

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

В. І. Клочко, М. Б. Ковальчук

**Комп'ютерно-орієнтована методика
узагальнення і систематизації
знань та вмінь
в процесі навчання студентів
аналітичної геометрії**

Монографія

Вінниця
ВНТУ
2009

УДК 37.025+514.12+004
ББК 74.58+22.151.5+32.97
К 50

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 29.12.2008 р.)

Рецензенти:

О.М. Джеджула, доктор педагогічних наук, професор

В.М. Михалевич, доктор технічних наук, професор

Клочко, В.І.

К 50 Комп'ютерно-орієнтована методика узагальнення і систематизації знань та вмінь в процесі навчання студентів аналітичної геометрії: Монографія / В. І. Клочко, М. Б. Ковальчук – Вінниця : ВНТУ, 2009. — 116 с.

ISBN 978-966-641-334-8

У монографії висвітлено теоретико-методологічні засади узагальнення та систематизації знань з аналітичної геометрії студентів вищих технічних навчальних закладів. Встановлено, що застосування інформаційно-комунікаційних технологій навчання сприяє активізації розумової діяльності студентів на різних етапах навчального процесу.

Для науково-педагогічних працівників, викладачів, аспірантів, студентів.

УДК 37.025+514.12+004
ББК 74.58+22.151.5+32.97

ISBN 978-966-641-328-334-8

© В. Клочко, М. Ковальчук, 2009

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Розділ 1. Психолого-педагогічні основи знань та вмінь з аналітичної геометрії.....	8
1.1. Узагальнення та систематизація як психолого-педагогічна проблема.....	10
1.2. Використання засобів сучасних інформаційно-комунікаційних технологій для узагальнення та систематизації.....	28
1.3. Оцінювання рівня розвитку студентів з метою формування прийомів узагальнення і систематизації знань та вмінь.....	35
Розділ 2. Методичні основи узагальнення та систематизації знань з аналітичної геометрії з використанням нових інформаційних технологій.....	40
2.1. Узагальнююче повторення як засіб реалізації внутрі- предметних зв'язків.....	41
2.2. Узагальнююче повторення на рівні понять.....	47
2.3. Узагальнююче повторення на рівні системи понять.....	57
2.4. Узагальнююче повторення на рівні теорій.....	62
2.5. Зв'язок узагальнення з принципом наочності.....	68
2.6. Застосування програмно-педагогічних засобів в процесі уза- гальнення і систематизації теоретичного матеріалу та розв'язування задач з аналітичної геометрії.....	75
2.7. Диференціація навчання в процесі узагальнення та системати- зації знань з аналітичної геометрії.....	89
ВИСНОВКИ.....	94
ЛІТЕРАТУРА.....	95
Додаток А.....	99
Додаток Б.....	102
Додаток В.....	109
Додаток Г.....	112
Додаток Д.....	115

ВСТУП

В даний час в Україні йде становлення нової системи освіти, яка зорієнтована на входження в єдиний світовий освітній і інформаційний простір. Цей процес супроводжується істотними змінами в педагогічній теорії і практиці навчально-виховного процесу.

Впровадження в освітній простір гнучких автоматизованих систем, мікропроцесорних засобів і пристроїв програмованого керування, поставило перед сучасною психолого-педагогічною наукою важливе завдання – виховати та підготувати підростаюче покоління, спроможне активно включитися в якісно новий етап розвитку сучасного суспільства, який пов'язаний з інформатизацією. Вирішення зазначеного вище завдання – виконання соціального замовлення суспільства, докорінно залежить як від технічної забезпеченості навчальних закладів комп'ютерною технікою з відповідним периферійним обладнанням; навчальними демонстраційними приладами, які функціонують на базі засобів інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), так і від готовності та спроможності студентів до сприйняття потоку інформації що постійно зростає, зокрема, навчальної.

Повсякденне використання інформаційних ресурсів, які є продуктом інтелектуальної діяльності найбільш кваліфікованої частини працездатного населення суспільства, зумовлює необхідність підготовки підростаючого покоління як творчо активного резерву, що здатний професійно використовувати засоби сучасних інформаційно-комунікаційних технологій. З цієї причини необхідна розробка певних методичних підходів до використання засобів ІКТ як для розвитку особистості студента, так і для його підготовки до майбутньої професійної діяльності. Зокрема, для формування вмінь здійснювати прогнозування результатів своєї діяльності, розробки стратегії пошуку шляхів і методів вирішення завдань як навчальних, так і практичних, а в майбутньому професійних.

Не менш важливе використання можливостей інформаційно-комунікаційних технологій з метою інтенсифікації усіх рівнів навчально-виховного процесу, зокрема:

- підвищення ефективності, якості та результативності процесу навчання за рахунок реалізації можливостей ІКТ;
- забезпечення спонукальних мотивів (стимулів), які зумовлюють активізацію пізнавальної діяльності (наприклад, за рахунок комп'ютерної візуалізації навчальної інформації, використання ігрових ситуацій, можливості керування, вибору режиму навчальної діяльності);

- поглиблення міжпредметних зв'язків, які побудовані на інтеграційній основі, за рахунок використання сучасних засобів опрацювання інформації у тому числі й аудіовізуальної, при вирішенні завдань різних предметних галузей.

Інноваційні процеси, як форма і генеративний чинник розвитку дидактики геометрії, останнім часом привертають увагу багатьох дослідників. Дидактичні нововведення, що викликані конкретними соціально економічними умовами, здатні прогресивно розв'язати проблеми педагогіки. Успіх і результативність педагогічних інновацій у геометричній освіті визначається ефективністю і системністю використання джерел ідей розвитку дидактики геометрії, до яких можна віднести нові інформаційні технології.

В навчанні геометрії лише традиційними методами і організаційними формами все важче стає стимулювати студентів до активної навчально-пізнавальної діяльності. Тому надто важливим є перехід до нового стилю навчання, який повинен бути націленим на максимальний розвиток творчих здібностей студентів і формування їх пізнавальної активності.

Аналіз стану навчання геометрії показує, що цілий ряд умов, таких як мотивація, наочність, інтерес до предмету, а також формування прийомів розумової діяльності, зокрема узагальнення та систематизації, можуть бути ефективно реалізовані поєднанням традиційної методики навчання з впровадженням в навчальний процес нових інформаційних технологій.

Впровадження нових інформаційних технологій у процес навчання математичних дисциплін, зокрема геометрії, сприяє досягненню педагогічної мети за рахунок використання комп'ютерних засобів: ілюстрації геометричних понять, створення та вивчення інформаційних і математичних моделей явищ і процесів, розвитку геометричної інтуїції.

Проте методика формування системних знань з геометрії, яка базується на використанні інформаційно-комунікаційних технологій, не розроблена на рівні конкретних рекомендацій щодо успішного проведення систематизації і узагальнення.

Тому зараз, особливу актуальність набуває проблема формування на основі надійних і глибоких знань самостійності мислення, здатності отримувати, аналізувати інформацію і приймати адекватні рішення, використовувати в практичній діяльності ІКТ. Це, в свою чергу, вимагає визначеної перебудови геометричної освіти. Важливу роль при цьому має формування розумових дій і прийомів розумових дій, в тому числі узагальнення та систематизації.

Дослідження комплексу проблем, пов'язаних з новими інформаційними технологіями (НІТ) навчання математики, започатковані в роботах А. П. Єршова, М. І. Бурди, М. І. Жалдака, Е. І. Кузнєцова, О. А. Кузнєцова, В. М. Монахова.

Дидактичні і психологічні аспекти застосування НІТ у навчальному процесі знайшли свої відображення у роботах М. С. Бургіна, Б. С. Гершунського, Я. І. Груденова, В. Я. Ляудіса, Ю. І. Машбиця, В. В. Рубцова, Н. Ф. Тализіної, О. К. Тихомирова та ін.

Зміст геометричної освіти визначається навчальними програмами, які містять систематичний і ієрархічний опис знань і вмінь, які повинні засвоїти студенти в процесі вивчення аналітичної геометрії на різних рівнях навчання. Програми є своєрідною проєкцією наукового знання з області геометрії в площину засвоєння, яке має свої закономірності, які визначаються цілями і задачами навчання геометрії в школі, характером і особливостями психолого-фізіологічних можливостей школярів. Вони впливають певною мірою на методику викладання, зміст дидактичних посібників і інші компоненти навчального процесу а також передбачають узагальнення і систематизацію знань і вмінь учнів.

Систематичність в навчанні можна розглядати і як принцип, який виходить із принципу наочності, оскільки геометрія, як і кожна, наука має свою систему і послідовність інтерпретацій її змісту. Тому головною задачею для укладачів навчальних програм, підручників і навчальних посібників є необхідність подання навчального матеріалу у такому вигляді, щоб в ньому прослідковувалась певна система знань і вмінь.

Таким чином, конструювання структури змісту навчальних програм має логічні і тісно пов'язані з ними передумови. Проте критичний аналіз передумов, що лежать в основі побудови діючих програм з геометрії, свідчить про недостатність уваги, яка приділяється в них питанням узагальнення і систематизації знань і вмінь. Це створює додаткові труднощі в реалізації цілей і задач вивчення аналітичної геометрії, розробленні сучасного їх навально-методичного забезпечення. Під час розв'язування цих задач ми в дослідженні спиралися на досягнення психолого-педагогічної науки і шкільної практики.

Це, перш за все, на теоретичні дослідження психологів Н. З. Богозова, Д. М. Богоявленського, Дж. Брунера, Л. С. Виготського, П. Я. Гальперіна, В. В. Давидова, Г. С. Костюка, З. І. Калмикової, Є. М. Кабанової-Меллер, Н. І. Кондакова, В. А. Крутецького, Н. О. Менчинської, С. Л. Рубінштейна, Л. М. Фрідмана і інш.; дидактів А. М. Алексюка, Ю. К. Бабанського, М. О. Данилова, Л. В. Занкова, Л. Я. Зоріної, В. В. Краєвського, І. Я. Лернера, М. М. Скаткіна та

ін.; методистів М. І. Бурди, О. С. Дубинчук, З. І. Слєпкань, Г. М. Литвиненка, М. І. Жалдака, І. Ф. Тєслєнка, В. В. Фірсєва, М. І. Шкіля, Л. Я. Федченко, А. О. Розуменко, Л. В. Виноградової та ін.

Можливості використання засобів НІТН у навчальному процесі вивчаються у працях М. І. Жалдака, С. А. Ракова, Ю. С. Рамського, Н. В. Морзе, В. А. Пєнькова, Ю. В. Горошка, В. І. Клєчка, В. Т. Зайцевої, Є. М. Смірної, О. Б. Жильцова.

В ієрархії вимог до якості знань їх системність займає одне із провідних місць і широко представлена в дослідженнях психологів, дидактів і методистів.

Як свідчать матеріали багатьох досліджень удосконалення змісту і процесу навчання дадуть безпосередній вихід на необхідність: по-перше, формування в свідомості студентів системного підходу як узагальненого прийому пізнавальної діяльності і принципу діалектики; по-друге, забезпечення системи знань як відображення сукупності навчального матеріалу і способів діяльності учнів.

РОЗДІЛ 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ ОСНОВИ ЗНАТЬ ТА ВМІНЬ З АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

У першому розділі «Психолого-педагогічні основи знань з геометрії» проаналізовано поняття: узагальнення, систематизація, система прийомів розумової діяльності, формування умінь, навчально-пізнавальна діяльність; розглянуто різні педагогічні концепції (розвивальне, проблемне, формуюче, особистісно-зорієнтоване навчання) з точки зору можливостей узагальнення та систематизації знань та вмінь студентів на їх основі; наведено тест діагностики структури інтелекту, проведено аналіз стосовно доцільності його використання для визначення рівня розвитку інтелектуальних здібностей студентів; визначено структуру та рівні узагальнюючого повторення; з'ясовано зміст, форми і правила-орієнтири прийомів розумової діяльності; виділено програмні засоби динамічної геометрії, які можуть бути використані як засоби активізації процесу узагальнення та систематизації знань з аналітичної геометрії.

В результаті аналізу численних наукових, науково-методичних та психолого-педагогічних джерел було виявлено, що у педагогічній науці немає єдиного підходу до означення понять «узагальнення» та «систематизація».

З урахуванням завдань дослідження за основу було обрано означення поняття прийому розумової діяльності, зокрема узагальнення та систематизації, як способу дії, який має два компоненти: знання того, як треба діяти при розв'язуванні задачі, і вміння користуватися цим знанням, тобто володіння способом.

Одним з головних моментів онтогенетичного розвитку узагальнення є перехід за схемою «сприйняття-представлення-поняття». Кожний з її етапів у принципі відповідає визначеному віку і має якісну своєрідність. Разом з тим, узагальнення, що виконується на всіх етапах, має визначені подібні риси.

Зазначена схема має ще і функціональне значення – нові узагальнення формуються на основі даних, що сприймаються, чи відповідних їм представлень. При цьому основні умови формування узагальнень, які лежать в основі понять, тут однакові.

Тому правомірним є висновок про те, що різні рівні мислення (наочне і абстрактне) визначаються типами узагальнення (емпіричне і теоретичне) пізнавального матеріалу.

Результати аналізу різних підходів дали підстави зробити висновок, що узагальнення та систематизація знань з геометрії відбувається ефективніше за умов: широкого використання в навчанні динамічної наочності, на основі якої в студентів формуються динамічні узагаль-

нені образи досліджуваних об'єктів і явищ; збільшення пізнавальних можливостей уроку за рахунок розширення кола навчальних задач та зменшення обчислювальних операцій, виконуваних студентами; підвищення самостійності студентів, надання їх навчальній діяльності дослідницького характеру.

В процесі дослідження проводилася діагностика розумових здібностей студентів (здатність до абстрагування, здатність виносити судження і робити висновки, здатність до узагальнення, математичні здібності, комбінаторне мислення, рівень розвитку просторової уяви, здатність запам'ятовувати та відтворювати наочно образну інформацію); визначалися зміст, засоби, прийоми і форми організації узагальнення і систематизації знань і способів діяльності студентів.

Дослідження показали, що приблизно 10–13 % студентів у кожній групі мають зверхвисокий рівень розвитку інтелекту, 15–20 % - мають високий рівень, 30–32 % – середній, 20–25 % – мають низький рівень, 7–10 % – зверхнизький.

Встановлено, що особливої уваги, стосовно формування, потребували уміння виконувати такі інтелектуальні операції як узагальнення, аналогію та класифікацію понять, виділяти істотні ознаки.

В процесі дослідження було визначено: шляхи формування узагальнених та систематизованих знань, вмін та навичок студентів на основі використання НІТ (нові інформаційні технології); можливості та шляхи реалізації основних положень теорії розвиваючого навчання, діяльній теорії та теорії поетапного формування розумових дій при вивченні основних методів розв'язування найважливіших типів задач, формуванні змістових ліній курсу геометрії; можливості підвищення інтенсивності самостійної роботи, розширення спектру способів організації навчальної діяльності в умовах використання НІТ; технічну базу, організаційні форми і методи навчання геометрії.

У ході дослідження було встановлено, що наявний рівень сформованості розумових дій і прийомів розумової діяльності студентів є недостатнім для успішного засвоєння навчального матеріалу з геометрії. Запорукою підвищення якості засвоєння навчального матеріалу з геометрії, розвитку творчого мислення та формування навичок самостійної, дослідницької діяльності студентів є цілеспрямована робота викладача щодо формування прийомів розумової діяльності студентів з використанням дидактичних можливостей нових інформаційно-комунікаційних технологій та систем комп'ютерної математики.

Під час дослідження було виявлено найважливіші фактори формування прийомів розумової діяльності студентів, ефективність яких може бути підсилена шляхом використання в навчанні моделювальних можливостей комп'ютера: підвищення наочності навчання; розширення

кола задач, вправ і практичних робіт в процесі навчання геометрії на основі НІТ; надання навчальній діяльності самостійного, дослідницького характеру; впровадження активних методів навчання; опанування сучасними методами наукового пізнання, пов'язаними із використанням комп'ютера.

З метою розробки окремих компонентів комп'ютерно-орієнтованої методики узагальнення та систематизації знань з геометрії було визначено, які типи комп'ютерних програмних засобів доцільно використовувати для формування системних знань. Як виявилось в результаті дослідження, відповідають вимогам програмні засоби типу – GRAN 1, DERIVE, Maple, MathCad і т. д.

Під час роботи з програмними засобами діяльність студентів можна поділити на два типи: використання готових моделей, як чуттєвої наочної опори у розв'язуванні задач, та самостійне створення моделей задач.

В процесі розв'язування задач за допомогою моделювального програмного засобу об'єктом аналізу студента стають його дії щодо розв'язування задачі. Він в наочній формі отримує результати своїх дій щодо змодельованих об'єктів.

Комп'ютерна підтримка навчально-пізнавальної діяльності студентів в процесі навчання геометрії дозволяє економити навчальний час за рахунок виключення складних обчислювальних операцій, озброює їх ефективними наочними методами розв'язування широкого класу геометричних задач.

В результаті аналізу психолого-педагогічної літератури та власних досліджень встановлено, що ефективними формами організації узагальнення та систематизації знань та вмінь у навчанні геометрії є різні види дослідницької роботи студентів з використанням програмних засобів GRAN-1, Maple, зокрема, створення та дослідження моделей геометричних об'єктів, а також складання геометричних задач.

Під час здійснення такої діяльності було відмічено підвищення пізнавальної активності студентів, їх самостійності.

1.1. Узагальнення та систематизація як психолого-педагогічна проблема

Абстрактний характер вищої математики як навчального предмета, дедуктивний спосіб викладання матеріалу обумовлює специфіку мислення, яке називається математичним.

На думку Д. Пойа [49], математичне мислення не є чисто «формальним», його змістом служать не тільки аксіоми, означення і строгі доведення, але і багато чого іншого: узагальнення закономірностей,

помічених в окремих випадках, індуктивні доведення, доведення за аналогією.

А. І. Маркушевич [46], говорячи про математичний розвиток особистості, перераховує основні навички математичної діяльності: розвиток кількісних і просторових представлень, уміння виділяти сутність питання, тобто уміння абстрагувати, переходити від конкретної постановки питання до схеми, узагальнювати отримані висновки і ставити нові питання, а також точність, стислість і ясність словесного вираження думки. Але найбільш повно, на наш погляд, властивості й особливості математичного мислення розкриті В. А. Крутецьким [31] в результаті дослідження математичних здібностей особистості. Вони проявляються, зокрема, у здібностях до формального сприйняття матеріалу, усвідомлення формальної структури задачі, до логічного мислення в сфері кількісних і просторових відношень, числової і знакової символіки; у здатності до швидкого і широкого узагальнення математичних об'єктів, відношень і дій, до згортання процесу математичного міркування, у здатності мислити згорнутими структурами.

В психології розглядають два основні види мислення — емпіричне і теоретичне. *Емпіричне*, чи наочне мислення має своєю кінцевою метою впізнання і класифікацію предметів за їх зовнішніми ознаками. Психологічний аналіз цього виду мислення зводиться в основному до виділення деяких розумових процесів (прийомів): абстракції й *узагальнення*, порівняння і класифікації. *Теоретичне* мислення — це наперед аналіз і синтез, а потім абстракція й узагальнення, що є похідними від них.

Застосування того чи іншого рівня мислення студентів залежить від багатьох факторів, зокрема, від методики навчання.

Відзначимо також, що мислення студентів, здібних до математики, відрізняється схильністю до засвоєння теоретичних знань, наукових понять і закономірностей, до виділення істотного, до теоретичних побудов і узагальнень. Мислення таких студентів в основному теоретичне, хоча емпіричний рівень не відкидається, а перетворюється, удосконалюється, ніби піднімається на вищий рівень.

У процесі формування мислення студентів слід враховувати змістову та мотиваційну сторони. Змістовний аспект навчання полягає в формуванні системи наукових понять, але навряд чи можливо забезпечити високий рівень розвитку мислення учня без формування основних прийомів розумової діяльності, які обумовлюють операційний компонент мислення.

Особливістю розумової діяльності здібних до засвоєння математики учнів є володіння ними цілим комплексом прийомів роботи з навчальним матеріалом.

Розглянуті вище властивості мислення здібних до засвоєння математики студентів стали орієнтирами в нашій роботі з організації розумової діяльності студентів.

В значній мірі ефективність навчання залежить від мислення студента та рівня сформованості прийомів його розумових дій, зокрема узагальнення та систематизації. Ця думка підтверджується дослідженнями психологів – С. Л. Рубінштейна [50], Л. С. Виготського [10], А. Н. Леонтьєва [34, 35], П. Я. Гальперіна [11], О. М. Кабанової-Меллер[27], Н. Ф. Талізної[54], Ю. К. Бабанського [3, 4], педагогів – Л. В. Занкового [23], В. М. Осинської [45], В. Ф. Паламарчук [46].

Під *прийомом розумової діяльності* розуміється спосіб дії, який має два компоненти: знання того, як треба діяти при розв'язуванні задачі, і вміння користуватися цим знанням, тобто володіння способом [27]. Іншими словами, прийом розумової діяльності – це сукупність логічних операцій, що спрямовані на розв'язування задач певного класу. Поки що не розроблено чіткої класифікації прийомів розумової діяльності.

В. Ф. Паламарчук [46], наприклад, виділяє таку систему прийомів розумової діяльності:

- 1) означення, пояснення понять;
- 2) порівняння;
- 3) *узагальнення та систематизація*;
- 4) конкретизація;
- 5) доведення та спростування.

Ієрархія основних прийомів визначається закономірностями розумової діяльності кожного рівня мислення. Основним стрижнем, навколо якого групуються і якому підпорядковані розумові прийоми, є прийом *узагальнення*: емпіричного і теоретичного. Наприклад, ознаки і властивості об'єктів, виділені шляхом абстракції, узагальнюються.

У своїх дослідженнях В. М. Осинська [45] окремо виділяє дві групи прийомів розумової діяльності – це прийоми алгоритмічного типу та евристичного. До першої групи відносяться прийоми, які повністю відповідають законам формальної логіки, наприклад, алгоритми розв'язування типових задач, правило конструювання визначення поняття за допомогою родо-видових відмінностей, правило-орієнтир класифікації.

Евристичні прийоми стимулюють пошук розв'язків нових проблем, розвивають творчу діяльність та наочно-образне мислення. До цієї групи відносяться такі прийоми: визначення основної думки, *узагальнення*, порівняння, конкретизація, абстрагування, різні види аналізу, аналогія, прийоми кодування. Спеціальні дослідження дидактив

показали, що лише найбільш розвинені студенти використовують евристичні прийоми в процесі розв'язування задач [43]

Одні прийоми обслуговують *аналітичну* діяльність і носять алгоритмічний і напівалгоритмічний характер. Інші — *евристичну* і задаються у вигляді загальних схем і орієнтирів, наприклад загальна схема розв'язування задач за Д. Пойа [49].

Для активного засвоєння, наприклад, теми «*Взаємне розміщення прямої і площини. Ознака паралельності прямої і площини*» необхідні такі розумові прийоми:

актуалізація наявних знань, близьких до цієї теми (про взаємне розміщення прямої і площини);

пригадування різних варіантів взаємного розміщення прямої і площини, істотних ознак кожного положення (застосування методу повної індукції);

вичленювання (абстракція, узагальнення) основної ознаки, за якою встановлюються можливі із відношень прямої і площини;

класифікація відношень. Знання сутності доведення «методом від супротивного», уміння скласти необхідний мінімальний набір посилок для одержання висновку (змістовне узагальнення);

уміння скористатися отриманим проміжним висновком як новою посилкою: розуміння того, що «ланцюг» міркувань може розгалужуватися, уміння проводити логічні міркування за кожним напрямком до кінця;

уміння виділяти ідею доведення (узагальнення), застосовувати її для синтезу на новому рівні (з'ясування схеми доведення, його логічних зв'язків);

розуміння причин отриманих протиріч і достатніх основ для висновку теореми;

уміння скласти обернену теорему;

знання того, що в матеріалі необхідно завчати напам'ять, що тільки глибоко розуміти, а що не вимагає запам'ятовування.

Крім того, в процесі розв'язування задач з даної теми студенти засвоюють чи закріплюють прийом заміни понять їхніми означеннями з усвідомленням мети (одержання додаткової інформації і деякої «підказки» у напрямку думки). Разом з аналізом цей прийом полегшує пошуки знань, необхідних для розв'язування задачі.

Багато понять знаходяться у певних зв'язках і відношеннях. Наприклад, емпіричне узагальнення припускає попереднє порівняння, а теоретичне — аналіз і змістовну абстракцію. Поняття «істотні ознаки» і «несуттєві», як правило, застосовуються в операційній діяльності в єдності.

Порівняння як найпростіший прийом емпіричного мислення відносять і до розумових, і до навчальних прийомів. При цьому розрізняють такі види порівняння на заняттях: порівняння реальних предметів за одною ознакою; порівняння однорідних предметів за декількома ознаками; порівняння різних етапів у розвитку одного явища; порівняння відношень і зв'язків.

Порівняння як прийом навчального пізнання відіграє важливу роль при осмисленні інформації, коли слід порівняти новий матеріал з вже відомим. Порівняння на етапі розуміння, осмислення знань допомагає встановленню зв'язків теорії з практикою. *Порівняння* – це розумова операція, шляхом якої встановлюються риси схожості і відмінності між певними предметами або явищами. Пізнання будь-якого предмету і явища починається з того, що ми відрізняємо його від інших предметів і встановлюємо схожість із спорідненими предметами. При цьому виявляються дві основні форми, в яких здійснюється порівняння: зіставлення і протиставлення [45].

Завдяки застосуванню порівняння активізується розумова діяльність студентів на етапі засвоєння знань, полегшується відтворення і систематизація знань. Прийом порівняння виражається за допомогою правила-орієнтира, що містить таку послідовність дій: визначити мету порівняння; виділити різні ознаки об'єктів; визначити можливі лінії порівняння відповідно до поставленої мети і виявлених ознак; встановити загальні ознаки; встановити відмінність об'єктів, які порівнюються; сформулювати висновки про подібність і відмінність даних об'єктів відповідно до поставленої мети [45].

При ознайомленні студентів з прийомом порівняння слід познайомити їх з логіко-дидактичними вимогами до об'єктів, які потрібно порівняти: порівняти можна тільки однорідні об'єкти; спільне в об'єктах можна встановлювати тоді, коли об'єкти чимось відрізняються, а встановлювати відмінності між об'єктами можна тільки при наявності певної схожості; прості факти, об'єкти порівнювати легше, ніж ознаки, якості, процеси, або категорії, тому ускладнювати об'єкти порівняння слід поступово [46].

Прийом порівняння, як показує практика і відзначають психологи, часто формується в студентів стихійно, без спрямованих дій викладача. Тому багато студентів не усвідомлюють суті прийому порівняння. На наш погляд, методика навчання, яка базується на сучасних логіко-дидактичних вимогах до формування прийомів розумових дій, та обґрунтоване використання ІКТ дозволять швидше і на більш високому рівні формувати в студентів прийом порівняння.

Порівняння розрізняють за ступенем повноти: часткові і повні; за способом здійснення: послідовні, паралельні, віддалені. Окремо виділяють комплексні порівняння [46].

Повне порівняння ефективне при узагальненні та систематизації знань. Тому викладачам при вивченні геометрії необхідно широко використовувати цей прийом для формування в студентів системи наукових понять та основ теоретичного мислення.

При організації самостійної роботи студентів з вивчення нового матеріалу, доцільно пропонувати завдання на використання *послідовного порівняння*. Такі завдання ефективно виконуються за допомогою комп'ютера. При послідовному порівнянні новий об'єкт порівнюється з раніше вивченим об'єктом. Це сприяє встановленню більш глибоких зв'язків між вивченим і новим матеріалом, дозволяє ефективніше засвоїти матеріал.

Паралельні порівняння використовують при одночасному вивченні взаємозв'язаних понять, задач, коли виклад матеріалу йде великими блоками. Використовуючи програми GRAN1, GRAN 2D та GRAN 3D, викладач не тільки має змогу продемонструвати різні способи розв'язування задач, але й провести паралельне порівняння графічного та аналітичного способів розв'язування. Виконання таких завдань формує вміння аналізувати, порівнювати, запобігає появі деяких типових помилок.

При *віддалених* порівняннях порівнюються об'єкти, які вивчались на різних уроках, віддалених певним часом.

Інтерес до прийому порівняння виникає в студентів внаслідок того, що вони починають усвідомлювати роль цього прийому для успішного засвоєння знань. Порівняння пов'язано зі всіма основними прийомами розумової діяльності, але особливо тісно з виділенням головного і узагальненням. Якщо студенти оволоділи вмінням виділяти головне, прийом порівняння формується значно швидше і на більш високому рівні. Будь-яке порівняння повинно закінчуватися узагальненням, тобто деяким доповненням нових знань до наявних.

Прийом порівняння лежить в основі емпіричних узагальнень.

У процесі навчання від узагальнення практично невіддільний прийом *абстрагування*. В емпіричному мисленні йому передують порівняння й елементарний аналіз. Цей прийом виражається за допомогою такого правила-орієнтира: визначити мету абстрагування; визначити різні властивості об'єктів дослідження; виділити ті властивості, що повинні бути абстраговані в зв'язку з поставленою метою; виділити ті властивості, від яких потрібно абстрагуватися відповідно до поставленої мети; знайти абстрактні властивості в інших предметах; сформулювати назву абстрактних властивостей математичною мовою.

Завершує ієрархію основних прийомів емпіричного мислення *класифікація* – віднесення одиничних об'єктів чи явищ до відповідного роду чи класу.

Процес теоретичного мислення відбувається за схемою «*Синтез1-аналіз-синтез-2*». Нове завжди виникає як ціле, яке потім формує свої частини, розвертаючись у систему.

Наприклад, досліджуваний математичний текст сприймається спочатку цілком, без розмежування в ньому окремих частин, головного і другорядного, точно так само спочатку сприймається доведення теореми й ін. Подальше пізнання об'єкта здійснюється за допомогою аналізу — найелементарнішої операції теоретичного мислення. *Аналіз* полягає в розчленуванні залежностей, які перекривають одна одну, у виявленні «внутрішніх» істотних властивостей речей в їхньому закономірному взаємозв'язку. Аналіз не просто розчленує ціле на частини, він завжди цілеспрямований на виявлення «внутрішніх» істотних зв'язків і відношень у речах. За допомогою «синтезу-2» здійснюється зворотний перехід від абстрактних положень до уявного відновлення явища — до конкретного.

В розумовому процесі, аналіз не можна практично відірвати від *абстракції, узагальнення*. Студент вже мислить первісними абстракціями. У процесі аналізу створюються нові абстракції узагальнення. За своєю темою знову сприймається як ціле. Це — «синтез-2», він якісно відмінний від «синтезу-1». У «синтезі-2» утримується не тільки предмет як ціле, але і розкриті істотні зв'язки і відношення. Рух думки від «синтезу-1» до «синтезу-2» через аналіз здійснюється за законом заперечення. У «синтезі-2» вже відкинута несуттєва й утримане тільки головне. *Елементарний аналіз* як розчленування на частини — найпоширеніший в навчальному процесі і використовується звичайно разом з *порівнянням*. Від нього варто відрізнити *аналіз через синтез*. Прийом *аналізу через синтез* є основним шляхом до відкриття способу розв'язування. Суть його, на відміну від елементарного аналізу, полягає не в розчленуванні задачі чи матеріалу на частини і пізнанні цих частин, а у включенні, що містяться в умові задачі, основних і виведених з них проміжних даних в усе нові і нові зв'язки. Предмет повертається новою стороною, у ньому виявляються не виділені раніше властивості, відношення, розкриваються нові можливості їхнього використання для досягнення мети [45].

Прийом *аналізу через синтез* не можна виразити за допомогою правила-орієнтира. І взагалі всі прийоми теоретичного мислення відносяться до евристичної розумової діяльності, тому їх не можна виразити алгоритмом чи правилом-орієнтиром. З цим і пов'язані труднощі їхнього формування.

Аналіз призводить до абстракцій і теоретичного узагальнення. Абстракції, що відповідають емпіричному і теоретичному мисленню, відрізняються в такий спосіб. В теоретичній абстракції відбитий зміст, а в емпіричній – тільки те, що лежить на поверхні. В емпіричній абстракції відбита відповідь на питання «що?», а в теоретичній — на питання «чому?».

Сходження від абстрактного до конкретного — основний спосіб теоретичного мислення. Зміст його полягає в тому, що спочатку засвоюється загальне, абстрактне, після чого здійснюється перехід від нього до реального, конкретного. Так, при обчисленні величини кута між двома прямими первісними абстракціями є поняття системи координат, кутового коефіцієнта, кута між прямою і координатною віссю. Їх зміст і роль розкривається через систему їхніх реальних, внутрішніх зв'язків, у конкретному висновку, формулах об'єму конуса, кулі й ін.

В розумовій діяльності студентів при засвоєнні знань роль таких абстракцій виконують, зокрема, загальні принципи, прийоми, орієнтири, алгоритми, ідеї, схеми, методи. Ці абстракції служать початком в русі до конкретного — задач, теорем. Таким чином, якщо немає таких абстракцій, немає і сходження від абстрактного до конкретного, а виходить, немає теоретичного мислення в повному його змісті. Процес *сходження від абстрактного до конкретного і зведення конкретного до абстрактного* знаходяться в єдності, але основним є сходження, що виражає природу теоретичного мислення. Тому розвиток теоретичного мислення студентів означає оволодіння цими двома процесами з перевагою руху від абстрактного до конкретного. Для полегшення сходження від абстрактного до конкретного рекомендується мати загальний план цілого в його основних, головних розчленуваннях [16]. Роль таких планів в процесі навчання аналітичної геометрії виконують орієнтири, алгоритми, схеми міркування і т. д. Наприклад, нехай теорема доводиться методом від супротивного. Студент буде не бачити головного напрямку міркувань, якщо ним не усвідомлена чітко суть цього методу. Якщо ж він у процесі доведення тримає в голові «образ методу», його схему, для нього осмисленим стає кожен «крок» доведення.

В залежності від індивідуальних особливостей студентів, від їх підготовленості та складності матеріалу прийоми розумової діяльності, зокрема узагальнення та систематизація, повинні формуватися через спеціальну систему вправ. Методиці формування прийомів розумових дій приділяли увагу О. М. Кабанова-Меллер [27], Н. Ф. Тализіна [54], В. М. Осинська [44, 45]. Студентів слід знайомити зі структурним складом прийомів розумової діяльності, але не задавати жорстко структури певної операційної діяльності.

Отже, можна виділити найважливіші фактори формування прийомів розумової діяльності студентів, ефективність яких може бути підсилена шляхом використання в навчанні моделюючих можливостей комп'ютера (рис.1.1).

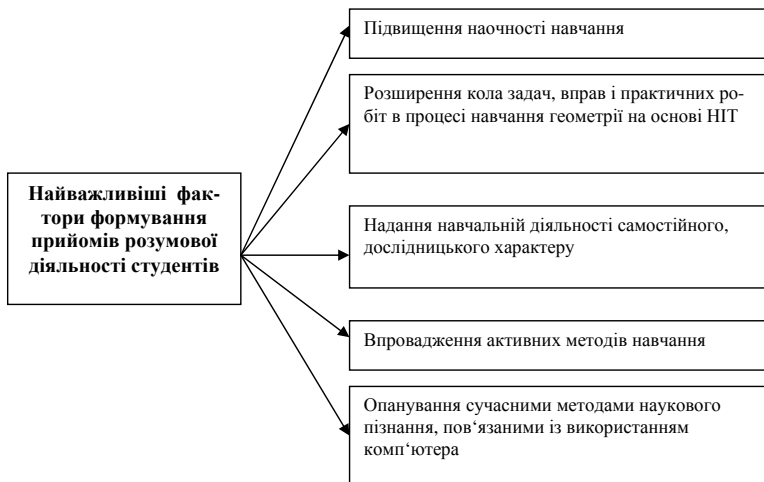


Рис. 1.1

В психолого-педагогічній літературі термін «узагальнення» трактується по-різному. Узагальнення – це і результат, і процес, і метод і розумовий прийом [57].

Можна виділити дві основні групи явищ з якими звичайно пов'язується термін узагальнення. Під процесом узагальнення розуміється перехід від описання властивостей окремого предмета до їх знаходження і виділення в цілому класі подібних предметів. При цьому знаходяться і виділяються деякі стійкі властивості предметів, які повторюються. Важливу роль ці розумові дії відіграють у процесі оволодіння геометрією, оскільки абстракція й узагальнення складають її сутність, а математичне мислення власне кажучи є найвищою мірою абстрактне й узагальнене мислення.

В більшості студентів узагальнення повинно відбуватися на основі уявного і системного аналізу відношень зв'язків об'єктів. Воно також відштовхується від сприйняття та представлень, але пов'язане з виділенням і позначенням внутрішніх якостей цих об'єктів, орієнтація на які може відбуватися при мінімумі чи повній відсутності наочних компонентів. Таке узагальнення має належну повноту і точність. Воно використовується для пояснення різноманітних часткових проявів тих

внутрішніх якостей і відношень, що у ньому відбиті: це теоретичне узагальнення, що відповідає рівню наукового мислення. Воно протистоїть наочно-образному мисленню.

Одним з головних моментів онтогенетичного розвитку узагальнення є перехід за схемою «сприйняття – представлення – поняття». Кожний з її етапів у принципі відповідає визначеному віку і має якісну своєрідність. Разом з тим, узагальнення, що виконується на всіх етапах, має визначені подібні риси.

Дана схема має ще і функціональне значення – нові узагальнення формуються на основі даних, що сприймаються, чи відповідних їм представлень. При цьому основні умови формування узагальнень, які лежать в основі понять, тут однакові.

Узагальнення, на думку О. Б. Эльконіна [20] і В. В. Давидова [14] є складовою навчальної діяльності.

Поняття «узагальнення» має дві форми вираження. Перша з них – підсумкова, тобто заключна. Вона ж нерідко передуює і доведенню нових теорем, коли повідомляється те основне з попереднього курсу, що буде необхідним для майбутнього доведення.

Друга форма – узагальнення як деякий процес – знаходить застосування на багатьох заняттях з аналітичної геометрії.

Щоб охарактеризувати їхню загальну спрямованість, нагадаємо основні способи (види) узагальнень, які характерні для процесу навчання аналітичної геометрії.

1. Узагальнення за допомогою переходу від конкретних висловлень до пропозицій, що містять змінні. (Введення поняття многокутника, многогранника, рівняння й ін. після розгляду окремих прикладів).
2. Узагальнення за допомогою введення нових понять, правил, операцій, законів. (Введення понять конгруентності, рівновеликості, подібності фігур, поняття симетрії й ін.)
3. Узагальнення за допомогою аналізу змісту деяких висловлювань, що виникають у ході розвитку науки. (В геометрії – введення поняття кута між прямими, які перетинаються, між прямою і площиною, поняття двогранного кута, багатогранного кута й ін.)
4. Узагальнення як перенесення закономірностей, дійсних для однієї області, на нові предметні області. (Величини і числа, алгебраїзація геометрії й ін.)
5. Узагальнення за допомогою індукції, тобто перехід від суджень, теорій, що мають часткове значення, до загальних закономірностей. (Усі розглянуті в просторі фігури, які є симетри-

чними, мають або нескінченну, або скінчену непарну кількість осей симетрії й ін.)

6. Узагальнення за допомогою об'єднання двох чи декількох закономірностей в одну більш загальну закономірність. (Поняття про геометричні перетворення, композицію і ін.)

На різних етапах пізнання єдність аналізу і синтезу набуває якисно різні форми, що у свою чергу пов'язано з різними шляхами узагальнення.

В дослідженнях С. Л. Рубінштейна [50] і В. В. Давидова [15, 16] розглядається узагальнення, що відповідає емпіричному і теоретичному рівням мислення. Зокрема, С. Л. Рубінштейн [50] виділив три шляхи узагальнення. «Перший шлях – елементарне емпіричне порівняння за допомогою виділення тих загальних властивостей, які є спільними для порівнюваних явищ. Узагальнення, до якого приходять таким чином, залишається в межах емпіричних констатацій. Другий шлях – це узагальнення через аналогію і абстракцію. Це узагальнення, до якого піднімається теоретичне мислення в результаті розкриття закономірних, необхідних зв'язків явищ». Третій шлях узагальнення, - пише С. Л. Рубінштейн, - полягає в самому процесі виведення чи дедукції [50]. Тому правомірним є висновок про те, що різні рівні мислення визначаються типами узагальнення пізнавального матеріалу. «Можна, – пише С. Л. Рубінштейн, – розрізняти різні рівні мислення в залежності від того, наскільки високий рівень їх узагальнень, наскільки глибоко разом з тим воно переходить від явища до сутності. Такими різними рівнями мислення є наочне мислення в його елементарних формах і мислення абстрактне, теоретичне» [50].

Розрізняють два види узагальнення (рис.1.2): *емпіричне*, яке характерне для студентів, що мають середні здібності, та *теоретичне*, яке властиве для більш здібних студентів.

Емпіричне узагальнення містить порівняння зовнішніх, безпосередньо даних ознак з метою виділення загальної ознаки. Відбувається таке узагальнення формально-логічним способом підведення конкретного поняття під більш широке родове поняття. Традиційна методика навчання студентів розв'язувати задачі базується на використанні емпіричного узагальнення. Як свідчать дослідження психологів та методистів, такий шлях оволодіння вміннями для багатьох студентів мало ефективний. Недоліки емпіричних узагальнень полягають у тому, що при такому процесі обмежуються вивчення окремих явищ. Не розкриваються глибокі зв'язки між ними, зменшується роль логічного аналізу, все це стримує розвиток теоретичного мислення учнів [47].

Методика формування емпіричного узагальнення, зміст якого полягає в порівнянні зовнішніх, безпосередньо даних ознак з метою виділення загальної ознаки, розроблена досить глибоко в психолого-педагогічній науці. Тому необхідною умовою такого узагальнення є виведення загального на основі аналізу достатньої кількості типових конкретних фактів, варіації конкретного матеріалу, виділення істотних ознак. Трохи іншої точки зору дотримується Н. Ф. Талізін. Вона стверджує, що робота з неістотними ознаками – не ошадливе заняття,

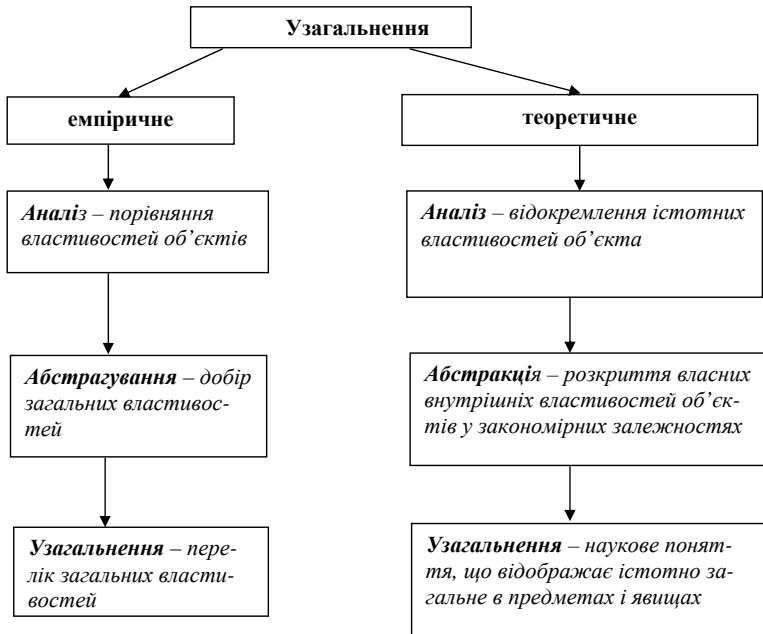


Рис. 1.2

оскільки їх все рівно не вичерпати. Можна відразу ж формувати безпомилкові поняття, якщо учити дітей способам орієнтування істотними ознаками, тому що істотні ознаки варіюють серед несуттєвих [54].

Емпіричне узагальнення здійснюється формально-логічним шляхом. Схема такого узагальнення є приблизно такою: порівняння властивостей об'єктів (аналіз) – добір загальних властивостей (абстрагування) – перелік загальних властивостей (узагальнення).

Прийом такого узагальнення виражається наступним правилом орієнтиром: визначити мету узагальнення; знайти різні ознаки об'єктів, що узагальнюються; вказати загальні ознаки об'єктів, що узагальнюються, відповідно до поставленої цілі; сформулювати висновок.

В. В. Давидов [14], відзначаючи принципову здатність цієї емпіричної схеми узагальнення, вважає, що вона не дає засобів для виділення саме істотних особливостей самого предмета, всебічних внутрішніх зв'язків. Тому вона не придатна для утворення наукових понять. Протиставлення в ній «подібного» і «різного», «загального» і «частинного», без вказівки їхнього зв'язку всередині предмета приводить до неможливості виразити сутність об'єкта. Такий шлях узагальнення описаний в багатьох роботах психологів Н. А. Менчинської [40], Е. Н. Кабанової-Меллер [27], З. І. Калмикової [28] і ін.

В залежності від ходу думки «від часткового до загального» чи «від загального до часткового» розрізняють індуктивні і дедуктивні емпіричні узагальнення.

Індуктивні узагальнення припускають таку послідовність розумових операцій: аналіз і порівняння – абстрагування – узагальнення, тобто реалізується перехід від одиничного через особливе до загального. Такому узагальненню передують операції порівняння, елементарного аналізу й абстрагування. Прийом узагальнення даного класу складається з таких операцій: визначення мети узагальнення; встановлення ознак узагальнення предметів; відділення загальних істотних ознак цих об'єктів відповідно до поставленої мети; формулювання висновку.

Правило-орієнтир індуктивних узагальнень містить такі дії:

- 1) визнач мету узагальнення;
- 2) розглянь конкретні приклади, порівняй їх, знайди загальне;
- 3) зроби висновок;
- 4) візьми ще один-два аналогічних приклади і перевір, чи відповідають вони отриманому висновку.

На практиці студенти часто не можуть обґрунтувати, що саме є істотним-загальним (загальною властивістю могла виявитися, наприклад, однакова кількість вершин). Тому вчитель спеціально повинен підбирати приклади, що допомагають студентам виділити в досліджуваних об'єктах істотно загальне. Щоб навчити розрізняти істотне і несуттєве при формуванні понять, засвоєнні закономірностей за допомогою індуктивних узагальнень, психологи рекомендують звертати їхню увагу на несуттєве. Тут велику роль грають різні види абстракції: ізолююча, яка підкреслює і яка протиставляє. При формуванні узагальнень часто користуються *ізолюючою* абстракцією: абстрагу-

ють загальні властивості і не звертають уваги на несуттєві. Суть абстракції, що підкреслює, в тому, що шукаються і узагальнюються істотні загальні властивості, а несуттєві підкреслюють як фон, але не узагальнюють їх, не піднімаються до усвідомлення принципу варіацій несуттєвого. Таке відношення до несуттєвого викликає потім ряд труднощів у застосуванні знань.

Абстракція, що протиставляє, складається з двох «фаз»: називаються й узагальнюються істотні ознаки (перша фаза узагальнення), відокремлюються й узагальнюються несуттєві ознаки (друга фаза узагальнення). Такі «двофазні узагальнення» на основі абстракції, що протиставляє, досліджувала Е. Н. Кабанова-Меллер [27], і переконливо довела, що шлях «двофазного узагальнення» найбільш ефективний у навчальному процесі. Але викладачі двофазні узагальнення застосовують рідко через відсутність відповідної методики. Методична схема формування цих узагальнень містить таку послідовність дій:

- 1) порівняти задані предмети;
- 2) виділити в них загальні істотні ознаки;
- 3) сформулювати загальні ознаки у вигляді першого висновку (перша фаза);
- 4) порівняти ті ж предмети;
- 5) виділити несуттєві ознаки і визначити границі їхнього варіювання;
- 6) сформулювати висновок;
- 7) узагальнити несуттєві ознаки (друга фаза).

Таке протиставлення істотного і не істотного сприяє тому, що студент вчиться розрізняти їх, переносити узагальнені знання на конкретний матеріал.

Індуктивні узагальнення доцільно застосовувати на заняттях в евристичній діяльності студентів при підведенні їх до проблем, висування гіпотез, формування понять, «відкриття» різних правил, формул.

Перехід «від загального до окремого» застосовується в узагальненні, коли воно включене в систему дії класифікації. Прийом такого *дедуктивного* узагальнення здійснюється в такій послідовності: визначення мети узагальнення; формулювання означення поняття і виділення загальної істотної ознаки; перевірка наявності ознаки в кожному з розглянутих предметів; зіставлення і порівняння предметів за цією ознакою; відділення предметів, які мають ці ознаки; формулювання висновку.

Якщо в індуктивних узагальненнях загальна ознака невідома, її шукають, то в дедуктивних – її знають заздалегідь і потрібно розпі-

знати цю ознаку в запропонованих об'єктах. Психологи називають такі задачі задачами на підведення під поняття чи на розпізнавання.

Багато послідовників вважають, що емпіричне узагальнення не розкриває цілком сутності об'єкта, воно лише відбиває зовні подібне в речах. Емпірична характеристика узагальнення, як вважає В. Ф. Паламарчук [42], є однією з основних перешкод повноцінного засвоєння школярами навчального матеріалу. Зокрема, в геометрії це пов'язано з невмінням студента абстрагуватись від конкретного змісту задачі, формули і математичного символу. Вихід з такого становища психологи бачать у перебудові пізнання на основі посилення ролі теоретичного узагальнення.

Теоретичне узагальнення на відміну від емпіричного здійснюється на основі аналізу і синтезу, і руху від абстракції до конкретизації.

Теоретичне узагальнення ефективне для розвитку творчого мислення і є основою дедуктивного способу пізнання. У дослідженнях психологів та дидактів (В. В. Давидова [14], Г. І. Щукіна [59, 60]) доводиться, що дедуктивний метод пізнання є найбільш економним, більш продуктивним, тому що веде до засвоєння сутності процесів, їх закономірностей, головних ідей. Теоретичне узагальнення – це складний та тривалий процес, який використовується для формування найбільш важливих понять.

Воно відбиває внутрішні істотні відносини і зв'язки, сутність цілого, змістовні властивості предметів. Таким чином, це узагальнення фіксує зв'язок загального з окремим і виражається, насамперед, у способах розумової діяльності, потім вже в різних символічно-знакових системах [14]. Схема процесу теоретичного узагальнення в інтерпретації В. В. Давидова має такий вигляд (рис. 1.3): аналіз (відокремлення істотних властивостей об'єкта) – абстракція (розкриття власних внутрішніх властивостей об'єктів у закономірних залежностях) – узагальнення (наукове поняття, що відбиває істотно загальне в предметах і явищах [14]). Таким чином, теоретичне узагальнення полягає в сходженні від абстрактного до конкретного і здійснюється діалектичним шляхом. Відзначаючи, що процес сходження від абстрактного до конкретного (теоретичне узагальнення) і зведення конкретного до абстрактного (емпіричне узагальнення) знаходяться в єдності, В. В. Давидов підкреслює природу теоретичного мислення [14]. Тому розвиток теоретичного мислення студентів, а саме воно має домінуючу роль в навчально-пізнавальному процесі, означає оволодіння двома процесами узагальнення з перевагою руху від абстрактного до конкретного.

Необхідність засвоєння прийому теоретичного узагальнення і методика його формування при вивченні різних питань математики роз-

Наукове видання

**Ключко Віталій Іванович,
Ковальчук Майя Борисівна**

**Комп'ютерно-орієнтована методика узагальнення
і систематизації знань та вмінь
в процесі навчання студентів аналітичної геометрії**

Монографія

Редактор С. Малішевська

Оригінал-макет підготовлено М. Ковальчук

Підписано до друку 23.12.2009 р.
Формат 29,7×42¼ . Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 6,7.
Наклад 100 прим. Зам № 2009-206.

Вінницький національний технічний університет,
комп'ютерний інформаційно-видавничий центр.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-85-32
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті,
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-81-59
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.