)$, отримаємо:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{\omega_H \cdot M_H}{\omega_H \cdot M_H} = k_M \cdot I_{Я} \cdot \Phi - M_{Г}, \quad (1.12)$$

або, перемістивши в потрібні місця ω_H і M_H , —

$$\frac{d\left(\frac{\omega}{\omega_H}\right)}{d\left(\frac{t}{\frac{J \cdot \omega_H}{M_H}}\right)} = \frac{k_M \cdot I_{Я} \cdot \Phi}{M_H} - \frac{M_{Г}}{M_H}, \quad (1.13)$$

або, з врахуванням (1.7) і (1.10), —

$$\frac{dv}{d\tau} = i \cdot \phi - \mu, \quad (1.14)$$

або

$$i \cdot \phi = v' + \mu, \quad (1.15)$$

Тепер розглянемо вираз (1.2).

Оскільки

$$\omega_H \neq 0, \quad (1.16)$$

то, розділивши на ω_H всі члени рівності (1.2) і врахувавши (1.10), отримаємо

$$v(0) = v(\tau^*) = 0. \quad (1.17)$$

Перейдемо до розгляду виразу (1.4).

Оскільки

$$I_H^2 \cdot R_{Я} \cdot T_M \neq 0, \quad (1.18)$$

то на цей добуток можна розділити обидві частини рівняння (1.4). Зробивши це, отримаємо

$$\frac{\Delta E}{I_H^2 \cdot R_{Я} \cdot T_M} = \int_0^T \frac{I_{Я}^2 \cdot R_{Я}}{I_H^2 \cdot R_{Я} \cdot T_M} dt. \quad (1.19)$$

Із виразу (1.19), з врахуванням співвідношень (1.9) і (1.10), маємо

$$e = \int_0^{\tau^*} i^2 d\tau. \quad (1.20)$$

Тепер перейдемо до виразу (1.5).

Оскільки

$$\omega_H \cdot T_M \neq 0, \quad (1.21)$$

то на цей добуток можна розділити обидві частини рівності (1.5). Зробивши це, отримаємо

$$\frac{\alpha}{\omega_H \cdot T_M} = \int_0^T \frac{\omega}{\omega_H \cdot T_M} dt, \quad (1.22)$$

або, з врахуванням (1.8) і (1.10), —

$$\beta = \int_0^{\tau^*} \nu d\tau. \quad (1.23)$$

Для визначених умов функція Лагранжа матиме вигляд

$$L = i^2 + \lambda_0 \cdot (\beta' - \nu) + \lambda_1 \cdot (\nu' + \mu - i \cdot \phi), \quad (1.24)$$

з трьома формальними невідомими ν , i , β , а рівняння Ейлера —

$$\left. \begin{aligned} L_\nu - \frac{d}{d\tau} L_{\nu'} &= 0, \\ L_\beta - \frac{d}{d\tau} L_{\beta'} &= 0, \\ L_i - \frac{d}{d\tau} L_{i'} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.25)$$

Підставляючи вираз (1.24) у систему (1.25), матимемо:

$$L_\nu - \frac{d}{d\tau} L_{\nu'} = -\lambda_0 + \frac{d\lambda_1}{d\tau} = 0, \quad (1.26)$$

$$L_\beta - \frac{d}{d\tau} L_{\beta'} = -\frac{d\lambda_0}{d\tau} = 0, \quad (1.27)$$

$$L_i - \frac{d}{d\tau} L_{i'} = 2i + \lambda_1 \cdot \frac{d}{di} (-i \cdot \phi) = 2i - \lambda_1 \cdot \left(\phi + i \cdot \frac{d\phi}{di} \right) = 0. \quad (1.28)$$

Із виразу (1.27) маємо

$$\lambda_0 = \text{const} = \lambda_0^*, \quad (1.29)$$

а із (1.26) після підстановки в нього (1.29) —

$$\frac{d\lambda_1}{d\tau} = \lambda_0^*. \quad (1.30)$$

Інтегрування (1.30) дає

$$\lambda_1 = \lambda_0^* \cdot \tau + C_1. \quad (1.31)$$

Підставляючи вираз (1.31) у рівняння (1.28), отримаємо

$$2i - (\lambda_0 \cdot \tau + C_1) \cdot \left(\phi + i \cdot \frac{d\phi}{di} \right) = 0, \quad (1.32)$$

або

$$\frac{2i}{\phi + i \cdot \frac{d\phi}{di}} = \lambda_0 \cdot \tau + C_1. \quad (1.33)$$

Саме до цього виразу задача доведена у роботі [46].

Конкретизуючи залежність

$$\phi = \phi(i) \quad (1.34)$$

і підставляючи конкретизований вираз (1.34) у (1.33), знайдемо струм i у вигляді функції від τ , в структуру якої входять невідомі параметри λ_0 і C_1 , тобто у вигляді

$$i = i(\tau, \lambda_0, C_1). \quad (1.35)$$

Підставляючи вирази (1.34) та (1.35) у рівняння (1.14), отримаємо

$$v' = \phi(i) \cdot i(\tau, \lambda_0, C_1) - \mu. \quad (1.36)$$

Інтегруючи (1.36), знайдемо швидкість v у вигляді

$$v = \int [\phi(i) \cdot i(\tau, \lambda_0, C_1) - \mu] d\tau + C_2 = v(\tau, \lambda_0, C_1, C_2). \quad (1.37)$$

Підставляючи (1.37) у (1.23), в якому значення τ^* і β є заданими, отримаємо

$$\beta = \int_0^{\tau^*} v(\tau, \lambda_0, C_1, C_2) d\tau = \beta(\tau^*, \lambda_0, C_1, C_2). \quad (1.38)$$

Для того, щоб конкретизувати закони (1.35) та (1.37), необхідно визначити числові значення параметрів λ_0 , C_1 , C_2 . Для цього необхідно мати три рівняння. Одне з них уже є — це (1.38).

Два інших складемо, використовуючи вираз (1.37) і задані граничні умови (1.17), або в більш загальному вигляді:

$$\begin{cases} v(\tau = 0, \lambda_0, C_1, C_2) = v_0, \\ v(\tau = \tau^*, \lambda_0, C_1, C_2) = v_{\tau^*}. \end{cases} \quad (1.39)$$

Розв'язавши систему трьох рівнянь (1.38), (1.39) відносно невідомих λ_0 , C_1 , C_2 , знайдемо їх конкретні числові значення λ_0^* , C_1^* , C_2^* , підставляючи які у вирази (1.35) і (1.37), знайдемо закони оптимального керування електроприводом, дотримання яких мінімізує втрати електричної енергії в якірному колі електродвигуна при виконанні електроприводом заданої робочої програми.

1.2. Постановка задач ідентифікації параметрів моделей та оптимізації режимів системи електропривода трамвая з урахуванням особливостей його функціонування

1.2.1. Постановка задачі побудови моделі кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням, придатної для розв'язання задачі оптимізації системи електропривода трамвая

На рисунку 1.1 неперервною лінією зображений графік кривої намагнічування $\phi(i)$ ЕДПЗ, взятий із роботи [43], але з переведенням магнітного потоку Φ і струму обмотки збудження I_3 , який для цього класу електродвигунів одночасно є і струмом якоря I_A , у відносні одиниці з використанням номінального режиму в якості базового, тобто:

$$\phi = \frac{\Phi}{\Phi_H}, \quad i = \frac{I_3}{I_H}. \quad (1.40)$$

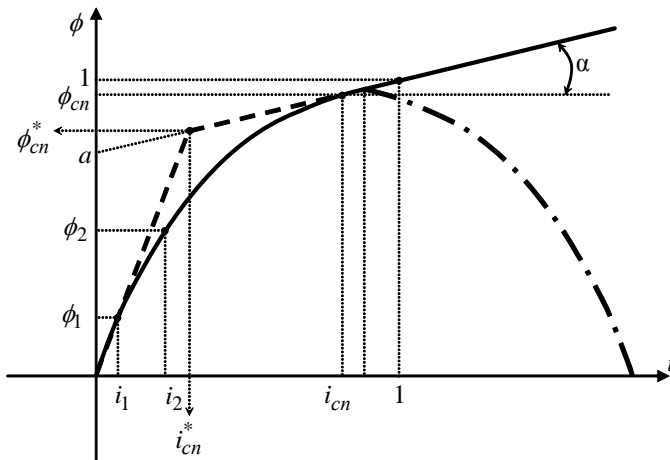


Рис. 1.1

Як правило, при розв'язанні практичних задач, пов'язаних з функціонуванням ЕДПЗ, в якості математичної моделі $\phi = \phi(i)$ кривої намагнічування використовують одну із п'яти моделей:

1) математична модель, яка базується на апроксимації нелінійності $\phi(i)$ відрізками двох прямих (штрихові лінії на рисунку 1.1), що стикуються в точці (i_{cn}^*, ϕ_{cn}^*) , тобто на моделі

$$\phi = \begin{cases} k_1 \cdot i, & i \in [0, i_{cn}^*], \\ a + k_2 \cdot i, & i \in (i_{cn}^*, \infty); \end{cases} \quad (1.41)$$

2) модель, яка базується на апроксимації нелінійності $\phi(i)$ степеним поліномом, тобто на моделі

$$\phi = a_1 \cdot i + a_2 \cdot i^2 + a_3 \cdot i^3 + \dots + a_n \cdot i^n, \quad (1.42)$$

яка дає задовільну точність апроксимації, як показують практичні розрахунки, починаючи з $n = 7$;

3) модель, яка базується на апроксимації нелінійності $\phi(i)$ функцією арктангенса [44]:

$$\phi_{at}(i) = a_{at} \cdot \arctg(b_{at} \cdot i), \quad (1.43)$$

де a_{at} та b_{at} – константи;

4) модель, яка базується на апроксимації кривої намагнічування функцією гіперболічного синуса [45]:

$$i_{sh}(\phi) = a_{sh} \cdot sh(b_{sh} \cdot \phi), \quad (1.44)$$

де a_{sh} , b_{sh} – константи;

5) модель, яка апроксимує криву намагнічування функцією гіперболічного тангенса [44, 45]:

$$\phi_{th}(i) = a_{th} \cdot th(b_{th} \cdot i), \quad (1.45)$$

де a_{th} , b_{th} – константи.

Перші дві моделі, даючи непогані результати при їх використанні в багатьох прикладних розрахунках, виявляються недієздатними при розв'язанні задач оптимізації електроприводів з ЕДПЗ за критерієм мінімуму втрат електроенергії [46], оскільки використання моделі (1.41) призводить до стрибкоподібної зміни першої похідної ϕ' в точці (i_{cn}^*, ϕ_{cn}^*) і розриву другої похідної ϕ'' в цій точці, що унеможливорює розв'язання задачі оптимізації варіаційними методами. А використання моделі (1.42) призводить до появи таких високих порядків похідних в Ейлерових рівняннях необхідних умов оптимальності, які унеможливають аналітичні розв'язки.

Що стосується математичних моделей (1.43), (1.44) та (1.45), які базуються на апроксимації кривої намагнічування арктангеном, гіперболічним синусом та гіперболічним тангеном, то при їх застосуванні для розв'язання задач оптимізації електроприводів з ЕДПЗ за критерієм мінімуму втрат електроенергії на шляху до розв'язку виникають трансцендентні, нелінійні рівняння високих порядків, для яких неможливо знайти аналітичні розв'язки в загальному вигляді, що унеможливорює, в свою чергу, їх використання для синтезу системи оптимального керування електроприводом. Детальніше на цих трьох мате-

матичних моделях та ще декількох менш поширених моделях ми зупинимось у другому розділі.

У роботі [47] зазначається: «Некоторые авторы пытались найти приближенное математическое выражение механической характеристики двигателя последовательного возбуждения с учетом насыщения, представляя кривую намагничивания в виде отрезков прямой или используя степенные, логарифмические, тригонометрические и гиперболические функции. Однако эти попытки не увенчались успехом из-за возникающих затруднений с нахождением коэффициентов уравнений, аппроксимирующих кривую намагничивания, сложности получающихся приближенных выражений и невозможности их использования в практических расчетах».

Зазначеним вище словам вже більше сорока років. Отже, з урахуванням нових здобутків комп'ютерної техніки та відповідно нових можливостей для обробки інформації, є сенс переглянути категоричність наведеної вище цитати.

Тож не втрачає актуальності задача побудови такої математичної моделі кривої намагнічування $\phi(i)$ ЕДПЗ, яка може бути використана при розв'язанні задачі оптимізації електропривода, що має у своїй структурі ЕДПЗ, варіаційними методами.

1.2.2. Постановка задачі визначення еквівалентного моменту інерції махових мас системи електропривода трамвая, приведеного до вала тягового електродвигуна

Аналізуючи існуючі методи вимірювання моменту інерції електропривода, що містить у своїй структурі електричні двигуни постійного струму з послідовним збудженням, ми зіштовхнулись із тим, що практично всі ці методи, за винятком методу вільного вибігу (самогальмування), направлені на визначення моменту інерції ротора конкретного електричного двигуна.

Беручи до уваги те, що, не маючи кривої самогальмування та не знаючи втрат холостого ходу в електроприводі при відключеному від джерела живлення електричному двигуні, ми не зможемо використати метод вільного вибігу (самогальмування), можна зробити висновок, що задача визначення моменту інерції електропривода в цілому при невідомих кривій самогальмування та втратах холостого ходу в електроприводі при відключеному від джерела живлення електродвигуні не втрачає своєї актуальності.

1.2.3. Постановка задачі оптимізації режиму системи електропривода трамвая з тяговими електродвигунами постійного струму під час його руху по маршруту

Як зазначено у підрозділі 1.1, основними функціональними елементами системи електропривода трамвая є чотири електричні двигуни постійного струму з послідовним збудженням, які попарно підключені під напругу контактної мережі.

В процесі роботи трамвая на маршруті електродвигуни його електропривода споживають значну кількість електричної енергії, тож трамвайний парк все одно є і буде одним із найбільших споживачів електричної енергії у місті.

В зв'язку з цим актуальною є задача оптимізації режиму роботи системи електропривода трамвая за критерієм мінімуму втрат електричної енергії в якірних колах його електричних двигунів.

Як показано у підрозділі 1.1, що базується на роботах [46, 55, 56], задача оптимізації за критерієм

$$Q = \int_0^{\tau_k} i^2 d\tau \quad (1.46)$$

режиму роботи за програмою

$$\beta = \int_0^{\tau_k} v d\tau \quad (1.47)$$

електропривода з електродвигуном постійного струму послідовного збудження, динаміка якого описується рівнянням

$$i\phi = \dot{v} + \mu_0, \quad (1.48)$$

доведена до отримання рівняння

$$\frac{2i}{\phi + i \frac{d\phi}{di}} = \lambda_0 \tau + C, \quad (1.49)$$

для розв'язання якого відносно струму якоря електродвигуна необхідно задати в аналітичній формі залежність робочого магнітного потоку цього електродвигуна від струму збудження, який для цього класу електродвигунів є одночасно і струмом якоря.

В формулах (1.46)–(1.49), як і в підрозділі 1.1: i – струм якоря, ϕ – робочий магнітний потік, v – кутова швидкість, \dot{v} – її похідна, μ_0 – момент навантаження на валу ротора, τ – час — задані у відносних одиницях, визначених співвідношеннями (1.10), в яких M_H , I_H , Φ_H , ω_H – номінальні значення відповідно моменту, струму, магнітного потоку та кутової швидкості, а T_M – механічна стала, яка визначається співвідношенням (1.7), де J – приведений до вала електрод-

вигуна момент інерції махових мас системи електропривода.

В монографії запропоновано *нову* математичну модель кривої намагнічування електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням, яка дозволяє *по-новому* конкретизувати залежність робочого магнітного потоку від струму збудження та, за допомогою формул (1.46)–(1.49), дозволяє отримати *нові* закони оптимального керування системою електропривода, дотримання яких мінімізує втрати електричної енергії в якірних колах електродвигунів при виконанні системою електропривода заданої робочої програми.

Слід зазначити, що в монографії розглянуто лише той випадок, коли момент навантаження на систему електропривода трамвая є величиною сталою, що справедливо для руху трамвая по горизонтальних ділянках трамвайної колії.

Але навіть за такого обмеження отримані результати є досить загальними, оскільки горизонтальними є, наприклад, усі ділянки трамвайної колії на Лівобережжі Києва і в багатьох київських районах правого берега Дніпра, на більшій частині територій Кривого Рогу та Вінниці. Та й в інших містах України горизонтальні ділянки трамвайної колії складають від 50% до 95% усієї її довжини. Тож застосуванням на практиці вже лише цих результатів можна досягти економії електроенергії на мільйони гривень за рік.

1.2.4. Постановка задачі оптимізації режимів системи електропривода трамвая при його недовантаженні та перевантаженні

Досить часто система електропривода трамвая працює в режимі суттєвого недовантаження, коли у вагоні знаходиться всього кілька осіб, або суттєвого перевантаження, коли у вагоні знаходиться людей набагато більше норми, як це має місце у так звані “години пік”.

З огляду на визначені в підрозділі 4.2 умови, з урахуванням математичних моделей, отриманих в підрозділі 4.1, задачам оптимізації роботи системи електропривода трамвая за критерієм мінімуму втрат електричної енергії в якірних колах їх електричних двигунів в режимах сталого недовантаження та перевантаження необхідно приділити окрему увагу.

РОЗДІЛ 2.
МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КРИВОЇ НАМАГНІЧУВАННЯ
ЕЛЕКТРИЧНОГО ДВИГУНА З ПОСЛІДОВНИМ
ЗБУДЖЕННЯМ, ПРИДАТНА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ
ОПТИМІЗАЦІЇ ЙОГО РЕЖИМІВ

2.1. Побудова математичної моделі кривої намагнічування та прямого способу ідентифікації її параметрів

Представимо криву намагнічування $\phi(i)$ ЕДПЗ так, щоб її графік (неперервна лінія) став складеним із кусків параболи і прямої (штрих-пунктирна і неперервна лінії на рисунку 1.1) [126].

Порівнюючи графіки $\phi(i)$, що зображені на рисунку 1.1, бачимо, що точки дотику двох прямих (i_{cn}^*, ϕ_{cn}^*) та параболи і прямої (i_{cn}, ϕ_{cn}) не збігаються.

Легко бачити, що математичну модель кривої намагнічування $\phi(i)$, представлені сукупністю прямої та параболи, можна представити у вигляді

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 \cdot i^2 + b_2 \cdot i, & i \in [0, i_{cn}), \\ a_1 + b_1 \cdot i, & i \in [i_{cn}, \infty), \end{cases} \quad (2.1)$$

де абсциса i_{cn} точки (i_{cn}, ϕ_{cn}) знаходиться прирівнюванням першої похідної ϕ' , отриманої за обома складовими моделі (2.1), тобто з рівняння

$$-2 \cdot a_2 \cdot i_{cn} + b_2 = b_1, \quad (2.2)$$

звідки

$$i_{cn} = \frac{b_2 - b_1}{2 \cdot a_2}. \quad (2.3)$$

Що важливо, при використанні математичної моделі кривої намагнічування $\phi(i)$ ЕДПЗ у вигляді (2.1), зі стиком лінійної та параболічної складових на умовах (2.3), ця функція має неперервну першу та другу похідні, а тому дозволяє отримати розв'язок задачі оптимізації електропривода з ЕДПЗ у зручному для подальшого використання вигляді.

Найпростіше ідентифікацію математичної моделі (2.1), тобто визначення числових значень її параметрів a_1, a_2, b_1, b_2 , можна здійснити, використовуючи:

1) відрізок осі ϕ , який відтинається прямою $a_1 + b_1 \cdot i$, для визначення коефіцієнта “ a_1 ”;

2) значення $tg\alpha$ для визначення коефіцієнта “ b_1 ”, тобто

$$b_1 = tg\alpha; \quad (2.4)$$

3) систему рівнянь

$$\begin{cases} \phi_1 = -a_2 \cdot i_1^2 + b_2 \cdot i_1, \\ \phi_2 = -a_2 \cdot i_2^2 + b_2 \cdot i_2 \end{cases} \quad (2.5)$$

для визначення коефіцієнтів “ a_2 ”, “ b_2 ”.

Але запропонований метод прямого визначення числових значень параметрів a_1, a_2, b_1, b_2 може нести значні похибки в разі використання неточно заданих оцінок i_1, i_2 . Тож краще використовувати не прямий метод обчислення цих числових значень, а метод, який базується на мінімізації суми квадратів відхилень, що дозволяє знайти оптимальні значення параметрів моделі кривої намагнічування. Суть алгоритму цього методу викладено в наступному підрозділі.

2.2. Спосіб ідентифікації параметрів математичної моделі кривої намагнічування, оптимальний за критерієм мінімуму суми квадратів відхилень

Перед тим, як перейти безпосередньо до викладення другого способу ідентифікації математичної моделі кривої намагнічування, виведемо деякі співвідношення.

Нехай нам відомо рівняння параболи

$$\phi(i) = -a_2 \cdot i^2 + b_2 \cdot i \quad (2.6)$$

та координати деякої точки $M(i_M, \phi_M)$. Необхідно знайти координати точки дотику (i_{cn}, ϕ_{cn}) дотичної, яка проходить через точку M , до заданої параболи, а також записати вирази для обчислення параметрів рівняння цієї дотичної.

Запишемо рівняння дотичної в координатній формі:

$$\frac{i - i_{cn}}{i_M - i_{cn}} = \frac{\phi(i) - \phi_{cn}}{\phi_M - \phi_{cn}}. \quad (2.7)$$

Рівняння (2.7) можна переписати у вигляді

$$\phi(i) = i \cdot \frac{\phi_M - \phi_{cn}}{i_M - i_{cn}} + \phi_{cn} - i_{cn} \cdot \frac{\phi_M - \phi_{cn}}{i_M - i_{cn}}. \quad (2.8)$$

Скористаємось тим, що перші похідні від (2.6) та (2.8) в точці дотику рівні між собою, тобто

$$-2 \cdot a_2 \cdot i_{cn} + b_2 = \frac{\phi_M - \phi_{cn}}{i_M - i_{cn}}, \quad (2.9)$$

звідки

$$\phi_{cn} = -2 \cdot a_2 \cdot i_{cn}^2 + (b_2 + 2 \cdot a_2 \cdot i_M) \cdot i_{cn} + \phi_M - b_2 \cdot i_M. \quad (2.10)$$

Але нам також відомо, що точка дотику належить як дотичній, так і параболі, тобто

$$\phi_{cn} = -a_2 \cdot i_{cn}^2 + b_2 \cdot i_{cn}. \quad (2.11)$$

Ліві частини рівнянь (2.10) та (2.11) рівні, а отже рівні і їх праві частини:

$$\begin{aligned} -a_2 \cdot i_{cn}^2 + b_2 \cdot i_{cn} &= -2 \cdot a_2 \cdot i_{cn}^2 + (b_2 + 2 \cdot a_2 \cdot i_M) \cdot i_{cn} + \\ &+ \phi_M - b_2 \cdot i_M, \end{aligned} \quad (2.12)$$

звідки

$$a_2 \cdot i_{cn}^2 + (-2 \cdot a_2 \cdot i_M) \cdot i_{cn} + (-\phi_M + b_2 \cdot i_M) = 0. \quad (2.13)$$

Розв'язуючи рівняння (2.13), отримаємо два значення i_{cn} , але нам підходить лише одне:

$$i_{cn} = i_M - \sqrt{i_M^2 - \frac{b_2 \cdot i_M - \phi_M}{a_2}}. \quad (2.14)$$

Підставляючи (2.14) у (2.10) або (2.11), отримаємо ϕ_{cn} . А підставляючи значення i_{cn} та ϕ_{cn} у (2.8), отримаємо рівняння дотичної.

Для розрахунків використаємо математичний апарат ППП Mathcad.

Нехай нам відома певна кількість точок кривої намагнічування.

Для того, щоб апроксимувати параболою та прямою характеристики намагнічування, необхідно:

1) ввести відомі нам точки кривої намагнічування у ППП Mathcad — отримавши при цьому дискретну функцію залежності магнітного потоку від струму;

2) за допомогою функцій *cspline* та *interp* проінтерполювати дискретну функцію та перетворити її на неперервну;

3) вибрати на характеристиці намагнічування точку М з координатами (i_M, ϕ_M) , яка напевно лежить на ділянці, яку будемо апроксимувати прямою;

4) розділити відрізок неперервної характеристики намагнічування, який обмежений початком координат та точкою М, на певну кількість точок (рекомендовано — 1000);

5) вибрати для апроксимації параболою першу (i_1, ϕ_1) і другу (i_2, ϕ_2) точки пункту 4 алгоритму та підставити їх у систему (2.5), перетворену у такий спосіб:

Наукове видання

Мокін Борис Іванович
Мокін Олександр Борисович

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЕЙ ТА
ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА
ТРАМВАЯ З ТЯГОВИМИ ЕЛЕКТРОДВИГУНАМИ
ПОСТІЙНОГО СТРУМУ**

Монографія

Редактор С. Малішевська
Оригінал-макет підготовлено О. Мокіним

Видавництво ВНТУ «УНІВЕРСУМ-Вінниця»
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК №746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-85-32

Підписано до друку 27.03.2008 р.
Формат 29,7 x 42 ¼ Папір офсетний.
Гарнітура Time New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 5,31
Наклад 100 прим. Зам. № 2008-038

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК №746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел.: (0432) 59-81-59

Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/444>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>