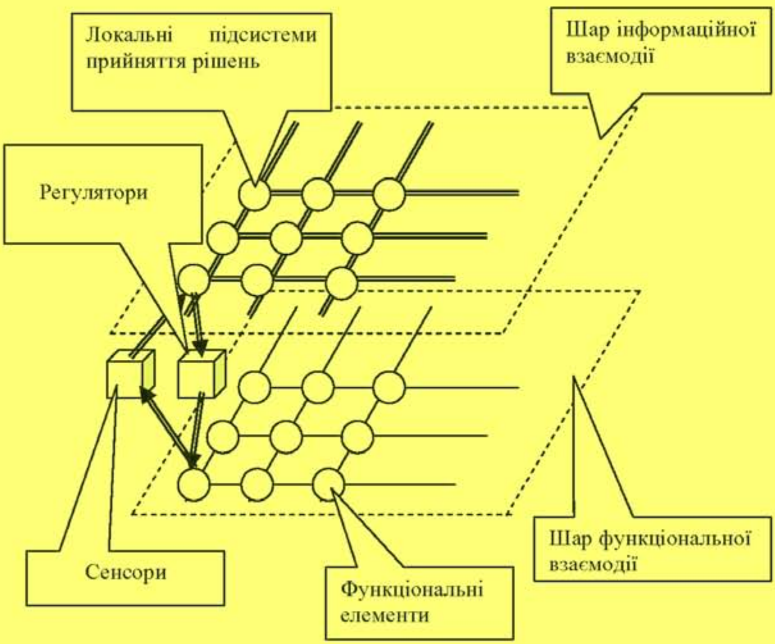
В. М. Дубовой, О. О. Ковалюк

МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ РОЗПОДІЛЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ



Міністерство освіти і науки України

Вінницький національний технічний університет

В. М. Дубовой, О. О. Ковалюк

МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ РОЗПОДІЛЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Монографія

УНІВЕРСУМ – Вінниця

2008

УДК 681.5:519.876.2
Д 79

Рецензенти:

І. І. Хаймзон, *доктор технічних наук, професор,*
Р. Н. Квєтний, *доктор технічних наук, професор*

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 11 від 27.03.2008 р.)

Дубовой В. М., Ковалюк О. О.
Д 79 Моделі прийняття рішень в управлінні розподіленими динамічними системами. Монографія. – Вініиця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 185 с.

ISBN 978-966-641-251-8

В монографії розглядаються питання створення теоретичних основ моделювання та інформаційних технологій керування розподіленими динамічними системами в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності. Запропонована модель розподіленої динамічної системи та технологія оптимізації багатокрокової стратегії керування на її основі. Наведені приклади практичного застосування запропонованої інформаційної технології.

Робота розрахована на науковців, інженерно-технічних працівників, аспірантів та студентів, які займаються питаннями прийняття рішень в складних системах.

УДК 681.5:519.876.2

ISBN 978-966-641-251-8

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ………………………… 6
ВСТУП…………………………………………………… 7
1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ…………….. 9
1.1. Основні поняття теорії прийняття рішень…………… 9
1.1.1. Задачі прийняття рішень…………………………... 11
1.1.2. Стратегії, алгоритми і критерії прийняття рішень 14
1.1.3. Метрика у просторі рішень………………………. 17
1.1.4. Багатокритеріальні задачі прийняття рішень…………………………..……………... 21
1.2. Прийняття рішень в умовах невизначеності………… 24
1.2.1. Статистичні методи прийняття рішень………..… 27
1.2.2. Експертні методи прийняття рішень…………..… 34
1.3. Структура моделі прийняття рішень в управлінні розподіленими динамічними системами…………… 41
2. УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ……………………………………….. 45
2.1. Системи в умовах комбінованої невизначеності……. 45
2.1.1. Порівняльний аналіз стохастичної та нечіткої невизначеності в системах підтримки прийняття рішень……………………………………………. 46
2.1.2. Метод узагальнюючих функцій невизначеності… 50
2.1.3. Стан застосування методу узагальнюючих функцій до задач керування……………………. 53
2.2. Формулювання задачі прийняття рішення в умовах комбінованої невизначеності………………………… 54
2.2.1. Аксіоматична основа прийняття рішень в умовах комбінованої невизначеності……… 54
2.2.2. Критерії прийняття рішень в умовах комбінованої стохастичної та нечіткої невизначеності…………………………………….. 56
2.2.3. Невизначеність вищих порядків…….……….…… 57
3. ДИНАМІКА СИСТЕМ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ……..…… 60

3.1. Дискретна модель динаміки…………………………...… 60
3.2. Стійкість розподілених систем…………………….……… 68
3.3. Характеристики рішень…………………………….…… 71
3.3.1. Своєчасність………………………………...………… 71
3.3.2. Вірогідність……………………………………………… 73
3.4. Оптимізація багатокрокових стратегій……………..…… 76
4. ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМАХ……………………………………………… 78
4.1. Функціональна і інформаційна архітектури…………..… 79
4.2. Залежність рішень в розподілених системах……...…. 87
4.3. Прийняття рішень в ієрархічних системах………….. 90
4.4. Оптимізація розпаралелювання задач прийняття рішень…………………………………………………..… 93
5. УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В РОЗПОДІЛЕНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМАХ В УМОВАХ КОМБІНОВАНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ…...… 101
5.1. Узагальнений алгоритм прийняття рішень в розподілених динамічних системах в умовах комбінованої невизначеності…………………….……… 101
5.2. Удосконалення процедур прийняття рішень……...… 105
5.2.1. Оцінювання стану розподіленої динамічної системи…………………………………………………… 105
5.2.2. Прогнозування параметрів стану………………… 111
5.2.3. Корекція баз даних……………………………….. 118
5.3. Пошукова оптимізація в умовах комбінованої невизначеності……………………………………… 120
6. ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРИ КЕРУВАННІ РОЗПОДІЛЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ……………………….... 126
6.1. Структура системи підтримки прийняття рішень керування розподіленими динамічними системами…………………………………...……..… 126
6.2. Прийняття рішень при керуванні транспортними потоками міста………………………………………… 130
6.2.1. Транспортні потоки як об’єкт керування……….. 130

6.2.2. Визначення параметрів взаємного впливу підсистем розподіленої динамічної системи…………………………………………..…. 138
6.2.3. Модель динаміки системи керування транспортними потоками…………………….……… 147
6.3. Прийняття рішень при керуванні елеваторами……… 155
6.3.1. Структурна схема системи управління елеватором…………………………………………….. 156
6.3.2. Модель прийняття рішення в управлінні елеватором…………………………………………….. 157
6.3.3. Алгоритм прийняття рішення в управлінні елеватором …………………………………………..… 163
6.4. Дослідження адекватності моделі та ефективності алгоритмів……………………………………….... 166
ПІСЛЯМОВА…………………………………………….... 175
ЛІТЕРАТУРА…………………………………………….. 177

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

НЛ	– Нечітка логіка
ПР	– Прийняття рішення
РДС	– Розподілена динамічна система
СМО	– Система масового обслуговування
СППР	– Система підтримки прийняття рішень
СУ	– Система управління
СУБД	– Система управління базою даних
ТЗ	– Транспортний засіб
ТМО	– Теорія масового обслуговування
ТСР	– Теорія статистичних рішень
УФН	– Узагальнююча функція невизначеності
$\beta(x)$	– Узагальнююча функція
U	– очікувана корисність
$G(X,d)$	– Функція втрат
$\mu(x)$	– Функція належностей
$f(x)$	– Щільність розподілу ймовірності
λ	– Інтенсивність вхідного потоку
$L(X)$	– Функція правдоподібності
γ	– Відношення правдоподібності
m	– Інтенсивність обслуговування заявки
d	– Рішення
$R(d,X)$	– Ризик від прийняття рішення d
Γ	– Граф системи
S	– Множина підсистем (вершин графа)
L	– Множина зв’язків підсистем (ребер графа)
R^*	– міра у просторі рішень
$M(X,d)$	– Модель системи
A	– Алгоритм прийняття рішень
F	– Вирішальна функція
X	– Вектор стану (умов прийняття рішень)
Y	– Вектор даних
Ω	– Область значень

ВСТУП

АСУ розподіленими системами – це системи управління об'єктами, які розташовані в різних, іноді досить віддалених місцях. Розподілені системи управління використовуються для управління процесами добування нафти і газу, системами кондиціонування приміщень, в галузі телекомунікації і зв'язку тощо. Можна виділити два головні типи розподілених систем: системи з розподіленими параметрами і системи із зосередженими параметрами. У цій роботі основна увага приділяється системам із зосередженими параметрами. Для таких систем характерна з одної сторони відносна самостійність кожної підсистеми розподіленої системи (окрема мета, критерії функціонування, ресурси тощо), а з іншої – наявність спільної мети системи в цілому. В процесі реалізації своїх функцій підсистеми взаємодіють одна з одною.

Розподілені системи поділяються на статичні і динамічні. Динамічні властивості розподілених систем визначаються як характеристиками окремих підсистем, так і характеристиками їх зв'язків. Якщо стан підсистеми залежить лише від її параметрів та зовнішніх впливів, то така підсистема є статичною. Якщо стан підсистеми залежить також від попередніх станів, то така підсистема є динамічною. Розподілена система може бути динамічною (РДС) навіть якщо вона складається із статичних підсистем. Якщо вплив на підсистему з боку інших підсистем залежить від їх попередніх станів через затримку у розповсюдженні впливу між підсистемами, то така динамічна система може мати динамічні властивості.

Процеси керування динамічними системами найглибше досліджені в рамках теорії автоматичного управління. Але задачі, які там розглядаються, переважно є окремим випадком теорії прийняття рішень.

В загальному випадку задачу прийняття рішень формулюють як задачу вибору найкращого в деякому сенсі рішення з множини допустимих рішень. На практиці розв'язання задачі прийняття рішень є досить складним, що обумовлено невизначеністю ситуації, в якій приймається рішення. Для оцінки наслідків від прийняття рішення використовуються втрати, які може понести особа, яка приймає рішення, через відсутність повної інформації про ситуацію прийняття рішення. В залежності від ступеня невизначеності виділяють задачі прийняття рішень в умовах невизначеності, коли про ситуацію прийняття рішень невідомо нічого, крім можливої множини станів, і задачі прийняття рішень в умовах ризику, в яких відомі ймовірнісні характеристики впливів на об’єкт керування. Головний крок в процесі прийняття рішень полягає в перетворенні функції втрат у функцію ризику, яка є функцією двох аргументів: ситуації та рішення.

Принципова відмінність прийняття рішень в системах управління від задач розпізнавання сигналів або образів, з яких і народилася теорія прийняття рішень, є те що в останніх прийняття рішень є завершальним актом, і достовірність прийнятого рішення може служити характеристикою якості системи, в той час як у системах управління впливає на подальші процеси в системі і рішення необхідно оцінювати на основі аналізу результатів функціонування системи в цілому.

Крім того, в багатьох системах керування процес прийняття рішень відбувається циклічно. Прийняте на попередньому кроці рішення, може безпосередньо впливати на об’єм і якість інформації про стан об’єкта управління, яка використовується для прийняття рішення на наступному кроці.

Ефективність прийнятого рішення залежить від кількості та достовірності використаної інформації. Чим більший обсяг достовірних даних, тим вища ефективність прийнятого рішення. Проте в розподілених системах, що працюють в реальному масштабі часу, буває досить складно забезпечити високу достовірність всіх вхідних параметрів. Це пов’язано з неодночасністю вимірювань в різних точках розподіленої системи, витратами часу на збір даних. В результаті процес прийняття рішення відбувається через деякий час після вимірювання, за який стан системи може відхилитися від виміряного значення.

Дослідження особливостей прийняття рішень при керуванні РДС в умовах невизначеності складає головну задачу монографії.

1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Роботи в теорії прийняття рішень ґрунтуються на різноманітних формулюваннях головної задачі. Формулювання задачі впливає на вибір методів її розв’язання і на рівень узагальнення результатів.

1.1. Основні поняття теорії прийняття рішень

Задача прийняття рішень є однією з найпоширеніших в багатьох галузях. Вона полягає у виборі одного *рішення* d_i з множини можливих рішень D на основі наявної інформації у вигляді вектора даних $\vec{x} \in X$. Рішення d_i в свою чергу характеризується вектором показників $d_i = [d_{i1}, \ldots, d_{in}]$. Правило, яке встановлює відповідність $\vec{x} \to d_i$ називають *розв’язувальним правилом*. Якщо це правило формулюється у вигляді послідовності дій, які необхідні для встановлення відповідності, то його називають *розв’язувальним алгоритмом* $d = A(\vec{x})$. Якщо правило формалізоване у вигляді частково рекурсивної функції, то воно називається *розв’язувальною функцією* $d = F(\vec{x})$.

Нехай керована система описується набором змінних $(X,D)=(x_1,\ldots,x_n;\ d_1,\ldots,d_m)$ в багатовимірній різнотиповій області

$$\Omega = \Omega_X \times \Omega_D, \tag{1.1}$$

де $\Omega_X = \prod_{j=1}^{n} \Omega_{X_j}$, $\Omega_D = \prod_{j=1}^{m} \Omega_{D_j}$.

Обидва набори змінних можуть бути довільних типів (кількісні, порядкові, номінальні). Нехай задано імовірнісний простір $<D,\mathrm{B},P>$ де $P=P[D]$ – імовірнісна міра. Під розв’язувальною функцією F розуміється відповідність між набором значень змінних $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ і набором рішень $(d_1, d_2, \ldots, d_m)$, тобто $F: X \to \Omega_D$.

Якість рішення оцінюється за допомогою функціонала якості $R(X, D)$. Якщо

$$F^* : \forall X \to R(X, D) = \inf_{F \in \Omega_F} R(X, F[X]) \qquad (1.2.)$$

або

$$R(X,D)=\sup_{F\in\Omega_F} R\big(X,F[X]\big),\qquad (1.3)$$

то F^* – оптимальна розв'язувальна функція в заданому класі.

Якість рішень визначається результатами функціонування об'єкта, керування яким здійснюється за допомогою цього рішення

$$R=M(X,D),$$

де M – модель об'єкта.

В залежності від особливостей і традицій конкретної галузі, в якій ставиться і розв'язується задача прийняття рішень, для основних понять теорії прийняття рішень використовується окрема специфічна термінологія:

- у теорії управління координати векторів множини X називають параметрами стану, рішення d_i називають управлінням, а розв'язувальне правило називають законом або алгоритмом управління;
- у теорії розпізнавання образів координати векторів множини X називають ознаками, рішення d_i називають образом, а розв'язувальне правило називають дискримінантною функцією або алгоритмом розпізнавання;
- у теорії контролю координати векторів множини X називають інформативними параметрами, рішення d_i називають зоною допуску, а розв'язувальне правило називають алгоритмом контролю;
- у теорії інтелектуальної поведінки координати векторів множини X називають ознаками ситуації, рішення d_i називають кроком, а розв'язувальне правило називають стратегією.

Прийняття рішення може здійснюватися в умовах повної або неповної визначеності вектора X.

Ситуація прийняття рішень на основі детермінованих даних характеризується повною визначеністю. На сьогоднішній день методи прийняття рішень в цих умовах розроблені досить детально і широко застосовуються на практиці. Серед них найчастіше використовуються методи оптимізації, дослідження операцій, графові моделі [2, 12, 45].

Вибір методу залежить від вигляду цільової функції, кількості змінних, наявності обмежень.

В багатьох випадках процедура прийняття рішень здійснюється на основі не повністю визначених даних, причому ця невизначеність може мати різну природу. Одним з головних підходів прийняття рішень в таких системах є системний аналіз.

Підсистема, яка реалізує розв'язувальний алгоритм, разом із засобами отримання необхідної інформації та налаштування (навчання) утворюють систему прийняття рішень.

1.1.1. Задачі прийняття рішень

Тип задачі прийняття рішення визначається в залежності від факторів [11, 23, 67]:

- мети прийняття рішень;
- складу СПР;
- структури СПР (сукупності інформаційних, управляючих, технологічних та інших зв'язків між підсистемами СПР);
- множини допустимих стратегій учасників СПР;
- цільових функцій підсистем СПР (критеріїв прийняття рішень);
- інформованості СПР на момент прийняття рішень;
- порядку функціонування: послідовності отримання інформації і вибору рішень підсистемами СПР.

В залежності від мети задачі прийняття рішень можна поділити на три групи:

1. Задачі впорядкування альтернатив.
2. Розподіл альтернатив за класами рішень.
3. Виділення найкращої альтернативи.

На практиці задачі останньої групи зустрічаються найчастіше, тому більшість методів прийняття рішень орієнтуються на розв'язання саме цих задач.

Найпростіша *(базова)* модель СПР включає один об'єкт управління і одну підсистему прийняття рішень, які приймають рішення однократно в умовах повної інформованості. Розширенням базової моделі є: динамічні СПР (в яких учасники приймають рішення багаторазово – розширення на предмет управління "порядок функціонування") , багатоелементні СПР (в яких є кілька підсистем прийняття рішень одночасно і незалежно – розширення на предмет "склад"), багаторівневі СПР (системи, що мають трирівневу і більше ієрархічну структуру – розширення на предмет "структура"), СПР з невизначеністю (в яких учасники не повністю інформовані про суттєві параметри – розширення на предмет "інформованість"), СПР з обмеженої спільною діяльністю (в яких існують глобальні обмеження на вибір рішень – розширення на предмет управління "множина допустимих стратегій"), СПР з повідомленням інформації (в яких однією із дій агентів є повідомлення інформації один одному і/або центру – розширення на предмет управління "множина допустимих стратегій").

Таким чином, основою системи класифікації задач можуть також бути **розширення** базової моделі – наявність або ознаки:

- динаміки [68] (число і взаємозв’язок періодів функціонування, далекоглядність учасників СПР, режим управління);
- множини взаємопов’язаних агентів [22, 69];
- багаторівневості [22];
- розподіленого контролю [22, 70];
- невизначеності [66] (тип невизначеності – зовнішня, внутрішня, ігрова; вид невизначеності – інтервальна, імовірнісна, нечітка; процедура усунення невизначеності, в тому числі, ігрової, тобто концепція розв’язання гри);
- обмежень спільної діяльності [63, 69];
- повідомлення інформації [44, 67, 77].

Наступною основою системи класифікацій є **метод прийняття рішень**, за яким можна виділити методи, які базуються на ситуаційних оптимізаційних [10] і теоретико-ігрових моделях [22].

Для аналізу основних підходів до прийняття рішень представимо розв’язувальне правило у вигляді векторної розв’язувальної функції у загальному випадку у неявному вигляді

$$F(\vec{x},\vec{d}) = 0\,, \tag{1.4}$$

яка може бути подана у вигляді системи рівнянь відносно параметрів рішення d

$$f_j(\vec{x}, \vec{d}) = d_j, \qquad j=1,\ldots,n \tag{1.5}$$

Існуючі підходи до прийняття рішень відповідають основним методам знаходження розв’язків системи рівнянь (1.5). Ці методи можна розділити на дві великих групи:

- аналітичні або пошукові методи знаходження таких d_j, які перетворюють рівняння (1.4) на тотожність;
- знаходження таких d_j, які забезпечують екстремум функціоналу якості $R(\vec{x}, \vec{d})$ – методи оцінювання d_j.

Перша група методів відповідає ситуаційному, а друга група відповідає оптимізаційному підходу до прийняття рішень.

Різницю між ситуаційним і оптимізаційним підходами до прийняття рішень ілюструє рисунок 1.1. На рисунку M – модель системи, яка дозволяє прогнозувати результат прийняття рішення – значення функціоналу якості, A – алгоритм корекції рішення в процесі оптимізації. При ситуаційному підході рішення d одразу отримується з вхідних даних X. При оптимізаційному підході рішення d уточнюється та величина за допомогою алгоритму A.

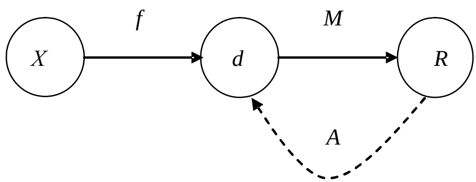


Рис. 1.1. Граф зв’язків основних понять теорії прийняття рішень

Методи, що базуються на теоретико-ігрових моделях, в свою чергу, поділяються на механізми, що використовують апарат: *некооперативних ігор* [23, 65, 77], *кооперативних ігор* [22], *ігор, що повторюються* [68], *ієрархічних ігор* [23, 65, 67] і *рефлексивних ігор* [71, 72].

Методи, що базуються на оптимізаційних моделях, в свою чергу, поділяються на механізми, що використовують апарат: теорії ймовірностей (теорія надійності, теорія масового обслуговування, теорія статистичних рішень), теорії оптимізації – лінійне і нелінійне (а також стохастичне, цілочисельне, динамічне та ін.) програмування, оптимальне управління; дискретної математики – в основному, теорії графів (транспортна задача, задача про призначення, вибір найкоротшого шляху, календарно–мережеве планування і управління, задачі про розміщення, розподіл ресурсів на мережах та ін.)

Особливе місце серед методів прийняття рішень займають методи, побудовані на використанні аксіом корисності рішень, які використовуються у випадку значної складності обчислень або неповноти інформації [14, 42, 50]. Ця група методів передбачає перевірку відповідності альтернатив певним аксіомам, що дозволяють визначити оптимальне рішення. Проте існуючі аксіоматичні системи дозволяють розв’язувати задачі з невизначеністю тільки певного виду, що обмежує застосування цих систем.

1.1.2. Стратегії, алгоритми і критерії прийняття рішень

Прийняття рішень передбачає наявність певної мети, на досягнення якої направлене рішення. Існування проблеми прийняття рішення свідчить про те, що не всі рішення з множини D забезпечують досягнення мети. Виконаємо розбиття множини D на три підмножини [82]

$$D = D^{+} \cup D^{0} \cup D^{-} \tag{1.6}$$

де D^{+} – “хороші рішення”, тобто такі, що наближають до мети. Очевидно, оптимальне рішення $d_{opt} \in D^{+}$; D^{-} – “погані рішення”, тобто такі, що віддаляють від до мети; D^{0} – “нейтральні рішення”, тобто такі, що не впливають на досягнення мети.

Схематично розбиття (1.6) показане на рис. 1.2.

Задача прийняття рішення передбачає обов’язкове існування критерію R прийняття рішення. При оптимізаційному підході це критерій пошуку d_{opt}, при ситуаційному підході це критерій розбиття множини D.

В залежності від області застосування зміст критерію прийняття рішення і спосіб його визначення може суттєво відрізнятися.

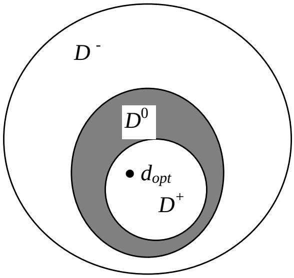


Рис. 1.2. Діаграма розбиття простору рішень

В задачах управління критерій визначається через відповідність вектора стану керованого об'єкта Y заданому значенню Y_0. Таким чином, вектор параметрів X, від якого залежать рішення, складається з трьох підмножин $X = \{Y, Y_0, Z\}$, де Z – зовнішні фактори (впливи на систему управління).

Прийняття рішень в задачах управління може здійснюватися як разова процедура (або така, яка виконується досить рідко), або як масова процедура (або така, яка виконується постійно). Відповідно критерії прийняття рішень можуть визначатися або на основі окремих значень (Y, Y_0), або на основі їх статистичних характеристик. У останньому випадку прийняте рішення може бути не оптимальним для окремої пари (Y, Y_0), але оптимальним у середньому.

Однокрокові і багатокрокові стратегії

У багатьох випадках прийняття рішення у певній системі не є однократною дією, а виконується періодично, кожен раз з урахуванням нових умов і обставин. Умови прийняття рішень в системі залежать від процесів, які в ній відбуваються, а вони в свою чергу залежать від рішень, які приймалися на попередніх етапах. Узагальнена модель прийняття послідовності рішень як процесу в часі складається з системи розв'язувальних функцій і моделі залежності поточних станів системи від попередніх рішень і станів

$$F_j(\vec{x}, \vec{d}, t) = d_j(t), \qquad j=1,...,n$$

$$M_i\left(\vec{x}, \vec{d}, t-\tau\right) = x_i(t), \qquad i=1,\ldots,m; \quad \tau \in [0, t]. \tag{1.7}$$

При оптимізаційному підході до прийняття рішень послідовність рішень планується так, щоб забезпечити екстремум всього процесу в цілому, навіть якщо окремий крок процесу не є оптимальним. Правило прийняття послідовності рішень у часі $D(t+\tau)$ називають багатокроковою стратегією.

При ситуаційному підході прийняття чергового рішення здійснюється лише на основі вектора станів. Така стратегія є однокроковою.

Стратегії прийняття колективних рішень в розподілених системах

Керування РДС може здійснюватися централізовано (однією підсистемою прийняття рішень) і децентралізовано (колективом підсистем).

Алгоритми прийняття колективного рішення поділяються на два класи. По-перше, *протоколи прийняття єдиного рішення*, в яких всі підсистеми прийняття рішень є справними і повинні або всі прийняти, або всі відхилити.

В умовах відсутності надійних комунікацій (з обмеженим часом затримки) не може бути алгоритму досягнення єдиного рішення. Обгрунтування цього висновку звичайно здійснюють на прикладі відомої проблеми двох армій [46].

Тепер припустимо, що комунікації надійні, а процесори ні.

По-друге, *протоколи прийняття узгоджених рішень* на основі даних, отриманих один від одного.

Класичний приклад *протоколу прийняття узгоджених рішень* – задача Візантійських генералів [46].

Доведено, що в системі з m неправильно працюючими підсистемами прийняття рішень можна досягти узгодженості тільки при наявності $2m+1$ правильно працюючих підсистем.

Також доведено, що в розподіленій системі з асинхронними підсистемами прийняття рішень і необмеженими комунікаційними затримками неможливо досягнути узгодженості навіть при одній непрацюючій.

1.1.3. Метрика у просторі рішень

Критерії прийняття рішення в процесі управління передбачають необхідність оцінювання якості рішення на основі характеристик близькості результату управління до поставленої мети. Для здійснення такого оцінювання введемо метрику у просторі рішень. Введення метрики грунтується на аксіоматичній системі теорії прийняття рішень.

Теорія очікуваної корисності [61], запропонована Нейманом і Моргенштерном, є аксіоматичною основою більшості методів прийняття рішень. Вона визначає необхідні умови існування функції перетворення абстрактної корисності у число.

Під абстрактною корисністю розуміють уявну міру цінності різних наслідків від прийняття рішення. Корисність описує характеристики системи індивідуальних переваг особи, яка приймає рішення. В теорії очікуваної корисності робиться припущення, що індивід може порівнювати як наслідки прийняття рішення і їх комбінації, задані з певною ймовірністю, так і корисності, що їм відповідають.

Передбачається, що на системі абстрактних корисностей U величин $u_1, u_2, u_3, \ldots$ задане відношення переваги $u_1 \succ u_2$ (u_1 краще u_2) і для будь–якого числа $\alpha \in (0,1)$ визначена операція комбінування

$$(\alpha \otimes u_1) \oplus [(1-\alpha) \otimes u_2] \sim u_3. \tag{1.8}$$

Операція (1.8) характеризує можливість вираження корисності альтернативи за допомогою інших корисностей, що відповідають альтернативам з ймовірностями реалізації α та $1-\alpha$.

Аксіоми очікуваної корисності Неймана–Моргенштерна наведено у табл. 1.1.

На основі аналізу розглянутих аксіом можна зробити такі висновки:

1. Система індивідуальних переваг індивіда є повною (аксіома 1).
2. Для абстрактних корисностей є справедливою транзитивність у віддані переваг (аксіома 2).
3. Альтернатива, яка має більшу корисність, буде її зберігати навіть з деякою ймовірністю (аксіоми 3, 4).

4. Вплив альтернативи з найбільшою корисністю можна знівелювати, приписавши цій альтернативі достатньо малу ймовірність (аксіоми 5, 6).
5. Не має значення в якому порядку розташовані корисності в комбінації та за скільки прийомів отримано цю комбінацію (аксіоми 7, 8).
6. Аксіоми 4 і 6 є двоїстими до аксіом 3 і 5 відповідно.

Таблиця 1.1

Аксіоми очікуваної корисності Неймана – Моргенштерна

Аксіоми лінійного впорядкування	
Аксіома 1.	Для будь-яких u, v має місце одне і тільки одне відношення: $u \sim v$, $u \succ v$, $u \prec v$.
Аксіома 2.	Якщо $u \succ v$ і $v \succ w$, то $u \succ w$.
Аксіоми впорядкування і комбінування	
Аксіома 3.	Якщо $u \prec v$, то $u \prec (\alpha \otimes u) \oplus [(1-\alpha) \otimes v]$, $\alpha \in (0,1)$.
Аксіома 4.	Якщо $u \succ v$, то $u \succ (\alpha \otimes u) \oplus [(1-\alpha) \otimes v]$, $\alpha \in (0,1)$.
Аксіома 5.	Якщо $u \prec w \prec v$, то існує таке значення $\alpha \in (0,1)$, для якого виконується нерівність $(\alpha \otimes u) \oplus [(1-\alpha) \otimes v] \prec w$.
Аксіома 6.	Якщо $u \succ w \succ v$, то існує таке значення $\alpha \in (0,1)$, для якого виконується нерівність $(\alpha \otimes u) \oplus [(1-\alpha) \otimes v] \succ w$.
Алгебраїчні правила комбінування	
Аксіома 7.	$(\alpha \otimes u) \oplus [(1-\alpha) \otimes v] \sim [(1-\alpha) \otimes v] \oplus (\alpha \otimes u)$
Аксіома 8.	$\alpha[(\lambda \otimes u) \oplus [(1-\lambda) \otimes v]] \oplus [(1-\alpha) \otimes v] \sim (\gamma \otimes u) \oplus [(1-\gamma) \otimes v]$, де $\alpha, \lambda, \gamma \in (0,1)$; $\gamma = \alpha\lambda$.

Наведена система аксіом є необхідною умовою існування хоча б однієї функції, яка переводить абстрактну корисність у число. Ця функція дозволяє перейти від операцій $u \succ v$ та $\alpha u \oplus (1-\alpha)v$ для корисностей до відповідних операцій над числами [47]. В роботі [61] показано, що виконання аксіом передбачає існування нескінченної кількості функцій перетворення корисностей у числові значення, пов'язані між собою співвідношенням

$$\rho' = \varphi(\rho) = \omega_0 \cdot \rho + \omega_1, \tag{1.9}$$

де ρ', ρ – числові значення корисностей; ω_0, ω_1 – коефіцієнти, причому $\omega_0 > 0$.

Якщо вибрати дві будь-які корисності u^* і v^*, для яких $u^* \prec v^*$, то зв'язок між двома функціями корисності $\varphi(\rho)$ і $\varphi'(\rho)$ буде виражатись співвідношенням

$$\varphi'(\rho) = \frac{\alpha_0'}{\alpha_0} \cdot \varphi(\rho) + \frac{\alpha_0 \alpha_1' - \alpha_1 \alpha_0'}{\alpha_0}, \tag{1.10}$$

де $\alpha_0 = \varphi(v^*) - \varphi(u^*) > 0$, $\alpha_1 = \varphi(u^*)$; $\alpha_0' = \varphi'(v^*) - \varphi'(u^*) > 0$, $\alpha_1' = \varphi'(u^*)$.

Таким чином, корисність можна вважати числом з точністю до лінійного перетворення.

Можливість подання корисності у числовому вигляді дозволяє розглядати простір рішень як топологічний, нормований і метричний.

Простір рішень *D* є топологічним, оскільки множина *T* її підмножин є топологією на *D*, для якої виконуються умови:

1) все *D* і пуста множина належать *T*;
2) об'єднання довільного сімейства множин, що належать *T*, належить *T*;
3) перетин двох множин, що належать *T*, належить *T*.

Топології мають специфічні властивості, які називаються аксіомами сепарабельності:

Аксіома T0 (аксіома Колмогорова). Для будь-яких двох точок, що не збігаються, хоча б одна з них має окіл, що не містить іншу.

Аксіома T1 . Для будь-яких двох точок, що не збігаються, кожна з них має окіл, що не містить іншу точку.

Аксіома T2 (аксіома Хаусдорфа). Для будь-яких двох точок, що не збігаються, у кожної з них можна вибрати по околу таким чином, щоб ці околи не перетинались.

Ґрунтуючись на сепарабельності топології визначимо поняття ε-околу.

Означення. ε-околом рішення $d_0 \in D^*$ (де D^* – одна з підмножин D^+, D^0, D^-) є підмножина $D^\varepsilon \subset D^*$, така що для всякого рішення $d_i \in D^\varepsilon$ виконується умова $\left|R(d_i) - R(d_0)\right| < \varepsilon$.

Оскільки у багатокроковій стратегії прийняття рішень при керуванні динамічною системою кожне рішення залежить від деякої кількості попередніх рішень, а також від поточного і попередніх станів керованої системи, то для побудови відповідної моделі визначимо операції перетворень на просторах рішень **D** і станів **Y**. Система перетворень складається з чотирьох основних операторів – двох основних і двох обернених

$$\begin{aligned} & D \xrightarrow{K_d} R \\ & Y \xrightarrow{K_y} R \\ & R \xrightarrow{K_y^{-1}} Y \\ & R \xrightarrow{K_d^{-1}} D \end{aligned} \tag{1.11}$$

Визначимо також на просторах D і Y операцію додавання у розумінні

$$\begin{aligned} & d = d_1 + d_2 \leftrightarrow d = K_d^{-1}\left[K_d(d_1) + K_d(d_2)\right] \\ & y = y_1 + y_2 \leftrightarrow y = K_y^{-1}\left[K_y(y_1) + K_y(y_2)\right]. \end{aligned} \tag{1.12}$$

Простір D є нормованим простором, оскільки кожному $d \in D$ поставлено у відповідність невід'ємне число $R = \|d\|$ (норма d) таке, що виконуються такі аксіоми:

1) умова невиродженості норми: $\|d\| > 0$; $\|d\| = 0$ в тому і лише в тому випадку, коли $d = 0$;

2) умова однорідності норми: $\|\alpha \cdot d\| = |\alpha| \cdot \|d\|$;

3) нерівність трикутника: $\|d + d\| = \|d\| + \|d\|$.

Таким чином, норма в просторі D – це визначена повсюди на D функція корисності з невід'ємними значеннями і з аксіомами 1–3.

Множина D є метричним простором, якщо кожній парі його елементів d_1 і d_2 поставлено у відповідність дійсне число $\rho(d_1, d_2)$, що задовольняє аксіоми 1 – 3. Функція $\rho(d_1, d_2)$ називається метрикою (відстанню) метричного простору.

Існує клас неметризованих задач прийняття рішень. Це задачі, в

Наукове видання

Володимир Михайлович Дубовой
Олег Олександрович Ковалюк

МОДЕЛІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УПРАВЛІННІ РОЗПОДІЛЕНИМИ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Монографія

Редактор С. Малішевська

Оригінал-макет підготовлено О. Ковалюком

Видавництво ВНТУ «УНІВЕРСУМ-Вінниця»
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-85-32

Підписано до друку 28.05.2008 р.
Формат 29,7×42¼ Папір офсетний
Гарнітура Times New Roman
Друк різографічний Ум. др. арк. 10,68
Наклад 100 прим. Зам № 2008-071

Віддруковано в комп’ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-81-59