

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**В. М. Кичак, В. Д. Рудик, С. Ф. Гончар**

# **МЕТОДИ КОМПЕНСАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАЛЬНИХ КАНАЛІВ**

**Монографія**

Вінниця  
ВНТУ  
2009

---

Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/485>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>

УДК 621.317.772  
ББК 32.842  
К 46

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 10 від 28.05.2009 р.)

Рецензенти:

**В. А. Лужецький**, доктор технічних наук, професор

**О. М. Шинкарук**, доктор технічних наук, професор

**Кичак, В. М.**

К 46      Методи компенсації динамічних похибок вимірювальних каналів : монографія / В. М. Кичак, В. Д. Рудик, С. Ф. Гончар. – Вінниця : ВНТУ, 2009. – 128 с.

ISBN 978-966-641-331-7

Розглядаються питання динамічної похибки часового зсуву радіовимірювальних приладів, призначених для дослідження зсуву фаз, фазочастотних характеристик та групового часу затримки короткочасних сигналів. Для компенсації впливу динамічної похибки часового зсуву запропоновано обробку сигналів, що базується на однократному або подвійному ортогональному перетвореннях сигналів та використанні зворотної передатної функції вимірювального каналу. Розроблено схеми компенсаторів динамічної похибки часового зсуву, наведено результати експериментальних досліджень.

Розраховано на фахівців в галузі радіовимірювань, аспірантів та студентів.

**УДК 621.317.772**

**ББК 32.842**

**ISBN 978-966-641-331-7**

© В. Кичак, В. Рудик, С. Гончар, 2009

---

Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/485>

Видавництво Вінницького національного технічного університету

<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ.....	5
ВСТУП.....	6
<b>1. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАЛЬНИХ КАНАЛІВ.....</b>	<b>8</b>
1.1. Амплітудні та фазові динамічні похибки вимірювальних каналів.....	8
1.2. Методи визначення фазових динамічних похибок.....	13
1.2.1. Метод ортогональних складових.....	14
1.2.2. Метод операційного числення.....	17
1.3. Фазова динамічна похибка селективного вимірювального каналу.....	20
1.4. Динамічні похибки часового зсуву.....	26
<b>2. ДИНАМІЧНІ ПОХИБКИ ЧАСОВОГО ЗСУВУ ВИМІРЮВАЛЬНИХ КАНАЛІВ.....</b>	<b>30</b>
2.1. Математичні моделі вимірювальних каналів для дослідження динамічних похибок часового зсуву.....	30
2.2. Динамічні похибки часового зсуву аперіодичних вимірювальних каналів.....	32
2.2.1. Аналіз ДПЧЗ широкосмугового однокаскадного вимірювального каналу .....	32
2.2.2. Аналіз ДПЧЗ широкосмугового багатокаскадного вимірювального каналу з ідентичними каскадами.....	39
2.2.3. Аналіз ДПЧЗ широкосмугового багатокаскадного вимірювального каналу з неідентичними каскадами.....	43
2.3. Динамічні похибки часового зсуву вимірювального каналу зі зворотним зв'язком .....	46
2.4. Динамічні похибки часового зсуву селективного вимірювального каналу.....	52
2.5. Динамічні похибки часового зсуву каналу з запізненням.....	57
2.6. Динамічні похибки в каналі з мінімальним відношенням сигнал/шум.....	59
<b>3. МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ КОМПЕНСАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ПОХИБОК ЧАСОВОГО ЗСУВУ.....</b>	<b>67</b>
3.1. Методи компенсації динамічних похибок часового зсуву	

на основі ортогональних перетворень сигналів.....	67
3.2. Методи компенсації динамічної похибки часового зсуву на основі обробки зворотною передатною функцією каналу.....	76
3.2.1. Аналіз компенсатора ДПЧЗ для аперіодичного однокаскадного вимірювального каналу.....	76
3.2.2. Аналіз компенсатора ДПЧЗ для аперіодичного багатокаскадного вимірювального каналу з ідентичними каскадами.....	81
3.2.3. Аналіз компенсатора ДПЧЗ для широкосмугового багатокаскадного вимірювального каналу з неідентичними каскадами.....	84
3.3. Компенсатор динамічної похибки часового зсуву вимірювального каналу зі зворотним зв'язком.....	88
3.4. Компенсатор динамічної похибки часового зсуву селективного вимірювального каналу.....	90
4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ КОМПЕНСАЦІЇ ДИНАМІЧНОЇ ПОХИБКИ ЧАСОВОГО ЗСУВУ.....	93
4.1. Особливості структури та вибір елементів компенсаторів динамічної похибки часового зсуву.....	93
4.1.1. Особливості структури компенсаторів ДПЧЗ.....	93
4.1.2. Вибір елементів компенсаторів ДПЧЗ.....	94
4.2. Визначення метрологічних характеристик компенсаторів динамічної похибки часового зсуву.....	98
4.3. Модельне дослідження компенсаторів динамічної похибки часового зсуву .....	100
4.4. Експериментальне дослідження компенсаторів динамічної похибки часового зсуву.....	106
4.4.1. Результати експериментальних досліджень макетів компенсаторів .....	106
4.4.2. Оцінювання характеристик точності вимірювань ДПЧЗ.....	109
ВИСНОВОК.....	115
ЛІТЕРАТУРА.....	117
Додаток А.....	126
Додаток Б.....	127

## ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

АМ	– амплітудна модуляція
АПЧ	– автоматична підстройка частоти
АРП	– автоматичне регулювання підсилення
АЧХ	– амплітудно-частотна характеристика
АЦП	– аналого-цифровий перетворювач
ВЗЗ	– від’ємний зворотний зв’язок
ВИМ	– вимірювач
ДПЧЗ	– динамічна похибка часового зсуву
ЗВ	– засіб вимірювання
НДПЧЗ	– нормована динамічна похибка часового зсуву
РВП	– радіовимірювальний прилад
ФАП	– фазова автопідстройка
ФАПЧ	– фазова автопідстройка частоти
ФМ	– фазова модуляція
ФЧХ	– фазочастотна характеристика
Gilb	– перетворювачі за Гільбертом

## ВСТУП

Для вимірювання величин, що швидко змінюються у часі, створюється велика кількість радіовимірювальних приладів (РВП). Похибки таких приладів в статичному режимі достатньо малі, в той час як досягнення аналогічного рівня похибок в динамічному режимі було і лишається важливою проблемою.

Проблема покращення динамічних властивостей РВП має особливе значення у вимірюваннях параметрів короткочасних сигналів [1], в дослідженні нестационарних процесів, при швидкій зміні досліджуваної величини. В таких випадках вимірювальні канали РВП повинні забезпечувати максимальну швидкодію, відповідати вимогам максимальної точності, в максимально можливому динамічному діапазоні вимірювань, забезпечувати стабільність і відтворюваність результатів.

Але перехід до динамічного режиму вимірювання викликає нестационарні процеси, які виникають при проходженні сигналів через кола каналу РВП, і призводять до виникнення додаткової динамічної похибки, що спотворює отриману у вимірювальних каналах інформацію. Динамічні похибки залежать від сталої часу каналу, параметрів сигналу, швидкості зміни інформативного параметра сигналу і визначають швидкодію вимірювального каналу.

Зменшення динамічної похибки може здійснюватися шляхом зміни сталої часу вимірювального каналу, що як правило, зменшує його надійність і довготривалу стабільність, крім того, зменшення сталої часу пов'язане зі значними технологічними труднощами.

Велика кількість РВП, як принцип роботи, використовує перетворення інформативного параметру сигналу у часовий інтервал, це робиться на основі фіксації часового положення характерних точок сигналу, що відповідають нульовим, максимальним, або мінімальним його значенням. Вплив перехідних процесів викликає суттєве часове зміщення вказаних точок сигналу і відповідно похибки вимірювання.

Така проблема має місце, наприклад, при дослідженні комплексних коефіцієнтів передачі; фазочастотних характеристик (ФЧХ) в імпульсному режимі або її крутості; при дослідженні ФЧХ багатополосників, коли виникає необхідність комутації входів і виходів досліджуваного об'єкта [2], що супроводжується перехідними процесами; при зміні досліджуваної величини [3]; при дослідженні параметрів нестационарних процесів; при теплових вимірюваннях [4]; в системах обліку енергоресурсів [5].

Нестационарність режиму проявляється практично в усіх випадках підключення до вимірювальних каналів сигналів, а також при змінах параметрів сигналів і ланок каналів. Нестационарні процеси обмежують швидкодію РВП і є причиною суттєвих динамічних похибок при обробці сигналів в режимі реального часу, тобто за їх надходженням [6]. У всіх перерахованих випадках вплив перехідних процесів на метрологічні характеристики вимірювальних приладів може бути вирішальним.

Динамічні похибки у каналах РВП з резонансними колами досліджені в [7, 8]. Проте, розробка сучасних широкосмугових РВП, призначених для роботи з сигналами малої тривалості, виключає можливість використання резонансних кіл, оскільки вони потребують перестроювання резонансної частоти, або застосування складних перетворювачів частоти. У свою чергу, малі рівні сигналів, які досліджуються, потребують застосування багатокаскадних пристроїв підсилення сигналів в широкій смузі частот.

Таким чином, при розробці та конструюванні сучасних РВП, призначених для дослідження параметрів короткочасних сигналів; параметрів нестационарних процесів, здатних працювати при швидкій зміні величини інформативного параметра сигналу, актуальною стає задача розробки методів та пристроїв компенсації динамічних похибок, які викликані нестационарними процесами у радіовимірювальних каналах, що дозволить підвищити точність вимірювань зазначених параметрів в динамічному режимі.

# 1. МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ПОХИБОК ВИМІРЮВАЛЬНИХ КАНАЛІВ

## 1.1. Амплітудні та фазові динамічні похибки вимірювальних каналів

Динамічні характеристики засобів вимірювання (ЗВ) нормуються і визначаються відповідними нормативними документами. Таки визначення, як правило, розповсюджуються на ЗВ лінійні по відношенню до інформативного параметра сигналу. В лінійних ЗВ статичний коефіцієнт перетворення і динамічні характеристики, що визначають відношення вихідного сигналу до вхідного, не залежать від інформативного параметра вхідного сигналу. Динамічні характеристики ЗВ розділяються на повні та часткові.

Повна динамічна характеристика ЗВ це характеристика, яка однозначно визначає зміни вихідного сигналу при любых змінах інформативного та неінформативного параметра та впливної величини. Повними динамічними характеристиками є: диференціальне рівняння, імпульсна характеристика  $g(t)$ , перехідна характеристика  $h(t)$ , передатна функція  $K(p)$ , сукупність амплітудно-частотних  $A(\omega)$  та фазочастотних характеристик  $\varphi(\omega)$ .

Частковою динамічною характеристикою зветься функціонал або параметр повної динамічної характеристики, до неї відносяться: окремі параметри повних динамічних характеристик, наприклад, стала часу, час затримки, час усталення вихідного сигналу.

Вибір динамічних характеристик ЗВ проводиться на підставі аналізу виду та характеру зміни величини що вимірюється.

Оцінка динамічних властивостей вимірювальних каналів РВП може бути проведена на основі дослідження їх АЧХ, ФЧХ або перехідних характеристик при вхідній дії гармонічного чи східчастого сигналів, а також шляхом визначення миттєвої різниці значення вхідного сигналу, розрахованого за вихідним сигналом вимірювального каналу, значенням номінальної статичної характеристики каналу і миттєвим значенням вхідного сигналу в даний момент часу [9]. Проте, у випадку метрологічного аналізу ЗВ, найбільш характерним параметром, що визначає динамічну точність ЗВ, є не його вихідна величина, а похибка перетворення в часі вхідного сигналу у вихідний, тобто миттєва різниця значення вхідного сигналу, розрахованого за вихідним сигналом ЗВ і значенням номінальної статичної характеристики, і миттєвим значенням вхідного сигналу в даний момент часу.

Динамічна похибка визначається, як похибка викликана динаміч-



ними властивостями ЗВ відмінними від ідеальних. Ідеальні динамічні властивості каналу РВП описує в операторній формі перетворення Лапласа, як передатна функція вимірювального каналу  $K_{io}(p)=K=const$ , тобто функція, не залежна від аргументу  $p$ .

У цьому випадку динамічна похибка вимірювального каналу визначається з виразу [10]

$$\Delta_d(t) = F_H^{-1} \left\{ L^{-1} [K(p) \cdot U_{ex}(p) + K(p) \cdot \Delta_a(p)] \right\} - u_{ex}(t), \quad (1.1)$$

де  $F_H^{-1}$  – символ функції, оберненої до номінальної статичної характеристики вимірювального каналу (для лінійних вимірювальних каналів  $F_H^{-1} = \frac{1}{K_H}$ );  $L^{-1}$  – символ зворотного перетворення зображення сигналу в оригінал;  $\Delta_a(p)$  – зображення адитивної статичної похибки, приведені до входу ланки;  $U_{ex}(p)$  – зображення вхідного сигналу  $u_{ex}(t)$ .

Нехтуючи в першому наближенні статичною похибкою в порівнянні з динамічною, отримуємо [7]

$$\Delta_d(t) = F_H^{-1} \left\{ L^{-1} [K(p) \cdot U_{ex}(p)] \right\} - u_{ex}(t). \quad (1.2)$$

Враховуючи, що вихідний сигнал  $U_{вих}(p) = K(p) \cdot U_{ex}(p)$ , вираз (1.2) можна записати у вигляді

$$\Delta_d(t) = F_H^{-1} \left\{ L^{-1} [U_{вих}(p)] \right\} - u_{ex}(t) = F_H^{-1} \{ u_{вих}(t) \} - u_{ex}(t). \quad (1.3)$$

У випадку дії гармонійного включення  $u_{ex}(t) = A \cdot \sin(\omega t)$  на вході вимірювального каналу, модель якого може бути подана у вигляді аперіодичної ланки першого порядку  $K(p) = 1/(1 + p\tau)$ , залежність амплітудної динамічної похибки від часу  $\Delta_d(t)$ , буде мати вигляд [10]

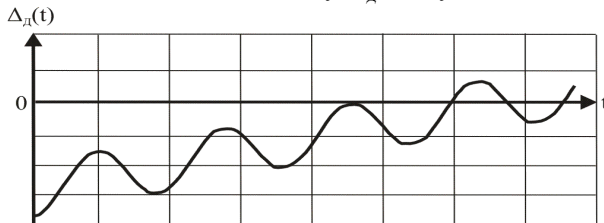


Рис. 1.1. Залежність амплітудної динамічної похибки від часу

Динамічна похибка є функцією часу і залежить від характеру зміни вхідного сигналу, від інерційності вимірювального каналу та його основного рівняння.

Наведена залежність, рис. 1.1, дає змогу визначити характер динамічної похибки амплітудно-вимірювального каналу (постійний, згасаючий, прогресивно-зростаючий, коливальний), а також значення  $\Delta_{\varphi}(t)$  в будь-який момент часу, рис. 1.1.

Якщо розглядати миттєву фазу вихідного сигналу як,

$$\varphi(t) = \omega_o t + \varphi_o + \Delta\varphi_{\omega} + \Delta\varphi_t;$$

$$\Delta\varphi_t = \varphi(t) - (\omega_o t + \varphi_o + \Delta\varphi_{\omega}),$$

де  $\varphi_o$  – початковий фазовий зсув ;  $\Delta\varphi_{\omega}$  – варіація фази, що визначається фазочастотною характеристикою каналу (статична складова);  $\Delta\varphi_t$  – варіація фази, що викликана процесом усталення (динамічна складова).

Визначення варіації фази  $\Delta\varphi_t$ , власне фазової динамічної похибки, може бути проведене на основі визначення аргументу комплекснозначної функції, що визначає поведінку вихідного сигналу каналу.

Аналіз залежності  $\Delta\varphi_t(t)$  у випадку дії гармонічного включення  $u_{ex}(t) = A \cdot \sin(\omega t)$  на вході вимірювального каналу, наведений для інерційної ланки першого порядку, рис. 1.2, показує, що процес усталення фази носить згасаючий, коливальний характер зі зміною його знаку і починається з деякого початкового значення.

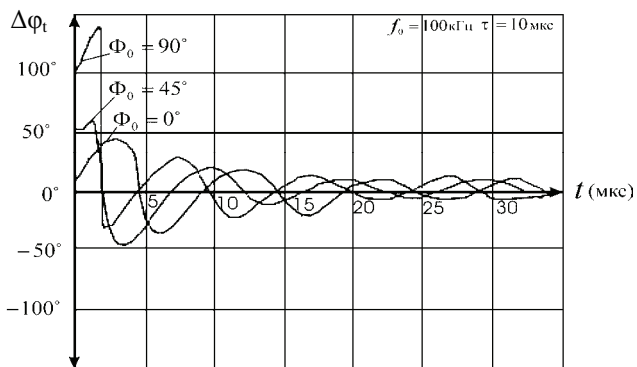


Рис. 1.2. Залежність фазової динамічної похибки від часу

Динамічні похибки є функцією часу і залежать від характеру зміни вхідного сигналу, від інерційності вимірювального каналу та його основного рівняння.

Наведені залежності  $\Delta_d(t)$  і  $\Delta \varphi_i(t)$  дають змогу визначити характер амплітудної і фазової динамічних похибок, (постійний, згасаючий, прогресивно-зростаючий, коливальний), а також значення вказаних похибок в будь-який момент часу.

Відомо, що фазові вимірювання дозволяють забезпечити більшу роздільну здатність та вищу інформативну чутливість у порівнянні з амплітудними вимірюваннями, це особливо актуально при дослідженні параметрів малодобротних селективних систем, коли вимірювання ФЧХ дають кращі результати у порівнянні з вимірюванням АЧХ; фіксації малих варіацій параметрів, оскільки відносна крутість ФЧХ вища за крутість АЧХ; експериментальному визначенні полюсів та нулів на комплексній площині у випадку їхньої взаємної компенсації та ін. Виходячи з викладеного, в подальшому зосередимося на дослідженні вимірювальних каналів та їх динамічних похибок РВП призначених для дослідження зсувів фаз сигналів, фазочастотних характеристик, групового часу затримки.

Динамічні похибки зсуву фаз сигналів виникають у випадках проведення вимірювань, що розглянуті нижче.

- При вимірюванні комплексних коефіцієнтів передачі, ФЧХ або крутості ФЧХ в режимі імпульсних сигналів, рис. 1.3.

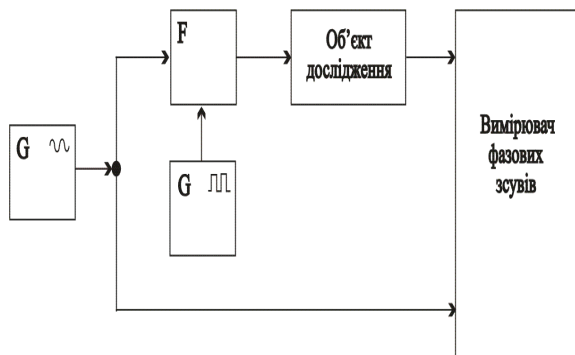


Рис. 1.3. Установка для вимірювання ФЧХ в режимі імпульсних сигналів

- Швидка перекомутація входів і виходів об'єкта (багатополісника) ФЧХ якого досліджується, супроводжується перехідними процесами, рис. 1.4.

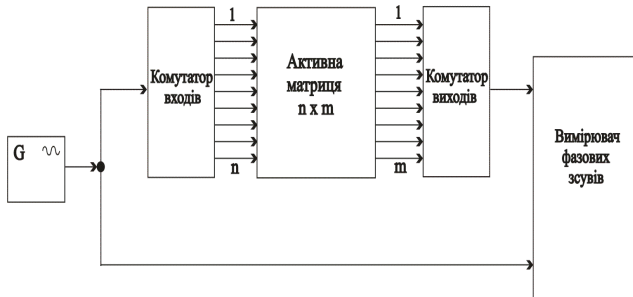


Рис. 1.4. Установка для вимірювання ФЧХ багатополісника  $n \times m$

- При зміні рівня сигналу рис. 1.5, коли коефіцієнт передачі об'єкта дослідження  $K$  є змінною величиною, а рівень сигналу спадає нижче рівня спрацювання пристрою.

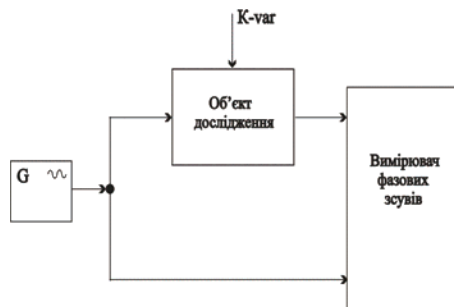


Рис. 1.5. Установка для вимірювання ФЧХ при зміні досліджуваної величини

- При дослідженні параметрів нестационарних процесів в каналах з великою сталою часу, рис. 1.6, що може бути зумовлене або алгоритмом роботи вимірювача (теплові вимірювання), або використанням у каналі інтегруючої ланки для згладжування шумової складової вхідного сигналу.

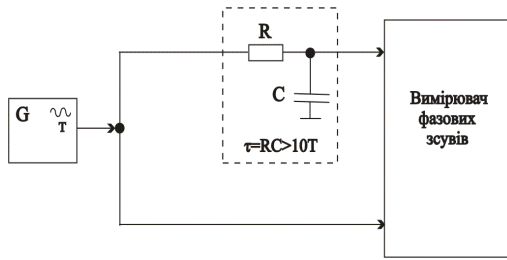


Рис. 1.6. Установка для вимірювання ФЧХ каналів з великою сталою часу

З метою визначення оптимальних методів визначення фазових динамічних похибок та розробки рекомендацій щодо їх зменшення доцільно провести аналіз існуючих методів визначення динамічних фазових похибок на основі таких ознак:

- точність визначення похибок;
- громіздкість отримання розрахунків;
- можливість застосування для сучасних структур вимірювачів;
- можливість застосування результатів для широкого класу вимірювальних задач.

Причиною, яка ускладнює аналіз вказаних похибок, є відсутність досліджень реакцій різних типів вимірювальних каналів у фазовій площині  $\Delta \varphi_f(t)$  на збудження вхідним сигналом. Останнє викликано громіздкістю проміжних перетворень, що ускладнює отримання точного результату в аналітичній формі навіть для випадків відносно простих вхідних сигналів і вимірювальних каналів.

## 1.2. Методи визначення фазових динамічних похибок

Для визначення динамічної похибки зсуву фаз сигналів, що зумовлена нестационарними процесами, можуть використовуватися методи дослідження нестационарних процесів в лінійних колах, що розглянуті в літературі [11–23].

Такі методи, можна розподілити на класичний, який знайшов відображення в роботах [24, 25], метод інтеграла Фур'є (спектральний метод) [26–32], методи операційного числення [33–37].

Переважаючого розповсюдження набули операційний метод в формі перетворень Лапласа, який дозволяє отримати найбільш загальні результати найпростішим шляхом, і спектральний метод, який дає змогу

отримати чітке уявлення про процеси, які відбуваються в системах із селективними властивостями.

Незважаючи на те, що на сьогоднішній день методи аналізу нестационарних процесів в лінійних ланках розвинуті досить добре, через трудомісткість і громіздкість проміжних математичних перетворень отримання точного аналітичного виразу реакції системи практично виявляється можливим лише для порівняно простих форм вхідного сигналу і відносно простих вимірювальних каналів.

Враховуючи переваги методів операційного числення і спектрального аналізу, дослідимо можливість їх застосування для визначення варіації фази. Слід намітити такі шляхи розв'язання поставленої задачі:

а) спрощення математичних перетворень при отриманні точних результатів аналізу нестационарного процесу у фазовій площині;

б) знаходження вихідного сигналу у вигляді суми двох ортогональних складових, одна з яких на комплексній площині синфазна вектору вимушеної складової перехідного процесу, а друга знаходиться в квадратурі до нього. Це дозволяє застосовувати наближені методи для визначення кожної із складових за їх спектром при значно меншому ризику неправильного знаходження динамічної похибки фази.

### 1.2.1. Метод ортогональних складових

Для спрощення знаходження динамічних похибок зсуву фаз іноді застосовують наближені методи дослідження. Так в [38] розглянуто визначення похибки вимірювальних каналів імпульсних вимірювачів зсуву фаз сигналів методом повільно змінних амплітуд.

Але наближені методи, як правило, не дозволяють отримати точний опис реакції вимірювального каналу на збуджуючий сигнал, тому застосування знайдених таким чином співвідношень, для дослідження динамічної похибки, призводить до отримання недостатньо точних, або й помилкових результатів, висновків і рекомендацій.

При спробах знайти точний опис нестационарних процесів на виході вимірювального каналу у фазовій площині, як правило, обмежуються окремим випадком сполучення параметрів самого вимірювального каналу і сигналу, що дещо спрощує отримання результатів, але не дає можливості розробити рекомендації щодо узагальнених шляхів зменшення динамічних похибок вимірювальних каналів визначення зсуву фаз сигналів.

Проаналізуємо визначення варіації фази методом ортогональних складових.

При дії АМ сигналу на вимірювальний канал, представлений у вигляді лінійної ланки, на його виході в загальному випадку отримаємо сигнал виду [8]

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = \dot{U}_m(t) \cdot e^{j[\omega_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi_\omega + \Delta\varphi_t]},$$

де  $\varphi_0$  – початковий фазовий кут вимушеної складової на виході вимірювального каналу;  $\Delta\varphi_\omega = \arg k(\omega)$  – статична похибка фази, яка дорівнює фазовому зсуву, що вноситься вимірювальним каналом в режимі усталення на частоті сигналу);  $\dot{U}_m(t)$  – комплексна амплітуда, аргумент якої дорівнює шуканій варіації фази, тобто [8]

$$\Delta\varphi_t(t) = \arg \dot{U}_m(t) = \arctg \frac{\text{Im}\{\dot{U}_m(t)\}}{\text{Re}\{\dot{U}_m(t)\}}.$$

Виникнення додаткової фазової модуляції при проходженні АМ сигналу через лінійну ланку зі спектральної точки зору обумовлюється введенням ланкою асиметричних спотворень обвідної сигналу. Механізм виникнення паразитної ФМ у випадку АМ сигналу з простою синусоїдною модуляцією, розглянуто в [7]. При цьому, варіація фази  $\Phi(t)$  буде дорівнювати відхиленню результуючого вектора від вектора несучої частоти.

Для аналізу варіації фази  $\Delta\varphi_t(t)$  сигнал на виході ланки  $\dot{U}_m(t)$  подається у вигляді суми двох ортогональних складових, одна з яких синфазна сигналу несучої частоти, а друга є квадратурною до нього. Приклад такого розкладання показаний на рис. 1.7.

Для визначення динамічної похибки фази  $\Phi(t)$  через величини ортогональних складових амплітуди синфазної і квадратурної складових позначаються через  $P(t)$  і  $R(t)$ . Тоді для комплексної обвідної вихідного сигналу

$$\dot{U}_m(t) = P(t) + jR(t),$$

звідки

$$\Delta\varphi_t(t) = \arctg \frac{R(t)}{P(t)}.$$

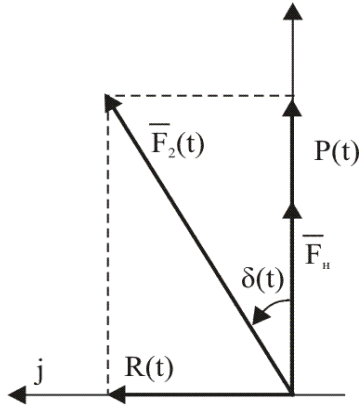


Рис. 1.7. Векторна діаграма розкладання сигналу на суму ортогональних складових

Комплексна обвідна  $\dot{U}_m(t)$  визначається з її спектру зворотним перетворенням Фур'є [39]

$$\dot{U}_m(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{U_m}(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega,$$

звідки, враховуючи, що комплексний спектр  $\dot{S}_{U_m}(\omega)$  може бути представлений у формі  $\dot{S}_{U_m}(\omega) = S_{U_m}(\omega) \cdot e^{j\Phi(\omega)}$ , можна отримати [39]

$$\dot{U}_m(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{U_m}(\omega) \cos[\omega t + \Phi(\omega)] d\omega + j \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{U_m}(\omega) \sin[\omega t + \Phi(\omega)] d\omega$$

Враховуючи комутативність перетворення Фур'є і символічних операцій Re або Im [7], можливо отримати вирази для ортогональних складових через заданий спектр комплексної обвідної

$$P(t) = \text{Re}\{\dot{U}_m(t)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{U_m}(\omega) \cos[\omega t + \Phi(\omega)] d\omega;$$

$$R(t) = \text{Im}\{\dot{U}_m(t)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{U_m}(\omega) \sin[\omega t + \Phi(\omega)] d\omega.$$



Отже, розкладання спектру комплексної обвідної на спектри її ортогональних складових дозволяє наочно виявити механізм виникнення цієї похибки. Крім того, у випадку, якщо трудомісткість точних методів визначення нестационарного процесу виявляється надзвичайною, то цей шлях відкриває можливість знаходження варіації фази використанням наближених методів для відшукування ортогональних складових за їхніми спектрами. В реальних системах квадратурна складова вихідного сигналу, наявність якої і обумовлює виникнення фазової похибки, як правило має набагато менше значення ніж синфазна складова. Через це застосування наближених методів для безпосереднього визначення вихідного сигналу за його спектром може призвести до неправильної оцінки або повної втрати квадратурної складової і, таким чином, до неправильного знаходження динамічної фазової похибки.

Найбільш трудомісткою задачею у визначенні нестационарних процесів, коли особливо широко застосовуються наближені методи, є виконання зворотного перетворення Фур'є. При цьому нехтування величинами вищого порядку малості у визначенні кожної із ортогональних складових зменшує ризик отримання невірної опису фази нестационарного процесу в порівнянні з визначенням варіації фази сигналу з комплексної обвідної, знайденої наближеними методами безпосередньо.

### 1.2.2. Метод операційного числення

При застосуванні операційного числення для визначення реакції лінійної ланки на вхідний сигнал  $u_{\text{вх}}(t)$  відображенням лінійного диференціального рівняння, яке описує поведінку цієї ланки в просторі зображень, буде алгебраїчне рівняння

$$U_{\text{вих}}(p) = K(p) \cdot U_{\text{вх}}(p), \quad (1.4)$$

де  $K(p)$  – передатна функція вимірювального каналу.

Оскільки вхідний сигнал  $u_{\text{вх}}(t)$  найчастіше в аналітичній формі представлений у вигляді  $t^\mu e^{\beta t} \cos(\omega t + \psi)$ , де  $\mu$  – ціле невід'ємне число;  $\beta, \omega, \psi$  – будь-які числа, то зображенням вхідного сигналу буде функція [7]

$$U_{\text{вх}}(p) = L \left\{ \sum_s t^{\mu_s} e^{\beta_s t} \cos(\omega_s t + \psi_s) \right\} = \sum_s \frac{\mu_s!}{2} \left[ \frac{e^{j\omega_s}}{(p - p_s)^{\mu_s+1}} + \frac{e^{-j\omega_s}}{(p - p_s^*)^{\mu_s+1}} \right],$$

де  $p_s$  і  $p_s^*$  – попарно спряжені полюси функції  $U_{\text{вх}}(p)$  виду  $\beta_s \pm j\omega_s$ , які при  $\omega_s = 0$  переходять в один дійсний полюс.

Тоді, враховуючи (1.4), реакція вимірювального каналу буде подана як дробово-раціональна функція з дійсними коефіцієнтами [8]

$$U_{\text{вих}}(p) = \frac{F(p)}{Q(p)} = \frac{F(p)}{\prod_{i=1}^{m/2} [(p - p_i)(p - p_i^*)]^{n_i} \prod_{i=m+1}^r (p - p_i)^{n_i}}, \quad (1.5)$$

де  $m/2$  – кількість пар спряжених полюсів;  $r$  – кількість дійсних полюсів функції  $U_{\text{вих}}(p)$ .

Реакцію вимірювального каналу  $u_{\text{вих}}(t)$  можливо знайти, застосувавши до (1.4) зворотне перетворення Лапласа [24]

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = L^{-1}\{U_{\text{вих}}(p)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} U_{\text{вих}}(p) e^{pt} dp = \sum_{i=1}^r \text{res}_i, \quad (1.6)$$

де  $\text{res}_i$  – лишок в  $i$ -му полюсі підінтегральної функції, який знаходиться з виразу [24]

$$\text{res}_i = \frac{1}{(n_i - 1)!} \cdot \frac{d^{n_i-1}}{dp^{n_i-1}} \left\{ U_{\text{вих}}(p) (p - p_i)^{n_i} e^{p_i t} \right\}_{p=p_i}.$$

З цього виразу для функції  $U_{\text{вих}}(p)$  з простими полюсами ( $n_i = 1$ ) можливо отримати формулу переходу від зображення до оригіналу [28]

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = \sum \frac{F(p_i)}{Q'(p_i)} \cdot e^{p_i t}, \quad (1.7)$$

а у випадку кратних полюсів

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\bar{A}_{il}}{(n_i - l)!} \cdot t^{n_i-l} \cdot e^{p_i t}, \quad (1.8)$$

де  $\bar{A}_{il}$  - коефіцієнти, що визначаються з виразу [28]

$$\bar{A}_{il} = \frac{1}{(l-1)!} \cdot \frac{d^{l-1}}{dp^{l-1}} \left[ \frac{(p - p_i)^{n_i} \cdot F(p)}{Q(p)} \right]_{p=p_i} = \frac{1}{(l-1)!} \left[ \frac{d^{l-1}}{dp^{l-1}} \cdot \frac{F(p)}{W(p)} \right]_{p=p_i}, \quad (1.9)$$

$$\text{де } W(p) = \frac{Q(p)}{(p - p_i)^{n_i}}.$$

Виконання зворотного перетворення Лапласа є, як правило, найбільш трудомістким, але, якщо передатна функція каналу має спряжені пари кратних полюсів, використовуються вирази, які дозволяють проводити його, забезпечуючи значне скорочення математичних операцій.

Оскільки  $U_{\text{вих}}(p) = \frac{F(p)}{Q(p)}$  є дробово-раціональною функцією з дійсними коефіцієнтами, то з (1.9) можна отримати [7]

$$\bar{A}_{il}^*(p_i) = \bar{A}_{il}(p_i^*).$$

Тоді, враховуючи (1.5), вираз (1.8) можливо записати у вигляді

$$\begin{aligned} \dot{u}_{\text{вих}}(t) = & \sum_{i=1}^{m/2} \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\bar{A}_{il}}{(n_i - l)!} t^{n_i - l} e^{p_i t} + \\ & + \sum_{i=1}^{m/2} \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\bar{A}_{il}^*}{(n_i - l)!} t^{n_i - l} e^{p_i^* t} + \sum_{i=m+1}^r \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\bar{A}_{il}}{(n_i - l)!} t^{n_i - l} e^{p_i t}, \end{aligned}$$

або

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = 2 \operatorname{Re} \sum_{i=1}^{m/2} \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\bar{A}_{il}}{(n_i - l)!} t^{n_i - l} \cdot e^{p_i t} + \sum_{i=m+1}^r \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\bar{A}_{il}}{(n_i - l)!} t^{n_i - l} \cdot e^{p_i t}.$$

Скориставшись символічними операціями  $\operatorname{Re}$  або  $\operatorname{Im}$ , отриманий вираз можна записати у вигляді

$$u_{\text{вих}}(t) = \operatorname{Re}[\dot{u}_{\text{вих}}(t)] + \operatorname{Im}[j\dot{u}_{\text{вих}}(t)],$$

звідки для комплексної реакції вимірювального каналу  $\dot{u}_{\text{вих}}(t)$  можна записати

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = 2 \sum_{i=1}^{m/2} \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\bar{A}_{il}}{(n_i - l)!} t^{n_i - l} \cdot e^{p_i t} + \sum_{i=m+1}^r \sum_{l=1}^{n_i} \frac{\bar{A}_{il}}{(n_i - l)!} t^{n_i - l} \cdot e^{p_i t}.$$

З отриманого виразу можна побачити, що кількість полюсів, в яких обчислюються лишки, зменшилась на  $m/2$ , що спрощує процес перетворення.

Спрощення математичних перетворень досягається на основі того, що замість знаходження лишків у кожній з пари спряжених полюсів зображення передатної функції, знаходиться лишок відносно одного з цих полюсів. В просторі оригіналів це відповідає заміні кожної  $i$ -ї дійсної функції її векторним представленням.

Таким чином, з використанням цього методу для отримання оригіналу з зображення функції, яка має спряжені пари полюсів, досить визначити полюси у вихідному зображенні, в той час як при використанні звичайних формул розкладання необхідно виконати громіздкі перетворення.

### 1.3. Фазова динамічна похибка селективного вимірювального каналу

Розглянемо дослідження динамічної похибки зсуву фаз сигналів при дії гармонічного ввімкнення на вимірювальний канал РВП з селективними властивостями [40]. Зображення реакції вимірювального каналу з селективними властивостями на таку вхідну дію визначається виразом (1.4). Враховуючи, що [7]

$$U_{ex}(p) = U_m \frac{e^{j\omega t}}{p - j\omega_n}, \quad K(p) = k_0 \frac{2\alpha(p + 2\alpha)}{(p + \alpha)^2 + \omega_0^2},$$

де  $\alpha = \frac{r}{2L}$  – коефіцієнт загасання;  $k_0 = -S \frac{L}{rC}$  – коефіцієнт підсилення, вираз (1.4) буде мати вигляд [7]

$$U_{вих}(p) = -\frac{SU_m}{C} \frac{e^{j\omega t}}{p - j\omega_n} \frac{p + 2\alpha}{(p + \alpha)^2 + \omega_0^2}.$$

Полюсами функції  $U_{вих}(p)$  на комплексній площині будуть точки

$$p_1 = j\omega_n; \quad p_{2,3} = -\alpha \pm j\omega_0.$$

Використавши формулу переходу від зображення до оригіналу (1.7), отримаємо

$$\dot{u}_{\text{вих}}(t) = \sum_{i=1}^3 \frac{F(p_i)}{Q'(p_i)} e^{p_i t} = \sum_{i=1}^3 \text{res}_i,$$

де  $Q'(p) = 3p^2 + 2p(2\alpha - j\omega_n) + \omega_p^2 - 2j\alpha\omega_n$ .

Після підстановок  $Q'(p)$  у вираз для  $\dot{u}_{\text{вих}}(t)$  лишки  $\text{res}_i$  будуть мати вигляд

$$\begin{aligned} \text{res}_1 &= -\frac{SU_m}{C} \frac{j\omega_n + 2\alpha}{-\omega_n^2 + 2\alpha j\omega_n + \omega_p^2} e^{j(\omega_n + \psi)t}; \\ \text{res}_2 &= -\frac{SU_m}{C} \frac{(j\omega_0 + \alpha)e^{j\psi}}{2\omega_0(\omega_n - \omega_0 - j\alpha)} e^{(j\omega_0 - \alpha)t}; \\ \text{res}_3 &= -\frac{SU_m}{C} \frac{(-j\omega_0 + \alpha)e^{j\psi}}{2\omega_0(-\omega_n - \omega_0 + j\alpha)} e^{(-j\omega_0 - \alpha)t}. \end{aligned}$$

Враховуючи, що  $\Delta\varphi_i(t) = \text{arctg} \left[ \frac{\text{Im}\{\dot{u}_{\text{вих}}(t)\}}{\text{Re}\{\dot{u}_{\text{вих}}(t)\}} \right]$ , динамічна фазова

похибка, яка вноситься вимірвальним каналом з селективними властивостями в функції від безрозмірного часу  $\alpha t$  визначається з виразу [22]

$$\Delta_i(\alpha t) = \text{arctg} \frac{\sin(\xi\alpha t - \zeta)}{ke^{\alpha t} - \cos(\xi\alpha t - \zeta)}, \quad (1.10)$$

де  $\xi$  – розстроювання, а параметри  $k$  і  $\zeta$  визначаються з виразів [22]

$$k = \frac{\sin \vartheta}{\sin \beta}; \quad \zeta = \vartheta - \beta; \quad (1.11)$$

$$\vartheta = \arg \left[ \frac{\alpha + j\omega_0}{-\omega_0} \frac{(-\alpha + j\omega_0)\sin\psi + \omega_n \cos\psi}{(-\alpha + j\omega_0)^2 + \omega_n^2} \right].$$

З (1.10) можна бачити, що з ростом безрозмірного часу  $\alpha t$  варіація фази  $\Delta(\alpha t)$  прямує до нуля.

Для визначення умов зменшення динамічної похибки фази сигналу необхідно дослідити вплив параметрів сигналу і вимірвального

каналу на характер зміни фази вихідного сигналу.

З виразу (1.10) залежність фази реакції вимірювального каналу від безрозмірного часу  $\alpha t$  визначається параметрами  $\alpha$ ,  $\xi$ ,  $\zeta$ ,  $k$ . Причому, як видно з вказаного виразу параметри  $k$  і  $\zeta$  значно впливають на початковий етап перехідного процесу. При цьому варіація фази  $\Delta(\alpha t)$  буде зменшуватися з часом тим швидше, чим більшою буде величина параметра  $k$ . Умовою повної відсутності варіації фази вихідного сигналу, згідно з (1.10), є одночасна рівність нулю параметрів  $\xi$  і  $\zeta$ .

У відповідності з виразом (1.10) одночасна зміна знаку  $\xi$  і  $\zeta$  на зворотний теж змінює знак варіації фази на зворотний. Це дає змогу результати розрахунку, виконані для одного сполучення параметрів  $\xi$ ,  $\zeta$  і  $k$ , розповсюдити і на нестационарний процес, при якому перші два параметра  $\xi$  і  $\zeta$  мають зворотні знаки.

Вираз для встановлення фази вихідного сигналу, який знайдено, шляхом спрощення виконання проміжних перетворень, іншими авторами [41], має вигляд

$$\Delta_i(\alpha t) = \arctg \frac{\sin(\xi \alpha t)}{e^{\alpha t} - \cos(\xi \alpha t)}. \quad (1.12)$$

Співвідношення (1.12) можна також отримати з виразу (1.10), вважаючи, що  $k=1$  і  $\zeta=0$ . Отже, нехтування в (1.12) відхиленнями параметрів  $k$  від одиниці і  $\zeta$  від нуля буде призводити до похибки у визначенні встановлення фази сигналу на виході вимірювального каналу.

На рис. 1.4 наведені залежності  $\Delta(\alpha t)$ , розраховані за поточною формулою (1.10) для різних значень  $\xi$ ,  $k$  і  $\zeta$  [7]. Якщо прийняти розлад  $\xi=0$ , то фаза сигналу буде встановлюватися миттєво. Але, якщо враховувати дійсні значення  $k$  і  $\zeta$ , то варіація фази і при нульовому розладі може бути значною. Варіація фази з часом загасає, хоча її величина все ж залишається значною навіть при великих значеннях  $\alpha t$ , коли значення амплітуди сигналу наближається до усталеної величини.

З метою оцінки похибки у визначенні встановлення фази виразом (1.12) для загального випадку необхідно розкласти функцію  $tg\{\Delta(\alpha t)\}$ , яка визначається точним виразом (1.10), в ряд Тейлора навколо  $\zeta=0$ ;  $k=1$ . Обмежуючись через малість  $\zeta$  і  $\Delta k$  двома членами ряду, можливо записати [7]

$$tg \Delta\Phi(\alpha t) \approx tg \Delta\Phi(\alpha t) + \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial tg \Delta\Phi(\alpha t)}{\partial \zeta} \zeta + \frac{\partial tg \Delta\Phi(\alpha t)}{\partial k} \Delta k \\ \zeta=1 \\ k=1 \\ \zeta=0 \\ \zeta=0 \\ k=1 \\ k=1 \end{array} \right\},$$

або після перетворень [7]

$$\Delta_i(\alpha t) \approx arctg \left[ \frac{\sin(\xi \alpha t)}{e^{\alpha t} - \cos(\xi \alpha t)} + M \sin \psi \frac{1 - e^{\alpha t} \sin(\beta + \xi \alpha t)}{(e^{\alpha t} - \cos \xi \alpha t)^2} \right], \quad (1.13)$$

де  $\beta$  – початкова фаза вимушеної складової.

Другий член в (1.13) під знаком арктангенса визначає похибку наближеної формули (1.12). Оскільки величина  $M$  має порядок  $\frac{1}{Q}$ , то з ростом добротності резонансного навантаження величина похибки у визначенні  $\Delta(\alpha t)$  формулою (1.12) зменшується. Як видно, ця похибка дорівнює нулю при  $\psi = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$ . Особливо значною похибка у визначенні  $\Delta(\alpha t)$  буде на початку перехідного процесу.

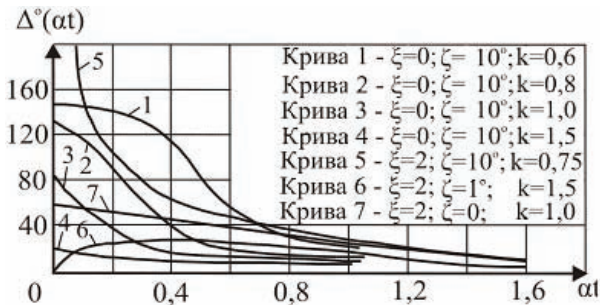


Рис. 1.8. Залежність варіації фази від часу при різних параметрах  $\xi$ ,  $k$  і  $\zeta$

Отже, дослідження показують, що динамічна похибка фази на вході вимірювального каналу залежить від параметрів вхідного сигналу та самого каналу. Початкова фаза ввімкнення гармонічного сигналу на вхід вимірювального каналу з селективними властивостями суттєво

*Наукове видання*

**Кичак Василь Мартинович  
Рудик Вадим Данилович  
Гончар Сергій Феодосійович**

**МЕТОДИ КОМПЕНСАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ  
ПОХИБОК ВИМІРЮВАЛЬНИХ КАНАЛІВ**

Монографія

Редактор С. Малішевська  
Оригінал-макет підготовлено С. Гончаром

Підписано до друку 26.11.2009 р.  
Формат 29,7 × 42 ¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. др. арк. 7,36.  
Наклад 100 прим. Зам. № 2009-195.

Вінницький національний технічний університет,  
КІВЦ ВНТУ,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Тел. (0432) 59-85-32.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті,  
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Тел. (0432) 59-81-59.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

---

Замовити цю книгу <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/485>

Видавництво Вінницького національного технічного університету  
<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog>