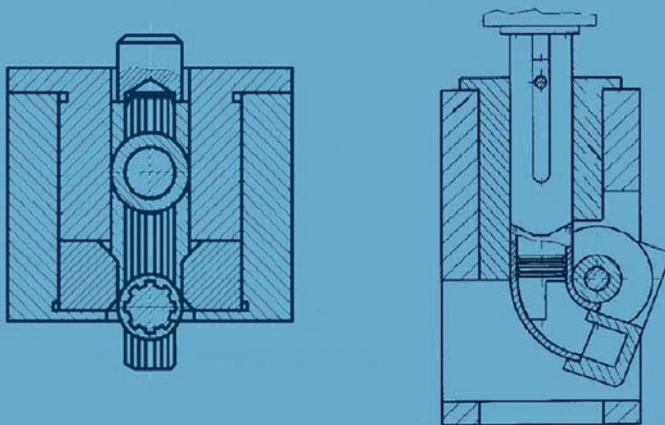


**О. В. НАХАЙЧУК, О. О. РОЗЕНБЕРГ, В. А. ОГОРОДНІКОВ,
А. Д. КРИЦЬКИЙ, В. В. МЕЛЬНИЧЕНКО, С. Ф. СТУДЕНЕЦЬ**

НОВІ ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРЕСИВНИХ МЕТОДІВ ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ



Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/459>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

О. В. НАХАЙЧУК, О. О. РОЗЕНБЕРГ, В. А. ОГОРОДНІКОВ,
А. Д. КРИЦЬКИЙ, В. В. МЕЛЬНИЧЕНКО, С. Ф. СТУДЕНЕЦЬ

НОВІ ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ З
ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРЕСИВНИХ МЕТОДІВ
ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Монографія

УНІВЕРСУМ-Вінниця
2008

Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/459>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>

УДК 621.774

Н 34

Рецензенти:

В. А. Титов, доктор технічних наук, професор

І. О. Сивак, доктор технічних наук, професор

В. Ф. Анісімов, доктор технічних наук, професор

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 10 від 27.03.2008 р.)

Автори: **О. В. Нахайчук, О. О. Розенберг, В. А. Огородніков, А. Д. Крицький, В. В. Мельниченко, С. Ф. Студенець**

Н 34 Нові технологічні процеси з використанням прогресивних методів пластичного деформування: Монографія. / О. В. Нахайчук, О. О. Розенберг, В. А. Огородніков та ін. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. — 158 с.

ISBN 978-966-641-248-8

В монографії наведені дослідження нових технологічних процесів: виготовлення втулок із внутрішнім шліцьовим профілем методом холодного пластичного деформування, відновлення шліцьового з'єднання карданного вала дизель-поїзда, формоутворення крутовигнутих відведень. Представлено методи та підходи математичної теорії пластичності, теорії обробки металів тиском, феноменологічної теорії деформовності металів, використання яких дало можливість всебічного вивчення на якісно новому рівні механіки цих процесів. На основі проведених теоретичних і експериментальних досліджень розроблено рекомендації з розрахунків та їх проектування.

Для інженерно-технічних і наукових працівників, що займаються обробкою металів тиском, викладачів, аспірантів і студентів.

УДК 621.774

ISBN 978-966-641-248-8

© О. Нахайчук, О. Розенберг, В. Огородніков,
А. Крицький, В. Мельниченко, С. Студенець, 2008

Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/459>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>

ЗМІСТ

ВСТУП	6
1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ	7
1.1. Напружений стан в точці, інваріанти тензора напружень	7
1.2. Деформований стан в точці, інваріанти тензора деформацій	13
1.3. Умова пластичності ізотропного матеріалу	17
1.4. Міри деформацій	19
1.5. Плоский деформований стан	22
1.6. Експериментально-розрахункові методи визначення напружено-деформованого стану при пластичній деформації	24
2. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ФЕНОМЕНОЛОГІЧНОЇ ТЕОРІЇ ДЕФОРМОВНОСТІ МЕТАЛІВ БЕЗ РУЙНУВАННЯ	27
2.1. Міра пластичності матеріалу	27
2.2. Характеристики напруженого стану	28
2.3. Діаграми пластичності і їх апроксимація	30
2.4. Критерії руйнування при монотонному і немонотонному деформуванні	34
2.5. Оцінка деформовності заготовок в процесах пластичного формоутворення	38
3. НОВІ ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ ХОЛОДНОЇ ФОРМОЗМІНИ	40
3.1. Технологія виготовлення втулок з внутрішніми шліцьовими поверхнями методом холодного ступінчастого редукування	40
3.1.1. Переваги використання методу холодного редукування на оправках для отримання внутрішніх фасонних поверхонь	40
3.1.2. Особливості застосування методу холодного редукування для формоутворення шліцьових поверхонь	45
3.1.3. Технологія відновлення шліцьового з'єднання карданної пари дизель-поїзда на основі використання методу холодного ступінчастого редукування на оправках	50
3.2. Технологія формоутворення сталевих крутовигнутих відведень на основі методів холодного пластичного деформування	58
3.2.1. Аналіз існуючих способів виготовлення сталевих відведень	59
3.2.2. Комбінований метод формоутворення крутовигнутих	

	відведень в холодному стані	65
3.2.3.	Особливості технології отримання відведень комбінованим способом	70
3.2.4.	Якість сталевих крутовигнутих відведень, одержаних комбінованим способом	73
	ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ	
4.	ФОРМОУТВОРЕННЯ ЗАГОТОВОК	77
4.1.	Напружений стан при вдавлюванні клиновидного інструмента	77
4.1.1.	При вдавлюванні в пластичний напівпростір	77
4.1.2.	При вдавлюванні в смугу кінцевої товщини	82
4.2.	Напружений стан при вдавлюванні заокругленого лінійного індентора	85
4.3.	Напружено-деформований стан при формуванні внутрішнього шліцьового профілю методом обтиску на оправці	90
4.4.	Дослідження стійкості навантаженої циліндричної заготовки при формуванні труби на оправці	97
5.	СИЛОВИЙ І ЕНЕРГЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ФОРМОУТВОРЕННЯ ВИРОБІВ	103
5.1.	Зусилля при вдавлюванні плоского лінійного індентора	103
5.2.	Розрахунок основних конструкторсько-технологічних параметрів процесу редукування на оправці	106
5.3.	Особливості визначення основних конструкторсько-технологічних та силових параметрів процесу формування внутрішнього шліцьового профілю на оправці	110
5.3.1.	Розрахунок основних геометричних розмірів заготовки для процесу редукування	110
5.3.2.	Визначення кількості циклів деформації і характер її розподілу	111
5.3.3.	Аналітичне визначення заповнення профілю на оправці при редукуванні	112
5.4.	Розрахунок матриці для обтиску зовнішніх поверхонь циліндричних втулок на фасонних оправках	116
5.5.	Розрахунок виробничої здатності шліцьового з'єднання карданного вала дизель-поїзда Д-2	121
6.	ДЕФОРМОВНІСТЬ ЗАГОТОВОК І ЯКІСТЬ ВИРОБІВ ПРИ ПЛАСТИЧНОМУ ДЕФОРМУВАННІ	123
6.1.	Обґрунтування підходів до вибору характеристик напруженого стану і побудови поверхонь граничної пластичності	123

6.2.	Визначення використаних ресурсів пластичності в найбільш небезпечних областях деформування заготовок	124
6.2.1.	При формуванні внутрішнього шліцьового профілю . . .	124
6.2.2.	При вдавлюванні клиноподібних штампів в пластичний напівпростір і в смугу кінцевої товщини	129
6.2.3.	При вигині труб на оправці	132
6.3.	Оцінка параметрів деформаційної анізотропії при формуванні внутрішнього шліцьового профілю	135
6.4.	Вплив термообробки на відновлення пластичності і підвищення міцності виробів	137
6.5.	Рекомендації з вибору матеріалів для виготовлення виробів	139
6.6.	Створення комплексного підходу до вирішення технологічних задач	142
	ВИСНОВОК	147
	ЛІТЕРАТУРА	148

ВСТУП

Сучасний етап розвитку машинобудування характеризується створенням нових прогресивних технологій з метою забезпечення якості і сприятливої технологічної спадковості готових виробів. При цьому виникає необхідність застосування разом з відомими теоріями і розрахунково-експериментальними методами нових підходів для вирішення різних прикладних задач, вивчення на якісно новому рівні процесів течії металу в умовах складного навантаження.

Формоутворення заготовок супроводжується втратою стійкості, руйнуванням металу в процесі його обробки, зростанням зерна після термообробки та ін. Для усунення вказаних явищ необхідне всебічне вивчення механіки кожного досліджуваного процесу.

В монографії представлені методи математичної теорії пластичності, теорії обробки металів тиском, феноменологічної теорії деформовності металів, використання яких дало можливість розробити нові технологічні процеси з використанням прогресивних методів пластичного деформування. За допомогою створених фізико-математичних моделей є можливим виконувати всебічний аналіз механіки процесів обробки металів тиском, формоутворення заготовок у яких супроводжується об'ємним напруженим станом та складним навантаженням.

Застосування теорії деформовності для вирішення технологічних задач дозволяє дати відповідь не тільки на питання визначення граничних параметрів формоутворення. Оцінка пластичності важлива для з'ясування можливості виконання подальших операцій, оскільки властивості матеріалу залежать від величини накопиченої деформації.

Для оцінки деформовності заготовок потрібна інформація про напружений стан та характер деформування матеріалу в небезпечних областях. При вирішенні вказаних задач для процесів, що супроводжуються немонотонним деформуванням, виникає необхідність надійного розрахунку компонент девіатора напружень. Тому необхідно застосовувати моделі, які враховують нелінійний характер накопичення пошкоджень. Результати розрахунків напружено-деформованого стану, а також визначені експериментальним шляхом технологічні характеристики матеріалів необхідні для прогнозування ресурсу пластичності на різних стадіях формоутворення заготовок.

Вивчення механіки процесів виготовлення втулок із внутрішніми шліцьовими поверхнями методом холодного пластичного деформування, відновлення шліцьового з'єднання карданного вала дизель-поїзда, формоутворення крутовигнутих відведень дозволило забезпечити сприятливу технологічну спадковість, запобігти появі бракувальних ознак руйнування заготовок та забезпечити отримання якісних виробів з досягненням економічного ефекту.

1. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ

1.1. Напружений стан у точці, інваріанти тензора напружень

Пластичну деформацію можна визначити як незворотну втрату вихідних форм і розмірів твердого тіла після припинення дії зовнішніх сил.

Надання металу необхідної форми з найменшими трудовитратами, виправлення дефектів вихідної макро- і мікроструктури, прогнозування службових характеристик виробу при різних видах навантаження неможливо без знання напружено-деформованого стану в області пластичного деформування.

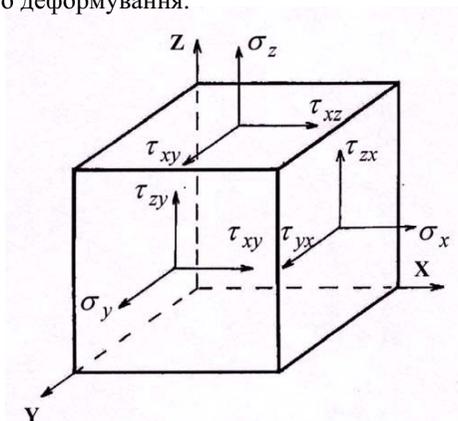


Рис. 1.1. Напружений стан в точці

Напружений стан у кожній точці області (рис. 1.1) визначається дев'ятьма векторами, трьома нормальними і шістьма дотичними напруженнями.

Сукупність цих дев'яти величин, що характеризують напружений стан точки тіла, утворює тензор напружень другого рангу, який можна записати у вигляді матриці:

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{xy} & \sigma_z \end{vmatrix}. \quad (1.1)$$

З врахуванням положення про парність дотичних напружень, цей тензор набуває вигляду:

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{vmatrix}, \quad (1.2)$$

де крапки вказують, що дотичні напруження, замість яких вони стоять, дорівнюють дотичним напруженням, розташованим симетрично діагоналі. Положення про закон парності дотичних напружень дозволяє цілком характеризувати складні напружені стани в цій точці шістьма напруженнями. Однак, розглядаючи кожні конкретні напружені стани, потрібно враховувати вибір координатних осей. Наприклад, у випадку одноосового розтягу стержня, якщо координатні осі спрямовані по поздовжній осі і двом взаємно перпендикулярним радіусам поперечного перерізу стержня, то дотичні напруження, що відповідають трьом координатним площадкам, будуть дорівнювати нулю.

По інших нахилених площадках стосовно головних осей виникають дотичні напруження, що не входять у зазначену вище характеристику напруженого стану. При зміні координатної системи компоненти тензора напружень змінюються, але напружений стан не може залежати від вибору системи координат. У цьому полягає принцип інваріантності тензора напружень.

На поверхні тіла напруження задовольняють рівняння Коші:

$$\begin{cases} P_x = \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z; \\ P_y = \tau_{xy} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z; \\ P_z = \tau_{xz} a_x + \tau_{yz} a_y + \sigma_z a_z; \end{cases} \quad (1.3)$$

де P_x, P_y, P_z – проєкції поверхонь навантаження, віднесені до одиниці площі на координатній осі; a_x, a_y, a_z – направляючі косинуси нормалі до поверхні. Рівняння (1.3) можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} \sigma - \sigma_x &= \frac{\tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z}{a_x}; \\ \sigma - \sigma_y &= \frac{\tau_{xy} a_x + \tau_{yz} a_z}{a_y}; \\ \sigma - \sigma_z &= \frac{\tau_{xz} a_x + \tau_{yz} a_y}{a_z}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Після перемножування лівих і правих частин рівнянь і перетворень одержимо кубічне рівняння:

$$\sigma^3 - \sigma^2(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + \sigma(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2) - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0. \quad (1.5)$$

Це рівняння має три корені, що являють собою головні напруження $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, які по характеру рівняння завжди будуть дійсними, і для даного напруженого стану мають єдині значення. З огляду на те, що осі координат при виведенні рівняння (1.5) були обрані довільно, впливає, що коефіцієнти кубічного рівняння мають ті самі значення незалежно від положення координатних осей, тобто вони інваріантні стосовно координат. Оскільки ці коефіцієнти складені з компонентів тензора напружень, то вони є його інваріантами при переході від одних координат до інших.

З викладеного випливає, що перший інваріант I_1 являє собою суму діагональних членів у тензорі напружень:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \text{const}, \text{ або в головних осях координат:}$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{const}. \quad (1.6)$$

Другий інваріант I_2 є квадратичним:

$$I_2 = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \text{const},$$

або в головних осях координат:

$$I_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 = \text{const}. \quad (1.7)$$

Третій інваріант I_3 - кубічний:

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 = \text{const},$$

або в головних осях:

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 = \text{const}. \quad (1.8)$$

Інваріанти тензора напружень характеризують напружений стан незалежно від обраної системи осей координат. Використовуючи відомі умови: $ax^2 + ay^2 + az^2 = 1$, можна визначити значення направляючих косинусів площадок дії головних напружень.

Якщо задана площадка з направляючими косинусами щодо обраної координатної системи і відомі головні напруження, то нормальні σ_n і дотичні τ напруження можна визначити як:

$$\begin{aligned}\sigma_n &= a_x^2 \sigma_1 + a_y^2 \sigma_2 + a_z^2 \sigma_3; \\ \tau^2 &= a_x^2 \sigma_1^2 + a_y^2 \sigma_2^2 + a_z^2 \sigma_3^2 - \\ &\quad - (a_x^2 \sigma_1 + a_y^2 \sigma_2 + a_z^2 \sigma_3).\end{aligned}\tag{1.9}$$

При будь-якому напруженому стані згідно з теорією пружності максимальні дотичні напруження виникають на площадках, які порівно ділять кути між осями головних напружень, тобто на площадках, що проходять під кутом 45° до головних осей, а величини максимальних дотичних напружень рівні напіврізниці відповідних головних напружень, тобто:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\tag{1.10}$$

Головні дотичні напруження τ , рівні по модулю, можна знайти як:

$$\tau_1 = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right|; \quad \tau_2 = \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right|; \quad \tau_3 = \left| \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \right|.\tag{1.11}$$

В теорії пластичності визначаються нормальні і дотичні напруження, що діють на площадці, рівнонахиленій до трьох головних осей (осей головних напружень). Цю площадку називають октаедричною, тому що вісім таких площадок утворюють восьмигранник – октаедр (рис. 1.2), а нормальні і дотичні напруження на цих площадках (і деформації) називають октаедричними і позначають відповідно $\sigma_{\text{окт}}$ і $\tau_{\text{окт}}$.

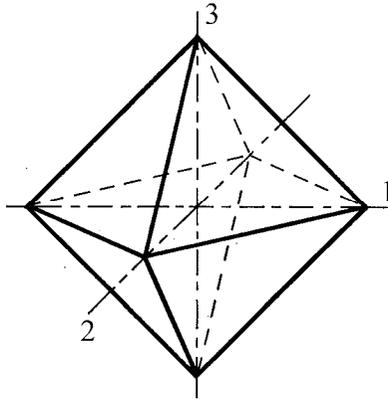


Рис. 1.2. Октаедр та осі головних напружень

Направляючі косинуси до грані октаедра мають вигляд:

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 3a^2 = 1, \quad (1.12)$$

звідки $a = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Нормальне октаедричне напруження дорівнює середньоарифметичному значенню нормальних розтягуючих і стискаючих напружень, тому воно ще носить назву середнього або гідростатичного напруження:

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \sigma_{cp} \quad (1.13)$$

Як видно з рівняння (1.13), нормальні октаедричні напруження дорівнюють одній третині першого інваріанта тензора напружень.

Повне напруження на грані октаедра визначається з виразу

$$\sigma_{окт}^2 = \frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) \quad (1.14)$$

Величину дотичного напруження, використовуючи рівняння (1.13) і (1.14) можна визначити як

$$\tau_{окт}^2 = \sigma_{окт}^2 - \sigma_0^2, \quad (1.15)$$

після підстановки відповідних значень

$$\tau_{окт} = \pm \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (1.16)$$

чи в довільних осях координат

$$\tau_{окт} = \pm \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + \sigma(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (1.17)$$

Величину $\tau_{окт}$ називають октаедричним дотичним напруженням або інтенсивністю дотичних напружень τ_i .

Поряд з інтенсивністю дотичних напружень існує поняття інтенсивності напружень σ_i , величина якого відрізняється числовим множником. Він вибирається таким, щоб при лінійній схемі напруженого стану інтенсивність напружень відповідала б нормальному напруженню, тобто при $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ $\sigma_i = \sigma_1$. Тоді $\sigma_i = \frac{\tau_i}{\sqrt{3}}$ і вираз для визначення інтенсивності напружень буде мати вигляд:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (1.18)$$

в довільній системі координат:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (1.19)$$

Встановлено, що гідростатичний тиск не істотно впливає на пластичну деформацію, дотичні напруження, змінюючи форму практично не викликають зміни об'єму тіла, а нормальні напруження створюють всебічний стиск (чи розтяг) на октаедр, що приводить до зміни об'єму.

Виходячи з цього, для визначення факторів, що впливають на зміну форми й об'єму тіла, розглядають тензор напружень у вигляді суми двох тензорів:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

тензор напружень = кульовий тензор + девіатор напружень.

Зміна тензора напружень може відбуватися шляхом зміни компонентів головних напружень, що дуже впливає на механічні властивості матеріалів [19]. В теорії пластичності показано, що в тілі, що знаходиться в напруженому стані, величина напружень змінюється від точки до точки і є функцією координат. Для вирішення "об'ємних" задач використовують умову рівноваги для об'ємного напруженого стану у вигляді диференціальних рівнянь в частинних похідних:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (1.21)$$

1.2. Деформований стан в точці, інваріанти тензора деформацій

При обробці тиском матеріал заготовки зазнає зміни форми внаслідок деформування. Деформації бувають пружними – такими, що зникають після припинення навантаження і залишковими – що залишаються після припинення впливу на матеріал зовнішніх навантажень. Як правило, під деформацією розуміють зміни форми і розмірів. Однак, наприклад при крученні циліндричного стержня його довжина і діаметр практично не змінюються, хоча зразок, що закручується, може зазнавати великих значень пружних і залишкових деформацій. При гідростатичному стисканні форма тіла не змінюється, але відбувається пружна деформація матеріалу. Виходячи з цього, деформацію варто визначати як процес, при якому змінюється відстань між будь-якими точками тіла. Сукупність деформацій, що виникають в різних напрямках у просторі, називають деформованим станом в точці.

В теорії обробки металів тиском приймаються допущення:

- умова сталості об'єму (об'єм тіла при пластичній деформації залишається незмінним). В дійсності об'єм тіла в процесі пластичного деформування не є постійним, але, з експериментальних даних, зміна незначна і цією зміною нехтують;
- інструмент вважається ідеально твердим;
- оброблюваний метал – однорідним і ідеально жорсткопластичним.

Становлять інтерес дослідження деформаційних характеристик металів, розробка методів оцінки граничної пластичності, способів підвищення допустимих обтиснень без руйнування металу, а також оптимізація технологічних процесів на різних стадіях деформування.

Прості випадки деформування властиві механічним випробуванням матеріалів, при цьому визначаються: відносне видовження

$$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}; \text{ відносне звуження } \psi = \frac{F_0 - F_k}{F_0} = \frac{\Delta F}{F_0}; \text{ відносний зсув}$$

$\gamma = tg \alpha$ (при малих деформаціях $\alpha \approx \gamma \approx tg \alpha$). При більш складних деформаціях застосовують теорію малих деформацій, де аналізується зміна положення точок тіла, що деформується.

Зсув у будь-якій точці тіла в результаті його деформування характеризується вектором, що з'єднує положення точки, наприклад **A**, до і після деформації. Нехай точка **A** (рис. 1.3), з координатами x, y, z , переміщається в деякий момент в положення **A**₁ з координатами x, y, z . Вектор **AA**₁ показує переміщення точки **A** в момент деформації тіла. Його проекції на координатні осі x, y, z , позначені

відповідно через u_x , u_y , u_z , є компонентами переміщення точки: $u_x = x_1 - x$; $u_y = y_1 - y$; $u_z = z_1 - z$.

Для різних точок тіла компоненти переміщення різні, вони та їхні похідні є безперервними функціями координат.

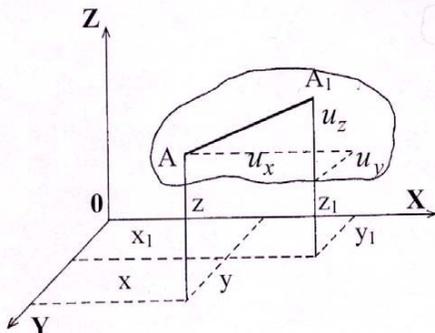


Рис. 1.3. Складові переміщень при деформації тіла

Величина малих відносних лінійних деформацій визначається відношенням збільшення або зменшення лінійних розмірів тіла, що деформується, до та після деформування і позначаються через ε з індексом, що вказує напрямку осі, паралельно якій відбулося подовження або скорочення розміру (ε_x , ε_y , ε_z).

Величини відносних деформацій зсуву визначаються кутами між напрямками, наприклад, ребер у прямокутному паралелепіпеді у вихідному стані до і після деформації і позначаються γ з двома індексами: γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{zx} і т. п. Перший індекс вказує напрямку осі, паралельно якій ребро знаходилося у вихідному стані, а другий – вісь, у напрямку до якої повернулося ребро. Значення відносних подовжень мають вигляд:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}; \quad (1.22)$$

відносних зсувів:

$$j_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}; \quad j_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}; \quad j_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}. \quad (1.23)$$

Деформації зсуву визначаються сумою кутів повороту ребер, при цьому, зміна форми залежить від суми кутів, а не величина кожного з них. Це дає можливість кожен компонент деформації зсуву представити у вигляді двох, розглядаючи половини значень γ , індекси деформацій зсуву будуть збігатися з індексами дотичних напружень.

Тоді складові деформації в точці можна представити

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (1.24)$$

Враховуючи рівність компонентів, розташованих симетрично щодо головної діагоналі:

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ 0 & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (1.25)$$

Деформований стан в точці вважається цілком визначеним, якщо для неї заданий тензор деформації, який має ті ж властивості, що і тензор напружень (1.20), його можна розкласти на кульовий тензор деформації і девіатор деформації.

При пластичній деформації об'єм тіла не змінюється і сума малих деформацій $\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$. Приймається, що головні видовження $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$. На головних осях деформації деформоване тіло набуває тільки лінійних деформацій (розміри можуть подовжуватись або скорочуватись), але при цьому відсутні зсуви в головних осях деформації (вони дорівнюють нулю).

Інваріанти тензора деформації структурно подібні інваріантам тензора напружень: перший інваріант – лінійний,

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3; \quad (1.26)$$

другий інваріант – квадратичний,

$$\varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x - \frac{1}{4}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) = \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_3 \varepsilon_1; \quad (1.27)$$

третій інваріант – кубічний,

$$\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + \frac{1}{4}(\gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{zx}) - \frac{1}{4}(\varepsilon_x \gamma_{yz}^2 + \varepsilon_y \gamma_{xz}^2 + \varepsilon_z \gamma_{xy}^2) = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3. \quad (1.28)$$

В теорії малих деформацій існують поняття лінійної октаедричної деформації або середньої деформації

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{cp} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{3}. \quad (1.29)$$

Якщо об'єм тіла не змінюється, то $\varepsilon_0 = \varepsilon_{cp} = 0$.

Октаедричну деформацію зсуву (октаедричний зсув) можна знайти як

$$\gamma_0 = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_{21} - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (1.30)$$

в координатних осях

$$\gamma_0 = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}. \quad (1.31)$$

Інтенсивність деформацій пропорційна октаедричному зсуву:

$$\varepsilon_i = \frac{3}{2\sqrt{2}(1 + \mu)} \gamma_0, \quad (1.32)$$

де μ – коефіцієнт Пуассона.

В області пластичних деформацій об'єми тіл практично не змінюються, коефіцієнт Пуассона беруть рівним 0,5. Тоді

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \quad (1.33)$$

в координатних осях:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}. \quad (1.34)$$

Для плоского деформованого стану інтенсивність деформацій зсуву γ_i дорівнює найбільшому головному зсуву, а інтенсивність деформацій ε_i складає $1,155\varepsilon_1$. У випадку лінійного розтягу чи стиску значення інтенсивності деформації зсуву γ_i в 1,155 рази більше максимального головного зсуву, а інтенсивність деформації ε_i рівна за абсолютною величиною головній лінійній деформації. Для інших видів деформованого стану γ_i і ε_i мають проміжні значення.

Під швидкістю деформації розуміється зміна ступеня деформації в одиницю часу чи зміна питомого зміщеного об'єму в одиницю часу. Для малих деформацій швидкість лінійної деформації в напрямку координатних осей

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{d\varepsilon_x}{dt}; \quad \dot{\varepsilon}_y = \frac{d\varepsilon_y}{dt}; \quad \dot{\varepsilon}_z = \frac{d\varepsilon_z}{dt}; \quad (1.35)$$

швидкості деформації зсуву

$$\dot{\gamma}_{xy} = \frac{d\gamma_{xy}}{dt}; \quad \dot{\gamma}_{yz} = \frac{d\gamma_{yz}}{dt}; \quad \dot{\gamma}_{zx} = \frac{d\gamma_{zx}}{dt}. \quad (1.36)$$

Швидкість деформації залежить від швидкості деформування і розміру тіла в напрямку деформації. Тензор швидкості деформації можна записати як

$$T_{\dot{\epsilon}} = \begin{vmatrix} \dot{\epsilon}_x & \dot{\gamma}_{xy} & \dot{\gamma}_{zx} \\ \dot{\gamma}_{yx} & \dot{\epsilon}_y & \dot{\gamma}_{yz} \\ \dot{\gamma}_{zx} & \dot{\gamma}_{zy} & \dot{\epsilon}_z \end{vmatrix}. \quad (1.37)$$

Аналогічно тензорам напружень і деформацій цей тензор може бути розкладений на дев'ятор швидкостей деформації і кульовий тензор швидкостей деформації.

1.3. Умова пластичності ізотропного матеріалу

Розглянемо початкову поверхню навантаження матеріалу, яка раніше не підлягала пластичному деформуванню. Рівняння цієї поверхні задовольняють умову пластичності.

Обмежимося розглядом ізотропного матеріалу, який однаково чинить опір розтягу та стиску. Оскільки властивості такого матеріалу в різних геометричних напрямках однакові, орієнтація головних напружень не має значення, то умову пластичності можна записати у вигляді

$$\varphi(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_T, \quad (1.38)$$

де φ – симетрична відносно своїх аргументів функція; σ_T – межа текучості при розтягу.

В просторі головних напружень, тобто в координатах $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, такому рівнянню відповідає поверхня, що має назву поверхні початку пластичності, яка в геометричній інтерпретації є поверхнею правильної шестигранної призми (рис. 1.4). Рівняння граней цієї призми мають вигляд

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_T, \quad |\sigma_2 - \sigma_3| = \sigma_T, \quad |\sigma_3 - \sigma_1| = \sigma_T. \quad (1.39)$$

Дійсно, наприклад, площина $|\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_T$ проходить через точки $\sigma_1 = \pm\sigma_T, \sigma_2 = \sigma_3 = 0, \sigma_2 = \pm\sigma_T, \sigma_1 = \sigma_2 = 0$, з віссю σ_3 , при цьому $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, тобто утворює грані вказаної призми.

Таким чином, пластичний стан настає при виконанні одного або двох умов (1.39). Якщо позначити головні напруження так, щоб $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, то із збільшенням напружень першим буде задовільнено рівняння

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T, \quad (1.40)$$

яке і являє собою умову пластичності максимального дотичного напруження (оскільки ліва частина рівняння (1.40) пропорційна максимальному дотичному напруженню). Такий підхід набув розвитку в роботах французьких механіків Кулона, Треска, Сен-Венана, які по-

кладали, що розвиток пластичних деформацій залежить від максимальних дотичних напружень. В літературі його зазвичай називають умовою Треска–Сен-Венана (на рис. 1.4 відповідає поверхня текучості, поз.1).

Всі наведені властивості поверхні навантаження задовольняє також умова пластичності Хубера–Мізеса, згідно з якою поверхня початку пластичності і є поверхнею кругового циліндра, який описаний навколо призми, що відповідає рівнянням (1.39) – на рис. 1.4 поз. 2. Рівняння такої циліндричної поверхні має вигляд

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_T^2. \quad (1.41)$$

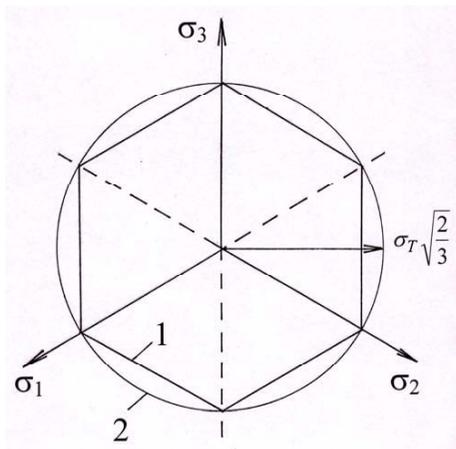


Рис. 1.4. Поверхні текучості Треска–Сен-Венана (1) і Хубера–Мізеса (2)

В цьому легко переконатись, прийнявши до уваги симетричність рівняння відносно $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ і ту обставину, що йому відповідають координати точок $\sigma_1 = \pm\sigma_T, \sigma_1 = \sigma_3 = 0, \sigma_3 = \pm\sigma_T, \sigma_1 = \sigma_2 = 0$; та враховуючи, що центральною віссю поверхні є пряма

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3, \quad (1.42)$$

оскільки рівняння (1.41) і (1.42) не мають сумісних розв'язків.

Умову пластичності можна записати у вигляді:

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_T^2; \quad (1.43)$$

$$S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 + S_{xy}^2 + S_{yx}^2 + S_{xz}^2 + S_{yz}^2 + S_{zx}^2 + S_{zy}^2 = \frac{2}{3}\sigma_T^2. \quad (1.44)$$

Як впливає із останнього рівняння, в дев'ятивимірному просторі девіатора напружень, тобто в координатах $S_x, S_{yx}, S_{xy}, \dots$, поведінка початку пластичності, яка відповідає умові пластичності Хубера–Мізеса, є сферою з радіусом $\sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_T$ (рис. 1.4, поз.2).

При двохосному напруженому стані ($\sigma_3 = 0$) із рівняння (1.43) випливає рівняння еліпса

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_T^2. \quad (1.45)$$

1.4. Міри деформацій

Характеристиками деформацій по Б. Сету є безрозмірні величини, що можуть бути отримані із співвідношення

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \left[1 - \left(\frac{\Delta l_0}{\Delta l} \right)^n \right], \quad (1.45)$$

де показник n може приймати значення $n = 2; 1; 0; -1; -2$. Так, при $n = -1$ отримаємо в якості міри деформацій відносно подовження як міру деформацій Лагранжа:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{\Delta l_0} - 1. \quad (1.46)$$

При $n = 0$ отримаємо логарифмічну деформацію, або дійсну натуральну деформацію:

$$\varepsilon = \ln \frac{\Delta l}{\Delta l_0}. \quad (1.47)$$

Якщо $n = 1$, отримаємо міру деформацій Ейлера:

$$\psi = 1 - \frac{\Delta l_0}{\Delta l}. \quad (1.48)$$

В якості міри деформацій в області кінцевих деформацій, коли відношення $\frac{\Delta l_0}{\Delta l}$ близьке до одиниці, а деформування є простим (від-

сутні повороти головних осей деформацій відносно матеріалу), інтенсивність деформацій приймають як додатну величину, пропорційну квадратному кореню із другого інваріанта девіатора деформацій. В залежності від прийнятого коефіцієнта пропорційності розрізняють: інтенсивність лінійних деформацій

$$e_i = \sqrt{\frac{4}{3} I_2(D_\varepsilon)}; \quad (1.49)$$

інтенсивності кутових деформацій

$$\Gamma = \sqrt{4I_2(D_\varepsilon)}. \quad (1.50)$$

В декартовій системі координат інтенсивність деформацій

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_x - e_y)^2 + (e_y - e_z)^2 + (e_z - e_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \quad (1.51)$$

В головних осях вираз (1.51) набуває вигляду:

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_1 - e_2)^2 + (e_2 - e_3)^2 + (e_3 - e_1)^2}. \quad (1.52)$$

Для випадку одновісного розтягу ізотропного матеріалу

$$e_i = |e_1| = \frac{|\gamma|}{\sqrt{3}}. \quad (1.53)$$

При чистому зсуві

$$\Gamma = |\gamma|. \quad (1.54)$$

Геометрична інтерпретація співвідношення (1.52), записаного в головних осях тензора деформацій, показана на рис. 1.5.

В просторі вектора головних деформацій інтенсивність деформацій з точністю до множника являє собою промінь, що виходить із початку координат, який з'єднує початок координат з кінцем відрізка, який є рівний за модулем одній із головних деформацій (рис. 1.5 а).

Припустимо, розглядається процес кручення із розтягом циліндричного зразка. Інтенсивність деформацій в такому випадку, якщо

реалізується просте деформування, $\frac{e_z}{e_i} = const$, або $\frac{d\gamma}{de_z} = const$:

$$e_i = \sqrt{e_z^2 + \frac{\gamma^2}{3}}. \quad (1.55)$$

В просторі вектора деформацій інтенсивність деформацій являє собою довжину променя, який виходить із початку координат $e_z = f(\gamma/\sqrt{3})$ (рис. 1.5 б).

В більш загальному випадку деформування в якості міри деформації приймають параметр, що характеризує накопичену пластичну деформацію

$$q = \int d\bar{\Gamma} = \sqrt{2d\varepsilon_{ij}d\varepsilon_{ij}}. \quad (1.56)$$

В роботах А. А. Ільюшина в якості міри кінцевих деформацій запропонована ступінь деформації e_i – змінна скалярна характеристи-

Наукове видання

**Нахайчук Олег Вікторович
Розенберг Олег Олександрович
Огородніков Віталій Антонович
Крицький Анатолій Дмитрович
Мельниченко Володимир Васильович
Студенець Сергій Федорович**

**НОВІ ТЕХНОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ З ВИКОРИСТАННЯМ
ПРОГРЕСИВНИХ МЕТОДІВ ПЛАСТИЧНОГО
ДЕФОРМУВАННЯ**

Монографія

Редактор С. Малішевська

Оригінал-макет підготовлено С. Студенцем

Видавництво ВНТУ «УНІВЕРСУМ-Вінниця»
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-85-32

Підписано до друку 19.05.2008 р.
Формат 29,7×42¹/₄ Папір офсетний
Гарнітура Times New Roman
Друк різнографічний Ум. друк. арк. 9,12
Наклад 100 прим. Зам. № 2008-063

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2005 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-81-59

Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/459>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>