

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

А. С. Моргун
В. О. Задорожнюк

**ГЕОТЕХНІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ЗА МГЕ
РОЗРАХУНКУ ФУНДАМЕНТІВ**

Монографія

Вінниця
ВНТУ
2019

УДК.519.635:624.044:624.15

M79

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 9 від 28.03.2019 р.)

Рецензенти:

О. А. Савицький, доктор технічних наук, професор

В. А. Огородніков, доктор технічних наук, професор

Моргун, А. С.

M79 Геотехнічне обґрунтування за МГЕ розрахунку фундаментів : монографія [Електронний ресурс] / А. С. Моргун, В. О. Задорожнюк. – Вінниця : ВНТУ, 2019. – 110 с.

ISBN 978-966-641-774-2

Монографія охоплює круг питань теорії пружності, пластичності, механіки ґрунтів, числового методу граничних елементів та прикладання їх до вирішення задач будівельної інженерної практики фундаментобудування. Матеріали монографії мають як наукове, так і прикладне значення, вона висвітлює сучасні методи розрахунку широкого кола геотехнічних задач фундаментобудування, що мають важливе значення для технічних прикладань. Монографія розрахована на науковий та інженерно-технічний персонал, який займається розрахунком будівельних конструкцій сучасними числовими методами, а також на студентів та аспірантів ВНЗ будівельних спеціальностей з метою подальшого вивчення цієї важливої області геомеханіки та числового МГЕ.

УДК 624.15+519.642

ISBN 978-966-641-774-2

© А. Моргун, В. Задорожнюк, 2019

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ	5
ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1 ОСНОВНІ РЕОЛОГІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МАТЕРІАЛІВ ПРУЖНОГО ПЛАСТИЧНОГО В'ЯЗКОГО ТІЛА.....	8
1.1 Пружне пластичне в'язке тіло. Рівняння стану	8
1.2 Пластична деформація.....	12
1.3 В'язка течія	14
1.4 Залежність об'ємної деформації від деформації формозміни в геоматеріалах. Математичні залежності	16
Розділ 2 МЕТОДИКА ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ РОЗВИТКУ ЗОН ГРАНИЧНОГО СТАНУ ҐРУНТУ З УРАХУВАННЯМ ЙОГО РЕОЛОГІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ.....	23
2.1 Робота ґрунтів в основах споруд. Фази напружено- деформованого стану (стадії деформування основ)	23
2.2 Урахування нелінійності ґрунтів.....	24
2.3 Дилатансія геоматеріалів. Способи описання поступового руйнування матеріалу.....	26
2.4 Стан питання в нормативній літературі.....	27
РОЗДІЛ 3 ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ГЕОЛОГІЧНОЇ СИТУАЦІЇ ОСНОВИ	30
3.1 Числові вхідні параметри математичних моделей	30
3.2 Стисливість ґрунту. Характеристики основних співвідношень	38
3.3 Міцність ґрунту. Дослідження ґрунтів на міцність.....	40
3.4 Зміна міцності ґрунту в процесі зсуву	42
3.5 Критерії текучості ґрунтів.....	45
РОЗДІЛ 4 ЗАГАЛЬНИЙ СТАН ПИТАННЯ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ. ВИЗНАЧАЛЬНІ СПІВВІДНОШЕННЯ	47
4.1 Поверхня навантаження	47
4.2 Основна нерівність пластичності	50
4.3 Асоційований та неасоційований закони пластичності.....	51
4.4 Основні закони пластичності.....	55

РОЗДІЛ 5 ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ ГЕОМЕХАНІКИ ЗА ЧИСЛОВИМ МГЕ	61
5.1 Запис рівнянь стану в числовому МГЕ	61
5.2. Обґрунтування можливості використання рішень Р. Міндліна для пружного півпростору для компонування матриці піддатливості (матриці впливу МГЕ)	63
5.3 Метод пружних рішень О. А. Іллюшина	67
5.4 Прикладання неасоційованого закону пластичної течії до задач геомеханіки	67
РОЗДІЛ 6 ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗА МГЕ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЇ ГЕОМЕХАНІКИ В ІНЖЕНЕРНІЙ ПРАКТИЦІ	71
6.1 Деформування плитного фундаменту	71
6.2 Оптимізація плитного фундаменту висотної будівлі за МГЕ ...	75
6.3 Числове дослідження за МГЕ несучої спроможності буронабивних фундаментів сонячних батарей	84
6.4 Розрахункові аспекти визначення несучої спроможності пального поля за МГЕ	89
6.5 Дослідження за МГЕ деформативності фундаментної плити 11-ти поверхової житлової споруди	95
6.6 Комп'ютерні технології прогнозу осідання системи «будівля–фундамент–основа»	100
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	108

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

- Г – границя досліджуваного елемента
ДБНіП – державні будівельні норми і правила
МСЕ – метод скінчених елементів
МГЕ – метод граничних елементів
НДС – напружено-деформований стан
 P_{ij}^* , u_{ij}^* – напруження та переміщення в фундаментальних розв'язках Р. Міндліна для півплощини
СЕ – скінчений елемент
ГЕ – граничний елемент
СПФ – стрічковий пальовий фундамент
 ξ – точка прикладення сили $P = 1$
х – точка нагляду
САПР – системи автоматизованого проектування

ВСТУП

В останні роки практика все частіше вимагає від інженера та дослідника в області механіки ґрунтів вміння будувати нові моделі дисперсних середовищ, розв'язувати задачі про їх поведінку під навантаженням. В зв'язку з цим стає все більш важливим глибоке розуміння особливостей, властивостей дисперсних середовищ (ґрунтових основ фундаментів споруд), а також основного змісту основних концепцій і законів нелінійної механіки ґрунтів та числового МГЕ.

Всім тілам на нашій планеті властива маса. Невидимий конфлікт між *силами гравітації* та конструкцією, що має масу, приводить до того, що внутрішні сили пробують розірвати зв'язки в конструкції, зруйнувати матеріал з якого вона виконана. І лише хороший конструктор (інженер-проектувальник) може вірно «дозувати» кількість, форму та структуру матеріалу, щоб споруда в кінцевому рахунку стала переможцем із зіткнення з силами природи. В зв'язку із збільшенням технічних можливостей впливу людини на оточуюче середовище, в останні роки отримала особливий інтерес для прикладної науки теорія процесів деформування та руйнування дисперсного ґрунтового середовища, формулювання вихідних фізичних уявлень і запису їх в формі математичних рівнянь для можливості прогнозування та управління цими процесами.

В роботі на основі узагальнення накопичених даних розглядаються можливі шляхи подальшого розвитку проблеми розрахунку ґрунтової основи з точки зору фізики та природи явищ, з урахування всієї повноти факторів і специфічних властивостей ґрунтів, які впливають на процес деформування при їх навантаженнях.

Запропонована модель пружно-пластичного розрахунку основ за числовим МГЕ, в якій поєднано розрахунок основ за обома групами граничних станів. Роботу основ та плитних фундаментів розглянуто як єдину систему, окремі частини якої здійснюють взаємний вплив одна на одну. Осідання споруди залежить від діючого навантаження, параметрів ґрунтів, їх напластування стисливості. Як відомо, деформативність основ на порядок більше деформативності наземних конструкцій будівлі, а міцність набагато менша. Тому врахування реологічних властивостей ґрунтових основ, які слугують вхідними параметрами розрахункової математичної моделі, їх нелінійності, дилатансії, змінності в

часі є важливим при прогнозуванні їх поведінки для недопущення руйнування чи черезмірного їх осідання. Адже виправлення цих помилок перебільшує початкову кошторисну вартість фундаментів.

На теперішній день в зв'язку з постійним розвитком науково-технічного прогресу напрацьовано досконалі методи розрахунку та проектування ґрунтових основ, які враховують їх нелінійність, геологію будівельного майданчика, розміри фундаменту. З'явилися сучасні ЕОМ, програмні комплекси (ПК), в яких використовуються сучасні числові методи (МСЕ, МГЕ).

В роботі для розв'язку задачі деформування ефективних плитних фундаментів висотних будівель залучено теорію пружності, теорію пластичності, дилатансійну теорію ґрунтових дисперсних середовищ та числовий МГЕ.

Робота присвячена доопрацюванню та практичному прикладанню нелінійного розрахунково-теоретичного апарату проектування за методом граничних елементів поведінки дисперсних ґрунтів.

В рамках роботи виконано числові дослідження взаємодії плитних фундаментів з ґрунтовим масивом, які дозволяють виявити резерви несучої спроможності системи «ґрунтова основа – фундамент» та отримати оптимальне економічне рішення.

Числові дослідження доповнюють та закріплюють основні ідеї по розрахунку задач, внесено докази багатьох важливих результатів, в книгу внесено поняття про основні математичні моделі пластичних середовищ.

Як відомо, зв'язок $\sigma - \varepsilon$ в ґрунтах не носить лінійний характер. Тому визначення постійних лінійної пропорційності в роботі обмежувався нескінченно малими змінами приростів напружень $\Delta\sigma$ і відповідних їм приростів деформацій $\Delta\varepsilon$. Напрацьовано імітаційні алгоритми автоматизованої оцінки НДС нелінійних дисперсних ґрунтів на базі неасоційованого закону теорії пластичної течії та дилатансійної теорії гранульованих середовищ за числовим МГЕ.

Тиски під подошвою 5–10 поверхових споруд (висотою 15–35 м) складають 150–300 КПа. В сучасному висотному будівництві при тисках в основах до 1 МПа ґрунти давно вже працюють в нелінійній стадії. Тому прогноз деформацій основ будівель є пріоритетною задачею механіки ґрунтів.

РОЗДІЛ 1 ОСНОВНІ РЕОЛОГІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МАТЕРІАЛІВ ПРУЖНОГО ПЛАСТИЧНОГО В'ЯЗКОГО ТІЛА

1.1 Пружне пластичне в'язке тіло. Рівняння стану

Загальні механічні властивості ґрунтів, з яких складається наша планета Земля, з метою їх практичного прикладання мають бути сформульовані у вигляді визначальних законів (у вигляді рівнянь стану). В роботі розглядається актуальне питання сучасної геомеханіки – удосконалення пружно-пластичної моделі ґрунту, подано аналіз напрацьованих в механіці ґрунтів матеріалів з цього питання.

Механіку відносять однією із найдавніших наук, до її основоположників відносяться Аристотель та Архімед (III–IV століття до нашої ери). На всіх етапах свого розвитку механіка тісно пов'язана з технікою та сприяє технічному прогресу. Фундамент механіки заклали Леонардо да Вінчі, Ньютон, Даламбер, Лагранж, Ейлер та багато інших.

Реологія – розділ фізики, яка відноситься до механіки. *Частина* реології стала класичною і відома під назвою *механіки суцільних середовищ*.

Під осіданням споруди зазвичай розуміють сумісне вертикальне переміщення фундаменту споруди і його ґрунтової основи, що зумовлюється зміною об'єму та форми ґрунтового масиву безпосередньо під фундаментом і в околі фундаменту в результаті дії зовнішніх навантажень.

Повна стабілізація чи кінцеве осідання основи конкретного фундаменту залежить від:

- величини навантаження, наявності сусідніх фундаментів;
- розмірів, форми, жорсткості споруди, обрису контактної поверхні;
- глибини стиснутої товщі;
- структури та стану ґрунту. Стабілізація піску закінчується практично після завершення будівництва. Глинисті ґрунти стабілізуються біля 1–10 років і більше.

В якості пружного пластичного в'язкого тіла, на які розподіляються тіла на нашій планеті, можна взяти до розгляду сталь, пластилін, воду чи вибрати інші матеріали. Ідеальних матеріалів в дійсності не має, такі властивості тіл, як пружність, пластичність, в'язкість – *властивості ідеалізованих схем*, які введені для опису поведінки реальних

тіл. Щоб підкреслити цю обставину ідеальні матеріали називають іменами вчених, які ввели їх вперше:

- гукове тіло, в честь Гука (1635–1703), перший сформулював закон пружності (рис. 1.1а);
- сен-венанове тіло, в честь Сен-Венана (1797–1886), вперше описав математичні властивості пластичності (рис. 1.1б);
- ньютонівська рідина, в честь Ньютона (1642–1726), якому належить ідея про простий в'язкий опір.

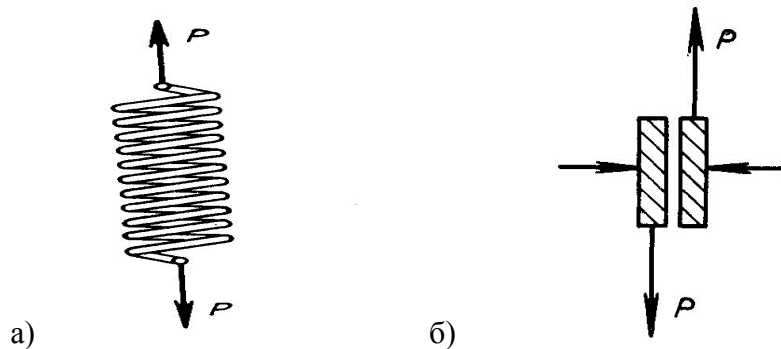


Рисунок 1.1 – а) Механічна модель пружини Гука;
б) Механічна модель опору Сен-Венана

Під дією всебічного рівномірного тиску (**ізотропного тиску**) всі матеріали, незалежно від їх реологічних властивостей ведуть себе однаково, як ідеально пружні тіла – **перша аксіома реології**.

Різкі реологічні відмінності проявляються лише при деформаціях, які змінюють форму тіла, ця деформація називається **деформацією формозміни**. До такої деформації відноситься **простий зсув** (γ).

Ця деформація супроводжується дотичним напруженням (τ), яке є силою взаємодії між двома суміжними частинами тіла, віднесена до одиниці площі.

Механіка суцільних середовищ, будучи фундаментальною наукою, грає суттєву роль в сучасній техніці завдяки тому, що вона розглядає основні поняття та принципи сучасного стану її розвитку. Механіка суцільних середовищ має справу з фізичними величинами, які не залежать від вибраної системи координат, яку використовують для їх опису. Математично ці величини подаються тензорами. Напружений стан в точці тіла (тензор напружень T_σ) є сукупність напружень,

що діють по всіх елементарних площадках різної орієнтації, які переходять через дану точку:

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}.$$

Пружна деформація, що не супроводжується зміною об'єму має назву формозміна:

$$\gamma = \frac{P}{G \cdot A}. \quad (1.1)$$

Нехай маємо гіпсову модель шару, розсічену на тонкі паралельні шари, рис. 1.2 [24]. При відповідному прикладенні сил сфера прийме форму тривісного еліпсоїда. Кожний тонкий шар трохи переміститься паралельно одній і тій же площині. Ці деформації не змінять об'єм шару і, відповідно не змінять щільність матеріалу. Таке викривлення шару називають *простим зсувом*.

При *простому зсуві* сталь, пластилін, вода ведуть себе зовсім по різному. Цю різницю в поведінці при зсуві можна виразити математично, якщо замість шарів розглянути три малих призми.

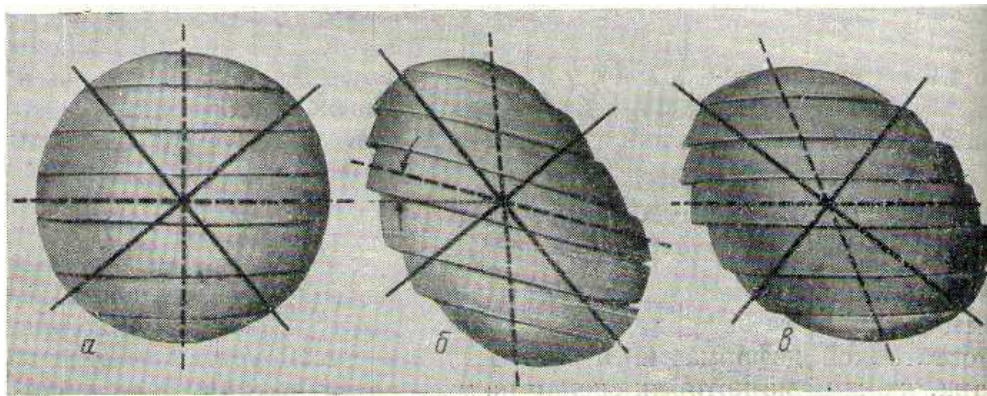


Рисунок 1.2 – Модель, що показує еквівалентність *простого зсуву* розтягу з повертанням: а) – недеформований шар; б) – еліпсоїд, отриманий розтягом повздовж однієї осі та стисненням повздовж іншої осі (*чистий зсув*); в) – еліпсоїд, отриманий *простим зсувом*. Суцільними лініями вказано головні осі деформацій, що залишаються взаємно перпендикулярними і після деформації.

При *чистому зсуві* їх напрям в просторі не змінюється, при *простому зсуві* вони повертаються на вказаний кут

Спочатку розглянемо призму *із пружної сталі*, що знаходиться під дією сили, прикладеної до верхньої горизонтальної грані рис. 1.3. Таку силу називають зсувною чи тангенціальною.

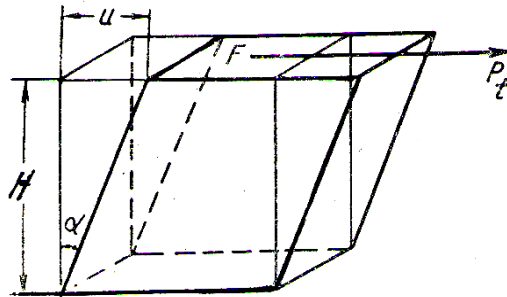


Рисунок 1.3 – Простий зсув призми: U – переміщення;
 $U/H = \operatorname{tg} \alpha$ – градієнт; P_t – дотична сила

Сила P_t викликає переміщення верхньої грані призми по відношенню до нижньої на величину U , яке називають зміщенням. Відношення U до H називають градієнтом зміщення:

$$\gamma = U / H, \quad (1.2)$$

а відношення:

$$\tau = P_t / F, \quad (1.3)$$

зсувним чи дотичним напруженням. Тоді рівність (1.3) можна записати у вигляді:

$$\tau = G \cdot \gamma. \quad (1.4)$$

G – модуль зсуву, чим G більше, тим більш жорсткий матеріал. Тіло, що під дією зсувної сили не змінює своєї форми називається жорстким тілом. Для такого тіла $G = \infty$. Якщо прийняти, що G постійна величина (табл. 1.1), то рівність (1.4) є однією із форм закону Гука (1678 р.) – яка сила, таке і подовження. *Сучасне формулювання цього закону: деформація зсуву пропорційна дотичному напруженню що його викликає ($\tau = G \cdot \gamma$).*

В умовах рівноваги дотичні напруження по взаємно перпендикулярних площинах мають бути рівні (рис. 1.4). Це обумовлює симетрію тензора напружень.

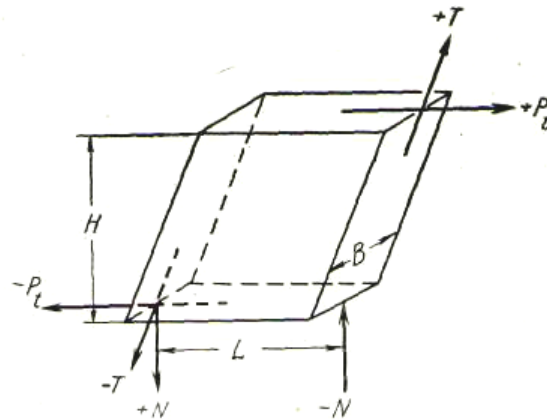


Рисунок 1.4 – Рівновага призми

В табл. 1.1 наведено числові значення модуля зсуву деяких матеріалів.

Таблиця 1.1 – Модулі зсуву

Матеріал	Модуль зсуву $G \cdot 10^{-11}$ бар	Матеріал	Модуль зсуву $G \cdot 10^{-11}$ бар
Свинець	0,2	Цинк, мідь	4
Олово	1,5		
Скло	2	Зварне залізо	7
		Нікель, сталь	8

1.2 Пластична деформація

На рис. 1.5 подано характерні діаграми для трьох ідеальних матеріалів в осях $\tau - \gamma$.

Пластична деформація – це залишкова деформація зсуву, що проходить при напруженнях, які перебільшують межу пластичності τ_T . Тоді межу приходу пластичної деформації можна подати у вигляді граничного співвідношення $\tau = \tau_T$. Якщо призма виконана із пластиліну, то при малих напруженнях поведінка її така ж, як і для сталюї призми, вона деформується пружно до межі текучості $\tau = \tau_T$.

Пластичні деформації це коли дотичні напруження сягають деякої межі, яку називають межею текучості при зсуві. Напруження будуть

залишатись приблизно постійними $\tau = \tau_T$ при будь-якій величині зміщення. Умова пластичності течії виражається тільки через деформацію формозміни. Це сен-венанове тіло в честь Сен-Венана (1797–1886), який вперше математично описав пластичність.

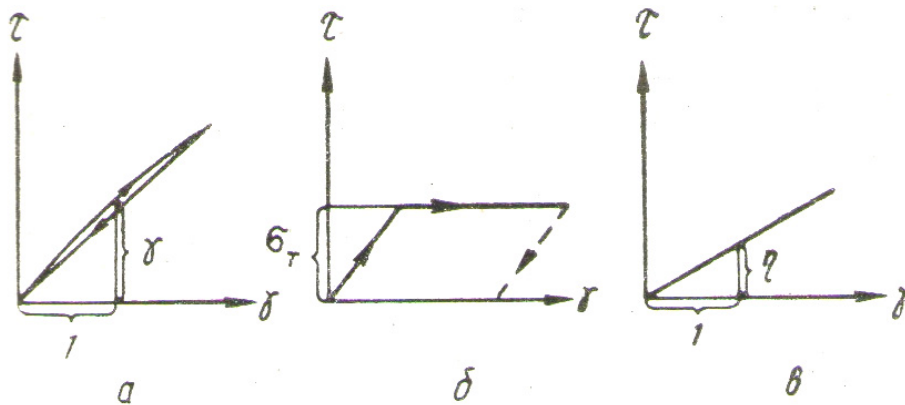


Рисунок 1.5 – Реологічні криві: а) пружне тіло; б) пластичне тіло; в) вязкий матеріал; τ – дотичні напруження; γ – градієнт зміщення; $\dot{\gamma}$ – градієнт швидкості

Пружним деформаціям властиве повне відновлення недеформованого стану після зняття навантажень. Крім того, пружні деформації залежать лише від величини напружень, і не залежать від історії навантаження. Будь-яка деформація, що виникає як відповідна реакція матеріалу на дію навантаження і не відповідає класичним законам теорії пружності (закону Гука) – це незворотна пластична деформація.

Незворотні зміщення в результаті ковзання чи дислокації на атомному рівні, що ведуть до залишкових змін – **це пластичні деформації**. Такі деформації мають місце лише при інтенсивності напружень, вище деякого порога, відомого як межа пружності, початок текучості.

Згідно з визначенням пружності необхідно, щоб крива розвантаження співпадала з кривою навантаження і при повному знятті напружень не було залишкових деформацій. Діаграма сен-венанового тіла (рис. 1.5б) має пружну ділянку до межі текучості. При знятті напружень ця частина повної деформації зворотна.

Змочена глина легко деформується. Легке деформування змоченої глини люди використовували з доісторичних часів при виготовленні посуду та цегли. Мілкозернисті матеріали можуть вести себе як **високо пластичні**, якщо порожнечі між твердими зернами частково заповне-

ні водою. Їх значна деформативність пов'язана з капілярною дією рідини, поверхневим натягом плівки рідини, що знаходиться між твердими частинками і капілярним зниженням тиску в краплях, які пов'язують тверді частини, що зовнішнє проявляється як зчеплення.

Згідно з Терцагі, це має місце навіть в зовсім сухій глині завдяки незначній кількості води, адсорбованої у вигляді плівок з товщиною близької до молекулярної. Крім того, деформативність обумовлена пошаровою побудовою твердих частинок у вигляді субмікроскопічних колоїдних розмірів пластинок, які в тонких глинах злипаються, але легко зсуваються одна по одній в пластичному стані, коли є достатня кількість порової води, що діє як змазка, яка полегшує їх відносне переміщення.

Шар природної глини, насичений водою, під неперервно діючим вертикальним тиском буде стискатись, так як буде втрачати порову воду, яка може виходити шляхом випаровування з поверхні чи просочуванням в ненавантажувальні області. Таким чином, тиск порової води змінний в просторі та в часі, з чим і пов'язана задача, що виникає при спорудженні основ будівлі на таких ґрунтах. Мета цих задач – обрахувати осадку за довготривалий період, необхідний для того, щоб пройшла консолідація водоутримуючого ґрунту.

1.3 В'язка течія

На рис. 1.5в – ньютонова рідина, назва рідини в честь Ньютона (1642–1726), йому належить ідея про простий в'язкий опір. Частота з якою молекули рідини можуть змінювати своїх сусідів визначає опір рідини течії і називається в'язкістю.

Розглянемо тепер «призму» із води. Щоб деформувати таку призму, практично не потрібно якого-небудь зусилля за умови, що деформація проходить повільно, «шари» переміщуються один відносно іншого з дуже малим опором. Нехай U – це переміщення за одиницю часу (рис. 1.2), тобто, швидкість переміщення V . Тоді по аналогії з (1.1) ($\gamma = \frac{P}{G \cdot A}$)

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{H} = \frac{P \cdot t}{\eta \cdot A}, \quad (1.5)$$

де η – коефіцієнт в'язкості, V/H – градієнт швидкості, $\dot{\gamma}$ – швидкість, з якою частинки рідини переміщуються одна відносно другій.

При в'язкій течії по аналогії з (1.4) ($\tau = G \cdot \gamma$) можна записати:

$$\tau = \eta \cdot \dot{\gamma}. \quad (1.6)$$

Якщо η – константа, то (1.5) – це закон Ньютона пропорційності дотичного напруження градієнту швидкості (1687 р.): «Опір, що виникає через недостатність проковзування частинок рідини, при інших рівних умовах пропорційний швидкості, з якою переміщуються частинки рідини одна відносно іншої».

Коефіцієнт в'язкості води $\eta = 1$ (опір, який виникає через недостатність проковзування). Рідина тече при любых, дуже малих зсувних напруженнях, тверде тіло тече пластично, якщо тільки перебільшена межа текучості. Як відомо геологам, течуть навіть скали, хоч значно повільніше, ніж вода.

Коли деформації в тілі зростають необмежено, гукове тіло може перейти в сен-венанове. Межа переходу від одного виду ідеалізованого тіла в інший має назву **межа міцності**. Міцність – це властивість матеріалу опиратися руйнуванню чи необмеженим деформаціям, які в багатьох випадках в кінцевому рахунку також приводять до руйнування. *Існує два належних види втрати несучої спроможності матеріалу (міцності): при об'ємній деформації і деформації формозміни.*

У відповідності з прийнятими ідеалізаціями гуковому тілу властиві пружність і міцність, та не властива в'язкість:

- сен-венанове тіло має пружність і пластичність, та не має в'язкості;
- ньютонівська рідина має в'язкість, та не має пружності і міцності.

Таким чином, **в реології використовуються наступні закони механіки:**

1. Другий закон Ньютона:

$$a = \frac{P}{m}, \quad (1.7)$$

де a – прискорення центра мас тіла з масою m , на яке діє сила P .

2. Цей закон заключає в собі перший закон Ньютона: у випадку рівноваги, коли центр мас знаходиться в покої чи стані рівномірного і прямолінійного руху ($a = 0$), існують рівності: – рівновага тіла потребує виконання рівнянь:

$$\sum P = 0; \quad \sum M = 0 \quad (1.8)$$

для кожного із трьох різних напрямків в просторі.

Під дією сил матеріал деформується пружно чи пластично, або тече. Термін «пружна» деформація означає деформацію, що зникає при знятті сил, а термін «течія» означає деформацію, що продовжується нескінченно під дією постійної сили.

Всебічний рівномірний тиск в кожному матеріалі незалежно від його реологічних властивостей викликає пружну деформацію.

Різниця в реологічних властивостях проявляється лише при деформації, яка змінює форму тіла. Ця деформація називається деформацією формозміни. Таким чином, реологічні рівняння визначають три ідеальних тіла:

– гукове тіло (пружне тіло) $\tau = G \cdot \gamma$; (1.9)

– сен-венанове тіло (пластичне тіло) $\tau = \tau_T$; (1.10)

– ньютонівська рідина (в'язка рідина) $\tau = \eta \cdot \dot{\gamma}$, (1.11)

які слугують для математичного описання реальних тіл. Кожне з них визначається як тіло, якому притаманна лише одна реологічна властивість.

В дійсності, *кожному матеріалу властиві всі реологічні властивості, хоч і в різній мірі.* Це друга аксіома реології [24].

1.4 Залежність об'ємної деформації від деформації формозміни в геоматеріалах. Математичні залежності

Пористі та тріщинуваті середовища це конгломерат суцільного твердого матеріалу і пустот, заповнених при їх насиченні рідиною чи газом. Тому рівняння континуальної механіки для такого середовища в цілому можуть відрізнятися від рівнянь суцільного твердого матеріалу, адже рівняння суцільних середовищ є балансовими співвідношеннями маси, імпульсу та кількості руху для елементарних об'ємів ΔV .

Основою теорії пружності та пластичності є *абстрактна ідея про континіум* чи неперервне середовище – неперервний розподіл

матеріалу в області, що розглядається та дозволяє застосовувати для її дослідження математичний аналіз. Ґрунтовий масив – дисперсне трифазове середовище перетворюється при розрахунках в статистичний макроскопічний *еквівалент, доступний для математичного аналізу та отримання прийнятної оцінки* поведінки ґрунту під навантаженням.

В якості одного із варіантів для знаходження адекватного реологічного закону для дисперсних середовищ потрібно обраховувати середні параметри для ансамблю взаємодіючих дефектів (утворення і ріст тріщин, переупакування зерен середовища, ковзання ...).

Інший шлях вивчення дисперсних середовищ та їх непружності складається з використання з самого початку феноменологічних уявлень, тобто відповідних теорій пластичності і при цьому вносяться поправки, отримані із експериментів. Питання про вибір теорії пластичності та якого типу поверхню текучості треба використовувати, визначається заданим ступенем точності.

Дискретність (чи зерниста будова ґрунтів) – основна властивість, що ризнить його від твердих тіл. Врахування її відкриває більше можливостей для відповідності теорії з експериментом. Можна уявити пористе середовище із сферичних форм радіусом v (рис. 1.6).

Деформацію та напружений стан тіла зазвичай розбивають на ізотропну компоненту і на компонентну, що характеризує відхилення від ізотропного стану. Якщо це відноситься до деформацій, то перша частина називається об'ємною деформацією чи деколи дилатацією, а друга частина – деформація формозміни.

Коли це відноситься до напруженого стану, то першу складову називають гідростатичний тиск, а другу – девіатор напружень. Рахується, що ізотропне напруження викликає лише об'ємні зміни і не викликає змін форми, а девіаторна складова викликає лише формозміну.

В 1885 р. Рейнольдс відкрив явище *дилатансії*, було відкрито поперечну пружність в рідинах (ефект Вейсенберга) та зміну довжин металевих стержнів при крученні (ефект Пойнтінга), які свідчили про *залежність дилатації від формозміни*.

Дилатансію гранульованих мас показано на рис. 1.6.

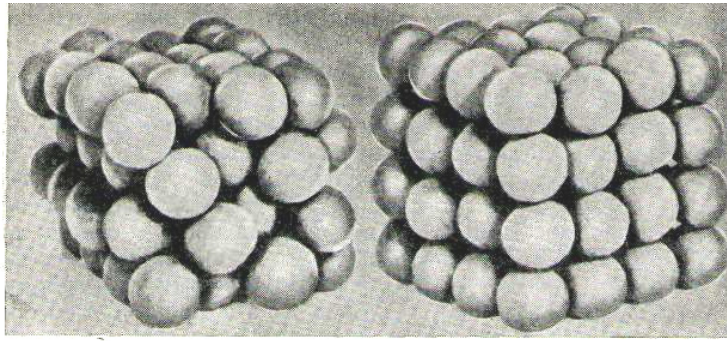


Рисунок 1.6 – Дилатансія гранульованих мас

На рис. 1.6 зліва показано 64 сфери, що утворюють майже щільну упаковку. Якщо цю систему піддати зсуву, то сфери мають на початку прийняти більш відкриту упаковку, показану справа. Можна бачити, що така зміна упаковки приводить до об'ємного розширення.

Наявність ущільнення приводить до помітної перебудови поля швидкостей та зміщень.

Дотичні напруження можуть в ізотропному тілі викликати скорочення чи розширення об'єму, пропорційне квадрату їх величини (В. Томпсон, Кельвін, 1875 р.). Дилатансія, що залежить від τ^2 – є явище другого порядку малості. Якщо зсув малий, дилатансією, що залежить від квадрата зсуву, можна знехтувати. **Це є причиною того, що в класичній теорії пружності суцільних середовищ дилатансія не розглядалась.** Положення змінюється, коли в дисперсних середовищах (до прикладу, в ґрунтах) інженер вимушений розглядати великі значення деформацій.

Процес розвитку незворотної об'ємної деформації (ущільнення, розущільнення) – одне із основних особливостей ґрунтової основи. Пластичне деформування – один із станів ґрунту. Виникає потреба в удосконаленні наукової бази фундаментобудування для проведення міцнісних розрахунків та фундаментів споруд, створення пружно-пластичних моделей.

Модель пружно-пластичного середовища – це набір рівнянь, що визначає границі пружної поведінки середовища та зв'язок між деформаціями (чи їх приростами) і напруженнями за межами пружної області.

Напруження є результатом взаємодії частинок тіла при його навантаженні. Зовнішні навантаження прямують змінити взаємне розташування частинок, обмежуючи його в більшості випадків деякою малою величиною.

У відповідності з гіпотезою теорії пружності про суцільність матеріалу, рахується, що кожна частинка тіла в околі dx , dy , dz має нескінченну множину інших частинок, що оточують її по всіх напрямках. Частинка по різному взаємодіє з сусідніми, і по різних напрямках напруження в точці будуть різні. Тому на гранях паралелепіпеда отримуємо тензор напружень в околі точки:

$$T_{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}.$$

Перший індекс вказує на напрям нормалі. Якщо відомий T_{σ} , то можна обрахувати напруження на любых площадках, що проходять через точку. При вивченні пластичних деформацій особливий інтерес являють дотичні напруження, що діють по рівно нахилених до головних осей площадках, які називаються октаедричними:

$$\sigma_{окт} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \quad \tau_{окт} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (1.12)$$

В теорії пластичності зручно вводити в розрахунки інтенсивність напружень

$$\sigma_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{окт}. \quad (1.13)$$

В нелінійній геомеханіці при описанні НДС ґрунту і закономірностей його зміни грають важливу роль *інваріанти тензорів напружень та деформацій* із механіки суцільних середовищ. Вони забезпечують повну характеристику відповідних тензорів.

Рівномірний стиск:

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{3} I_{\sigma}^I. \quad (1.14)$$

Рівномірне вкорочення (подовження):

$$\varepsilon_{cp} = \frac{1}{3} I_{\varepsilon}^I = \varepsilon_v / 3. \quad (1.15)$$

Оскільки практично всі матеріали (і ґрунт) руйнуються внаслідок розвитку деформацій форми, важливими є інваріанти ε_i і Γ (*інтенсивність деформацій* і *інтенсивність деформацій зсуву*):

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \gamma_{окт}; \quad \Gamma = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot \gamma_{окт} \quad (1.16)$$

$$\gamma_{окт} = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}. \quad (1.17)$$

Для характеристики ступеня відхилення T_σ від гідростатичного стану ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) використовується *інтенсивність напружень*:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}; \quad (1.18)$$

інтенсивність дотичних напружень:

$$T = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sigma_i. \quad (1.19)$$

В механіці ґрунтів окрім двох пар інваріантів:

I – σ_{cp} , σ_i чи T ,

II – ε_{cp} , ε_i чи Γ ,

прийнято третій тип інваріантів – параметри Лоде μ_σ , μ_ε параметри виду напруженого та деформованого стану. Параметри Лоде показують відносне положення проміжного головного напруження σ_2 чи деформацій ε_2 в інтервалі між головними напруженнями σ_1, σ_3 чи деформаціями $\varepsilon_1, \varepsilon_3$.

$$\mu_\sigma = [2\sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_3)] / (\sigma_1 - \sigma_3), \quad (1.20)$$

$$\mu_\varepsilon = [2\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_3)] / (\varepsilon_1 - \varepsilon_3). \quad (1.21)$$

Параметри Лоде – це міра впливу σ_2 , ε_2 на пластичний стан матеріалу.

В лінійно-деформованому середовищі залежності між інваріантами напруженого і деформованого стану:

$$\sigma_{cp} = \frac{E}{1-2\nu} \cdot \varepsilon_{cp} = K \cdot \varepsilon_{cp} \quad (1.22)$$

$$T = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \Gamma = G \cdot \Gamma \quad \text{чи} \quad \sigma_i = 3 \cdot G \cdot \varepsilon_i. \quad (1.23)$$

Таким чином, в межах лінійних деформацій середовища об'ємні деформації $\varepsilon_v = 3\varepsilon_{cp}$ визиваються лише всестороннім стиском σ_{cp} , а зміна форми (яка характеризується σ_i чи Γ), визначається лише девіатором напружень, чи те ж саме, σ_i чи Γ .

Із (1.20–1.23) випливає, що $\mu_\sigma = \mu_\varepsilon$ – співвідношення подібності напруженого та деформованого станів і умова співпадання (коаксиальності чи паралельності) головних осей T_σ та T_ε при розгляді лінійної задачі, коли не перебільшено поріг пропорційності.

В реальних матеріалах в ході деформування змінюється структура, зменшується чи збільшується щільність, порушуються в тій чи іншій мірі внутрішні зв'язки, і відповідно мають змінюватись реологічні коефіцієнти.

Такого роду системи називають фізично нелінійними. При цьому реологічні рівняння стають квазілінійними, графіки залежності $\sigma - \varepsilon$ перестають бути прямими і стають криволінійними. Ґрунти теж відносяться до фізично нелінійних тіл та геометрично нелінійних тіл (геометрична нелінійність – це нелінійність між переміщеннями та деформаціями). Тому прикладання до задач механіки ґрунтів методів лінійної класичної механіки суцільних середовищ пов'язане із значними неточностями. Деколи на це йдуть заради спрощення викладок.

В поведінці ґрунтів є відмінності від конструкційних матеріалів, є ряд принципових особливостей. До принципових особливостей нелінійного деформування ґрунтів відносяться наступні положення, на розвиток об'ємних і зсувних деформацій ґрунту впливають:

- *вид напруженого стану*,
- *історія навантаження*,
- *деформації формозміни*, переважно пластичні (остаточні), які залежать не лише від девіатора напружень, а і від шарового тензора.

Чим більше стиснутий ґрунт, тим складніше девіатору напружень провести його формозміну із-за збільшення сил тертя між частинками

грунту. Це *перша* особливість ґрунту як пористого (дисперсного) середовища.

Об'ємна деформація ґрунту в більшій своїй частині є пластичною і залежить *не лише від середнього тиску* (шарового тензора напружень), а і від девіатора напружень.

Це принципово різнить ґрунт від конструкційних матеріалів і є *другою* особливістю ґрунту. Вона обумовлена тим, що при зсуві частинки пористого ґрунту змінюють своє положення, укладаючись більш рихло, чим щільно (оптимальні умови для зміни об'єму в ґрунті створюються під час зсуву).

Явище зміни об'єму при зсуві відкрито О. Рейнольдсом ще в 1885 р. та названо дилатансією. До параметрів дилатансії відносяться:

Λ – коефіцієнт (швидкість) дилатансії – додатковий параметр неасоційованої моделі пластичної течії:

$$\operatorname{tg}\theta = \Lambda = \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_\gamma},$$

де θ – кут поверхневої енергії чи кут дилатансії; $d\varepsilon_v$, $d\varepsilon_\gamma$ – відповідно, прирости об'ємних та зсувних деформацій.

Дилатансія може бути додатною, від'ємною, нульовою. В останньому випадку щільність ґрунту є критичною.



Рисунок 1.7 – Межі зміни щільності ґрунту залежно від величини гідростатичного тиску σ_m (а) та процес прийняття більш відкритої упаковки при зсуві щільних ґрунтів (б)

На теперішній час *дилатансією* називають *збільшення об'єму* ґрунту при зсуві, тобто *розрихлення* його. *Ущільнення* ґрунту при зсуві називають від'ємною дилатансією – *контракцією* [2, 6].

РОЗДІЛ 2 МЕТОДИКА ЧИСЛОВОГО МОДЕЛЮВАННЯ РОЗВИТКУ ЗОН ГРАНИЧНОГО СТАНУ ҐРУНТУ З УРАХУВАННЯМ ЙОГО РЕОЛОГІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

2.1 Робота ґрунтів в основах споруд. Фази напружено-деформованого стану (стадії деформування основ)

Робота ґрунтів в основах споруд різниться від роботи наземних конструкцій. Ґрунтам властива мала міцність і велика деформативність. Ґрунти в змозі сприймати *лише тиск та зсув* і фактично не працюють на розтяг. Деформація ґрунту залежить не тільки від прикладеного навантаження, але і від властивостей ґрунту, його фізико-механічних характеристик. Так на графіку «навантаження – осідання» експериментальних досліджень штамп можна виділити характерні ділянки:

- не перевищена структурна міцність (початкова лінійна ділянка), *фаза пружних деформацій*;

- далі йде *фаза ущільнення і локальних зсувів*. Напруження на цій ділянці перебільшують структурну міцність, при проектних розрахунках незначною нелінійністю графіка на ці ділянці нехтують, замінюючи прямою лінією;

- наступна фаза – *розвиток зон зсувів*;

- і остання фаза – *фаза випору*.

В багатьох випадках глинисті ґрунти непорушеної структури мають структурну міцність (p_{str}), яка обумовлюється зв'язками між частинками і це дає скелету ґрунту спроможність витримувати деяке навантаження до початку руйнування його каркасу. При $p < p_{str}$ процес ущільнення практично не розвивається. Ущільнення ґрунту розпочнеться лише при руйнуванні водно-колоїдних та кристалізаційних зв'язків при $p > p_{str}$. p_{str} змінюється для різних типів ґрунтів від 10–50 КПа для слабких водонасичених глинистих і до 0,15–0,20 МПа для маловологих лесових.

З огляду на графік експериментальних досліджень поведінки штамп під навантаженням можна зробити висновок, що ґрунти – нелінійний матеріал, тому прикладання рішень теорії пружності до них обмежений, в ґрунтах 95 % деформацій – залишкові, ґрунти зернисті, дисперсні, анізотропні, а теорія пружності розглядає суцільні тіла, в яких залежність $\sigma - \varepsilon$ лінійна.

Межі прикладання теорії пружності до ґрунтів обмежуються фазою пружних деформацій та фазою ущільнення і дає в цих межах *інженерно прийнятні результати*. В цих рамках ще працює закон пружності – принцип незалежності дії сил. Крім того, більшість основ при спорудженні на них будівель, отримують разове навантаження без наступного довантаження (якщо воно є, то незначне). Це ще один фактор на користь можливості застосування до цих двох початкових фаз роботи ґрунту теорії пружності.

2.2 Урахування нелінійності ґрунтів

Лише використання теорії наряду з практикою дозволяє забезпечити надійність споруд. Значення теорії полягає в передбаченні. Математична модель – це поведінка оригіналу в математичних символах. Реальні тіла замінюються ідеалізованими уявленнями про них. В теоретичній механіці всі тіла жорсткі. В теорії пружності – абсолютно пружні, в теорії пластичності – об'ємно нестискувані.

На подібну ідеалізацію інженер має право лише до тих пір, поки результати розрахунків, заснованих на прийнятих допущеннях, справджуються експериментом, мають прийнятну практичну точність. Однією із ідеалізацій в механіці ґрунтів є заміна змінних характеристик ґрунтів постійними.

Вітчизняна геотехніка знаходиться на шляху інтенсивного розвитку – широке застосування числових методів, заснованих на пружно-пластичних моделях. Методи нелінійного аналізу ґрунтової основи, призначені для числової реалізації, знаходять все більше використання в проектній практиці.

Руйнування дискретних матеріалів проходить в результаті накопичення пластичних (залишкових) деформацій, що в граничному стані викликає *розрив суцільності масиву* в формі взаємних проковзувань.

Вплив пластичності проявляється в розвитку переміщень, перерозподілу внутрішніх зусиль. При досягненні окремими елементами ґрунту граничного стану не виникає значного зростання пластичних деформацій. Сусідні пружні елементи здійснюють обмежуючу дію, визначаючи кінцеве значення пластичних деформацій. Бетон, ґрунт – слабо опираються розтягу, в них йде перерозподіл зусиль. *Перерозподіл зусиль є наслідком зміни в співвідношеннях жорсткості ділянок середовища*. Саме тому за параметр зміцнення в роботі взято ρ – щільність ґрунту.

Можливість кількісної оцінки властивостей системи дають рівняння стану.

В роботі використано **пружно-пластичну модель**, яка базується на окремому описанні пружних та пластичних деформацій ґрунтової основи різними фізичними залежностями. Це дає можливість разом з покроковою процедурою навантаження ґрунту та дилатансійною теорією дисперсних основ враховувати траєкторію навантаження (режим зміни зовнішнього навантаження), а також характерну для ґрунтів прояву не співвідності (не паралельності чи не колінеарності) тензорів напружень та тензорів деформацій.

Напрацьована в роботі методика базується на теорії пластичної течії в формі неасоційованого закону, на використанні дилатансійних співвідношень В. Н. Ніколаєвського, І. П. Бойка [2, 14], на процедурі крокового статичного прикладання навантаження (тобто сили інерції не враховуються), на методі пружних рішень О. А. Ільюшина. В якості критерію переходу роботи ґрунту в пластичний стан використано критерій Мізеса–Шлейхера–Боткіна (рис. 2.1), який в просторі головних напружень описується поверхнею, що складається із конічної та циліндричної частин. Циліндрична частина критерію описує стан в скінченному елементі ґрунту при досягненні в ньому максимальної щільності і рахується, що ґрунт в даному СЕ працює як суцільне середовище. Критерій Мізеса–Шлейхера–Боткіна враховує просторово напружений стан середовища.

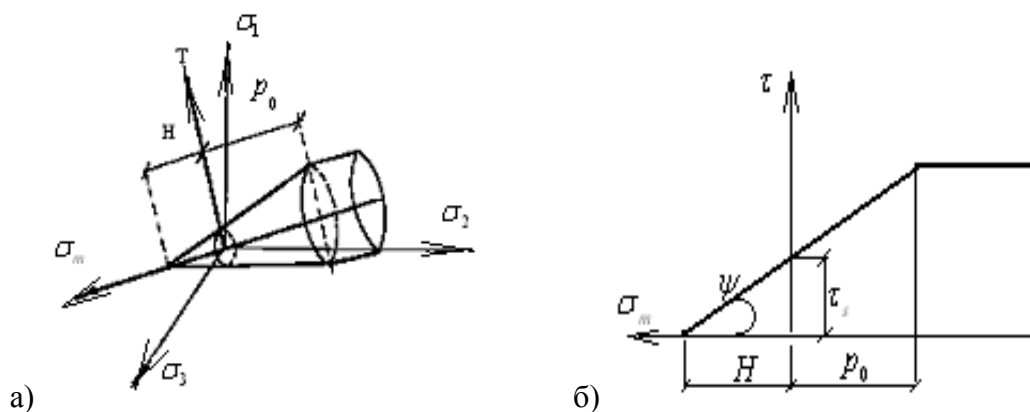


Рисунок 2.1 – Критерій текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна в координатах головних напружень (а), меридіональний переріз в площині гідростатичного тиску (б)

Методика дозволяє на всіх етапах навантаження отримувати НДС системи «основа-фундамент», який залежить як від інженерно-геологічних характеристик ґрунту, так й від розмірів фундаменту.

2.3 Дилатансія геоматеріалів. Способи описання поступового руйнування матеріалу

З метою подальшого розвитку механіки ґрунтів та зближення розрахункових даних з експериментальними, актуальною задачею сьогодення є розв'язок нелінійних проблем механіки ґрунтів, оскільки 95 % деформацій ґрунтових основ є незворотними. Значимість напрацьованих в цій області результатів потребує широкої пропаганди.

На теперішній час експериментально виявлені та в значній степені зрозумілі особливості незворотного деформування ґрунтів. Задача введення їх в практичні розрахунки пов'язана з вибором відповідної математичної моделі. Натурні дослідження грають контрольну роль вибраної математичної моделі. Деформування гранульованого ґрунтового середовища здійснюється при взаємному проковзуванні зерен, а в умовах великих тисків – і при її крихкому руйнуванні. Міцнісні характеристики ґрунту, що дозволяють оцінювати межі допустимих навантажень та переміщень для ґрунтів, змінюються в процесі деформування.

Зафіксований вперше О. Рейнольдсом в 1885 р. ефект дилатансії (зміни об'єму при зсуві, рис. 1.6) характерний для незворотного деформування як нескальних ґрунтів, коли в силу жорсткості частинок проходить їх переупакування, так і для скальних, коли приходить зміна пустотності системи тріщин [2, 14]. *Дилатансія – явище чисто кінематичне, що пояснюється переупакуванням шарів.* Для описання кінематичного ефекту дилатансії Б. Хансен (1958 р.) запропонував ввести кут дилатансії, аналогічний куту внутрішнього тертя ϕ_m :

$$\phi_m = \phi_f \pm \theta. \quad (2.1)$$

При розв'язуванні задачі теорії пластичності крім звичайних рівнянь рівноваги вводяться ще два додаткових. Перше формулюється для компонент тензора напружень, друге – для компонент швидкостей пластичних деформацій:

$$F_\sigma(\sigma_{ij}, \alpha, \chi \dots) = 0; \quad F_\varepsilon(\dot{\varepsilon}_i^p, \Lambda, \chi \dots) = 0; \quad (2.2)$$

де α – коефіцієнт внутрішнього тертя; χ – параметр зміцнення; Λ – швидкість дилатансії; $\Lambda = \varepsilon_v / \gamma_i$.

Перше з цих рівнянь в просторі напружень визначає миттєву *поверхню текучості*. Друге – *орієнтацію* в тій самій точці *вектора швидкостей приростів пластичних деформацій*.

2.4 Стан питання в нормативній літературі

Сучасне висотне будівництво в Україні потребує вирішення складних питань, пов'язаних із зростанням поверховості забудови та прийнятті при проектуванні таких будинків надійних конструктивних та економічних рішень фундаментних конструкцій.

Надійність проектного рішення та його ефективність в будівництві залежить від теоретичного рівня методу розрахунку основ і фундаментів, обумовлюється класифікацією спеціалістів, їх володінням сучасним розрахунковим апаратом, наявністю моделей ґрунтового середовища, що відповідають сучасному рівню розвитку механіки ґрунтів. Існують діючі нормативи [7] (ДБН В.2.1–10–2009. Основи та фундаменти споруд. Основні положення проектування Мінрегіонбуд України. – К. : 2009. – 104 с.).

Сучасні нормативні методи розрахунку осідання основи фундаментів ґрунтуються на положенні теорії лінійного деформування ґрунтів і справедливі при умові, що розрахункове напруження на підшві фундаменту не перевищує розрахунковий опір ґрунту ($\sigma \leq R$). Розрахунковий опір ґрунту визначається з припущення, що розвиток пластичних деформацій під краями фундаментів досягають глибини $z_{\max} = b/4$. Діючий ДБН вимагає заглиблення фундаменту в надійні ґрунти з достатнім по несучій спроможності запасом. *Ці положення мають достатній рівень надійності.*

Інженерно-математичний апарат ДБН став значно сильніший, ніж в часи Нав'є та Кулона, та все ж ще не зовсім повним. Механіка ґрунтів та фундаментобудування, як теоретичні науки прямої практичної орієнтації, черпають життєві сили із потреб, конструктивних ідей та реальних об'єктів будівництва.

Між теорією та практикою існує тісний взаємозв'язок, в будівництві він проявляється найбільш чітко, ніж в інших інженерних спеціальностях. Складність в тому, що будівлі та споруди є найбільш масштабними із інженерних витворів людини. Тут немає і не може бути дослідних зразків і експериментальних серій, частіше всього об'єкти самі по собі унікальні. Тобто, відсутній той етап інженерної творчості, коли своєчасно можуть бути виявлені та виправлені недоліки рішень, слабкості проекту.

В будівництві все має бути передбачене в проектній майстерні, і міцність і економічна доцільність. Балансування «на краю прірви» потребує точного математичного апарату.

Дослідження І. Я. Лучковського [11] та інших науковців стверджують, що сучасна методика нормативних документів, яка використовує відповідні функції Н. П. Пузиревського при додатковому введенні коефіцієнтів γ_{e1} та γ_{e2} значно збільшує розміри зони пластичних деформацій, тобто завідомо переводить вирішення задачі осідання основи фундаментів в зону пластичних деформацій, але розрахунками це не враховується. Розрахунки та натурні спостереження за деформаціями основи неглибокого закладання показують, що досить часто несуча здатність ґрунтів використовується на 60–70 % при розрахункових деформаціях, які, як правило, менші граничних величин.

Головною особливістю розрахунку фундаментів згідно з діючими ДБН є розрахунок по граничному стану. Розрахункові моделі руйнування основи базуються на уявленні, що поведінка ґрунту описується жорстко-пластичним нестискуваним тілом Кулона і після досягнення дотичними напруженнями деякої межі йдуть безперервні деформації формозміни. Розрахунок по деформаціях ведуть при тисках, що не перебільшує розрахункового опору R , який допускає обмежений розвиток областей граничної рівноваги під подошвою фундаменту.

Діючий розрахунок по граничному стану дозволяє диференційовано враховувати такі несприятливі фактори, як відхилення навантажень та характеристик ґрунтів від нормативних значень, недостовірність розрахункових схем та дає можливість отримати надійне проектне рішення.

Разом з тим, як відомо, стисливість дисперсних ґрунтів в сотні раз перебільшує стисливість будівельних матеріалів наземних будівельних конструкцій, а неврахування дилатансійних властивостей ґрунтів значно знижує економічність прийнятих згідно з ДБН проектних рішень.

Модель суцільного середовища для ґрунтів лише в першому і доволі грубому наближенні відображує їх реальну дискретну структуру. Як відомо, залежність тиск-осідання ґрунтової основи носить чітко виражений нелінійний характер. Над ідеєю врахування незворотності деформування ґрунту дослідники працюють вже давно.

Залежно від властивостей ґрунту і діючих напружень осадка споруди здійснюється в результаті ущільнення чи витискування ґрунту з-під фундаменту. В тому і другому випадку явище осідання обумовлено течією ґрунту. Тому природно, що на перший план розв'язку статичних задач виступає *умова* чи рівняння, що визначають *границю між пружним та текучим* станом ґрунту залежно від напружень.

Великий розкид інженерно-геологічних умов, різноманіття конструкцій споруд виключають стандартний підхід до проектування основ і фундаментів та потребує творчого осмислення. Проект має включати нові досягнення в області механіки ґрунтів. Визначення осідань – кінцевий етап розрахунку. Він передбачає обмеження деформацій фундаментних конструкцій такими межами, які передбачають появу в наземних конструкціях недопустимих для нормальної експлуатації тріщин та пошкоджень, загрозливих з точки зору експлуатації. При цьому $S \leq S_u$.

Для досягнення більш раціонального використання несучої здатності основи фундаментів очевидно, розрахунок деформацій потрібно проводити за межами лінійного деформування ґрунтів. Удосконалення нелінійних методів розрахунку дозволить більш достовірно оцінювати несучу здатність ґрунтів та підвищити навантаження на основу, тобто проектувати більш економічні фундаменти.

Розрахунок осідань за межами лінійної деформативності ґрунтів (при $\sigma \geq R$) складний і можливий лише числовими методами з використанням сучасних ЕОМ.

РОЗДІЛ 3 ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ ГЕОЛОГІЧНОЇ СИТУАЦІЇ ОСНОВИ

3.1 Числові вхідні параметри математичних моделей

Несуча здатність фундаментної конструкції конкретного будівельного майданчика зумовлюється ґрунтовими умовами. При визначенні осадок фундаментів та напружено-деформованого стану ґрунтових основ необхідне врахування основних закономірностей механіки ґрунтів як механіки дисперсних середовищ. До основних закономірностей, що описують механічні властивості дисперсних тіл (ґрунтів), відносяться: стисливість, міцність, опір зсуву, деформативність.

Стисливість ґрунтів обумовлюється зміною їх щільності i , як наслідок, об'єму під дією зовнішніх сил в результаті переупаковки частинок. Це властивість лише дисперсних матеріалів, яка не враховується в механіці суцільних середовищ. Для визначення стисливості ґрунту будується компресійна крива. Іншою особливістю ґрунтів, як дисперсних тіл є водопроникність (спроможність фільтрувати воду). Це змінна величина, що залежить від процесу ущільнення ґрунту під навантаженням.

Обмежена достовірність результатів досліджень при аналізі ґрунтів є темою багатьох дискусій, тому інженери, що використовують дані цих визначень, мають враховувати цю обставину. Вхідних параметрів ґрунту велика кількість, вони змінні, залежать від складної історії їх утворення.

Жоден будівельний матеріал не має такого різноманіття будівельних властивостей, як ґрунт. Досить часто реальна неоднорідність ґрунту не проявляється в результатах інженерно-геологічних вишукувань, оскільки в довільному шарі ґрунту його характеристики мають, як горизонтальну, так і вертикальну зональність.

Якщо всі характеристики однакові в довільних точках маси даного ґрунту, то останній вважають однорідним. Та однорідних ґрунтів в природі не буває, але всі теоретичні положення відносно роботи ґрунту виходять з такого припущення і відносяться до деякого умовного ідеального ґрунту, будь-яка характеристика якого може рахуватись середньозваженою для натурального ґрунту.

При значних відхиленнях характеристик в різних точках маси ґрунту середнє значення цих характеристик може залишатись незмінним.

Такі *відхилення*, як відомо, називаються «*дисперсією*», а середні значення їх – «*статистичною середньою*». Кількість зразків має бути достатньою для обґрунтованого визначення надійних середніх характеристик ґрунту.

Вибір задовільної для будівництва ґрунтової основи – одна із головних проблем будь-якого будівництва.

Враховуючи змінність та складну природу ґрунту ця проблема будівництва потребує ретельного вивчення. Значна частина питань закладена в самій природі ґрунту. Дуже часто у будівельників немає вибору при призначенні основ для будівлі й потрібно рахуватися з тими властивостями, які притаманні ґрунту будівельного майданчика та використовувати ґрунт в природному стані.

При стисканні ґрунту відбувається безперервне перегрупування його частинок, йде поступовий процес дренажу (витіснення із пор води та повітря), стиснення скелету, води, повітря і передача напружень на скелет ґрунту.

Скелет ґрунту та вода, будучи практично нестисливими, не можуть здійснити під навантаженням значного впливу на зменшення об'єму зразка ґрунту. Тому важливо віднести це явище за рахунок витіснення води та повітря із пор.

Із вище сказаного можна зробити висновок, що здатність ґрунту стискатись, в незначній мірі визначається стисливістю матеріалу, з якого складається скелет. Швидше це функція рухомості цього матеріалу, тобто залежить від жорсткості зв'язків та розміщення часток ґрунту, а в дрібнозернистих ґрунтах – від степені зв'язності окремих частинок (це пластичні деформації). Відносне зміщення частинок ґрунту після зняття тиску не призводить до відновлення початкового положення.

Деформації частинок (зерен) ґрунту – пружні. Найбільш повне уявлення про роботу та стан ґрунту дають його фізико-механічні характеристики. Фізичні характеристики ґрунту (щільність, вологість, щільність частинок ґрунту, пористість та інші) відображають фізичний стан ґрунтів. Механічні властивості – це такі, що з'являються в ґрунтах під дією зовнішніх сил (гравітаційні навантаження, удар ...). Механічні властивості оцінюються міцнісними та деформаційними характеристиками.

Згідно з трифазовою моделлю К. Терцагі (1925 р.) ґрунт складається із скелету та пор, які можуть бути заповнені водою (рис. 1.10), ці

складові частини знаходяться в постійній взаємодії, яка активізується при будівництві:

$$V = V_s + V_w + V_g . \quad (3.1)$$

Ця взаємодія складових змінює властивості ґрунтів під час будівництва та при експлуатації споруди. Зміна властивостей ґрунтів є результатом дії процесів, що протікають в них.

В фізиці розрізняють тверді тіла, рідини та гази. Але ґрунти не можна віднести ні до однієї із цих груп. Вони включають в себе тверду, рідку і газоподібну фази, рис. 3.1. Стисливість ґрунтів (зміна об'єму пор дисперсних ґрунтів) в основному здійснюється при ущільненні їх під навантаженням, яке може бути при короткочасній дії динамічного навантаження (механічна вібрація, трамбування) чи при довготривалій дії статичного навантаження (компресії, консолідації). При ущільненні ґрунту жорсткі контакти між мінеральними частинками порушуються, що обумовлює переупаковку частинок і їх більш щільну укладку, змінюється *структура ґрунту*, адже відомо, що рух спричиняє зміну структури системи.

Рисунок 3.1 розглядається як наглядна схема, оскільки в дійсності такого розподілу не буває, та при ознайомленні між окремими складовими (фазами) ґрунту зображення надає суттєву допомогу.

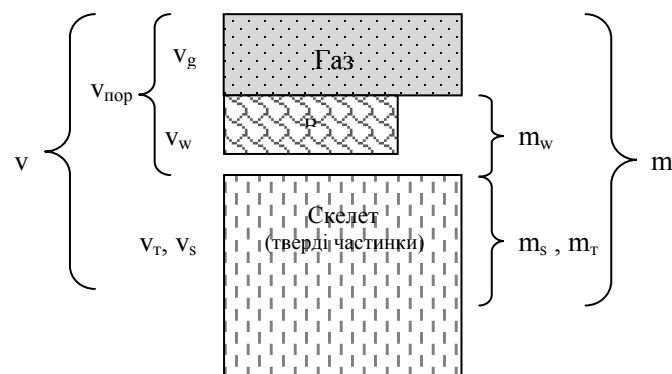


Рисунок 3.1. – Графічна схема ґрунту як трифазної системи (спрощена ідеальна модель К. Терцагі)

В механіці ґрунтів отримало широке розповсюдження співвідношення об'ємів, до числа яких відносяться:

- пористість:

$$n = \frac{V_{nop}}{V} = \frac{\rho_s - \rho_{dry}}{\rho_s} 100\%; \quad (3.2)$$

- ступінь вологості:

$$Sr = \frac{V_w}{V_{nop}} = \frac{\rho_s - \rho_{dry}}{1} \cdot V_{nop}; \quad (3.3)$$

- коефіцієнт пористості:

$$e = \frac{V_{nop}}{V_s}. \quad (3.4)$$

Коефіцієнт пористості e знаходить широке вживання, завдяки тому, що при стисненні зразка ґрунту знаменник (V_s) залишається незмінним.

Масу зразка (проби) ґрунту позначено на рис. 3.1 – m , масу скелету – m_s , масу води – m_w . Співвідношення цих мас складає вологість ґрунту:

$$W = m_w/m_s. \quad (3.5)$$

Основними показниками **фізичних** властивостей ґрунту, що визначаються експериментально із монолітів, які відбираються в процесі інженерно-геологічних вишукувань є:

- щільність ґрунту (маса одиниці об'єму ґрунту):

$$\rho = \frac{m}{V}; \quad (3.6)$$

- щільність твердих частинок ґрунту (маса одиниці об'єму твердої складової ґрунту) визначається лабораторним способом:

$$\rho_s = \frac{m_s}{V_s}; \quad (3.7)$$

- вологість ґрунту:

$$W = \frac{m_w}{m_s}.$$

Решта показників фізичних властивостей ґрунтів визначаються розрахунком на базі основних показників.

Показники щільностей ґрунту ρ, ρ_s, ρ_{dry} свідчать про потенційну можливість ущільнення ґрунту.

Щільність сухого ґрунту:

$$\rho_{dry} = \frac{\rho}{(1 + W)}. \quad (3.8)$$

Показники властивості породи мають прикладне значення та грають роль *числових вхідних параметрів математичних моделей* і саме вони визначають ступінь надійності та точності виконаних розрахунків по теоретичному передбаченні стисливості ґрунтових основ.

В роботі проведено систематизацію та отримано залежності для фізико-механічних характеристик ґрунтів, які слугують вхідними параметрами сучасних розрахункових нелінійних моделей, що дають можливість максимально використовувати природну несучу здатність ґрунтів.

При визначенні критичних значень коефіцієнта пористості e та щільностей ρ в контейнер (рис. 3.2) насипають ґрунт в самому пухкому стані. По мірі ущільнення ґрунту, висота зразку з h^{max} зменшиться до h^{min} в момент максимального ущільнення ґрунту. За умови, що $V_{пор} = 0$, висота зразка стає h_0 .

В процесі ущільнення зразка дуже важко визначити чи досягнуто межі максимально можливого ущільнення. Для орієнтованої перевірки можна користуватись формулою:

$$h^{min} = h_0 \frac{2h_{max} - h_0}{h_{max}}. \quad (3.9)$$

Для визначення мінімальної та максимальної щільності зразка ґрунту можна скористатись даними експериментальних досліджень [17, 23] (рис. 3.2).

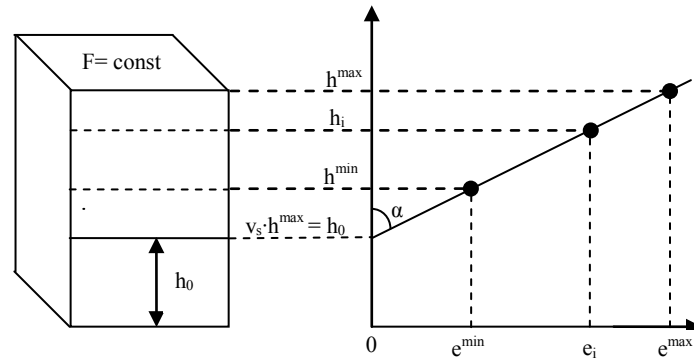


Рисунок 3.2 – Визначення критичних величин щільності ρ та коефіцієнта пористості ґрунту e

Мінімальна та максимальна кількість зразка ґрунту:

$$\rho^{\min} = \frac{m}{F \times h^{\max}}; \quad (3.10)$$

$$\rho^{\max} = \frac{m}{F \times h^{\min}}; \quad (3.11)$$

$$e^{\min} = \frac{h^{\min} - h_0}{h_0}; \quad (3.12)$$

$$e^{\max} = \frac{h^{\max} - h_0}{h_0}. \quad (3.13)$$

Об'єм пор в одиниці об'єму:

$$V_{\text{пор}} = \frac{e}{1 + e}. \quad (3.14)$$

Об'єм твердих частинок в одиниці об'єму:

$$V_s = \frac{1}{1+e}. \quad (3.15)$$

Для прикладу, з метою отримання фізичних характеристик двох ґрунтів (пісок) було взято 2 зразки з непорушеною структурою та із збереженням вологості.

Об'єм кожного зразка $V = h \times F = 10 \times 100 = 1000(\text{см}^3)$. Маса першого зразка – $m_1 = 2,13\text{кг}$, маса другого зразка – $m_2 = 1,75\text{кг}$.

Щільність зразків:

$$\rho_1 = 2,13 \frac{\text{м}}{\text{м}^3}, \quad \rho_2 = 1,75 \frac{\text{м}}{\text{м}^3}.$$

Після висихання зразків $m_1 = 1,82\text{кг}$, $m_2 = 1,44\text{кг}$,

$$\rho_{dry,1} = \frac{m_1}{V} = \frac{1,82}{1000} = 1,82 \frac{\text{м}}{\text{м}^3}, \quad \rho_{dry,2} = \frac{m_2}{V} = \frac{1,44}{1000} = 1,44 \frac{\text{м}}{\text{м}^3}.$$

Питома вага зерен піску, визначена пікнометром $\gamma_n = 2,65 \frac{\text{м}}{\text{м}^3}$ в обох.

Вологість піску в природному стані:

$$\omega_1 = \frac{2,13 - 1,82}{1,82} 100 = 17,04\%, \quad \omega_2 = \frac{1,75 - 1,44}{1,44} 100 = 21,6\%.$$

Пористість піску в природному стані:

$$P_1\% = \left(1 - \frac{1,82}{2,65}\right) 100 = 31,3\%, \quad P_2\% = \left(1 - \frac{1,44}{2,65}\right) 100 = 45,7\%.$$

Об'єм пор в одиниці об'єму піску (в 1 м^3) $V_{пор1} = 0,313 \text{ м}^3$,
 $V_{пор2} = 0,457 \text{ м}^3$.

Об'єм твердих частинок $V_s = V_m = 1 - V_{пор}$:

$$V_{m1} = 1 - V_{пор1} = 1 - 0,313 = 0,687 \text{ м}^3,$$

$$V_{m2} = 1 - V_{пор2} = 1 - 0,457 = 0,543 \text{ м}^3, \text{ або } V_{m1} = \frac{\rho_{dry}}{\rho_s} = \frac{1,82}{2,65} = 0,687 \text{ м}^3.$$

Коефіцієнт пористості:

$$e = \frac{V_n}{V_m} : \quad e_1 = \frac{0,313}{0,687} = 0,456, \quad e_2 = \frac{0,457}{0,543} = 0,841.$$

Визначимо ступені вологості:

$$S_{r,1} = \frac{\rho - \rho_{dry}}{1 \cdot V_{nop}} = \frac{2,13 - 1,82}{1 \cdot 0,313} = 0,99.$$

Отже, ґрунт знаходиться в стані повного водонасичення

$$S_{r,2} = \frac{1,75 - 1,44}{1 \cdot 0,45} = 0,68.$$

Згідно з результатом, стверджуємо, що ґрунт сирий.

Для визначення ε^{\min} , ε^{\max} потрібно насипати зразок ґрунту в контейнер в самому пухкому стані.

Нехай для другого зразка ми маємо той самий об'єм:

$$V = 1000 \text{ см}^3 = h_{\max} \cdot F = 10 \cdot 100;$$

$$h_0 = V_S \cdot h = 0,543 \cdot 10 = 5,43 \text{ см};$$

$$\varepsilon^{\max} = \frac{h_{\max} - h_0}{h_0} = \frac{10 - 5,43}{5,43} = 0,841;$$

$$h_{\min} = h_0 \cdot \frac{2h_{\max} - h_0}{h_0} = 5,43 \cdot \frac{2 \cdot 10 - 5,43}{5,43} = 7,91 \text{ см};$$

$$\varepsilon^{\min} = \frac{h_{\min} - h_0}{h_0} = \frac{7,91 - 5,43}{5,43} = 0,456.$$

Для зразка № 1:

$$h_0 = 0,687 \cdot 10 = 6,87 \text{ см}; \text{ об'єм в рихлому стані } V = 1264 \text{ см}^3;$$

$$h_{\max} = 12,64 \text{ см} \quad (F = 100 \text{ см}^2);$$

$$h_{\min} = 6,87 \cdot \frac{2 \cdot 12,64 - 6,87}{6,87} = 10 \text{ см}.$$

Тобто ґрунт в зразку № 1 знаходиться в найщільнішому стані.

$$\varepsilon^{\max} = \frac{h_{\max} - h_0}{h_0} = \frac{12,64 - 6,87}{6,87} = 0,84 = e.$$

$$\varepsilon^{\min} = \frac{h_{\min} - h_0}{h_0} = \frac{10 - 6,87}{6,87} = 0,456.$$

Для зразка № 1:

$$\rho^{\min} = \frac{m}{F \cdot h_{\max}} = \frac{2,13 \text{ кг}}{100 \text{ см}^2 \cdot 12,64 \text{ см}} = 1,685 \frac{\text{м}}{\text{м}^3};$$

$$\rho^{\max} = \frac{m}{F \cdot h_{\min}} = \frac{2,13 \text{ кг}}{100 \text{ см}^2 \cdot 10 \text{ см}} = 2,13 \frac{\text{м}}{\text{м}^3}.$$

Для зразка № 2:

$$\rho^{\min} = \frac{1,75 \text{ кг}}{100 \text{ см}^2 \cdot 10 \text{ см}} = 1,75 \frac{\text{м}}{\text{м}^3}; \quad \rho^{\max} = \frac{1,75 \text{ кг}}{100 \text{ см}^2 \cdot 7,91 \text{ см}} = 2,212 \frac{\text{м}}{\text{м}^3}.$$

Отримані дані можна використовувати в теоретичних розрахунках основ як вхідні параметри. Вони характеризують геологічну ситуацію ґрунтової основи.

3.2 Стисливість ґрунту. Характеристики основних співвідношень

Механіка ґрунтів – це галузь фізичної науки, яка вивчає стан спокою чи руху ґрунтового масиву, обумовленого дією навантаження. В значній мірі цьому сприяла книга К. Терцагі (1925 р.) «Будівельна механіка ґрунтів». З її появою інженери отримали реалістичні методи визначення стійкості та стисливості ґрунтів.

Основою математичного формулювання напрацьованих в 19–20 століттях теорій (механіки ґрунтів, пружності, пластичності) є абстрактна *ідея про континуум чи неперервність середовища*. Ця ідея складається в передумові про *неперервне розподілення матеріалу* в досліджуваній області, що дозволяє використати для її дослідження математичний аналіз.

Ґрунтовий масив – складний конгломерат дискретних частинок, що мають різну форму та орієнтацію. Для встановлення математичного еквіваленту ґрунту, який би відповідав даним експериментальних спостережень, прийнято статично макроскопічний його еквівалент, який відповідає двом вимогам:

- ця теорія має передбачати зміну відносного розташування частинок в ґрутовому масиві під дією навантаження;
- ця теорія (математичний еквівалент) має давати можливість оцінювати взаємозв'язок між навантаженням та ступенем наближення до стану руйнування.

Так, як зміна відносного розташування частинок це деформація, якою займається теорія пружності, а явище руйнування відноситься до області теорії пластичності, бажано залучення цих двох теорій до дослідження математичного еквіваленту ґрунту.

На ґрунтовий масив можуть діяти два види сил:

- об'ємні, просторово розподілені по всіх елементах ґрунту (гравітація – об'ємна вага, фільтраційні сили);
- поверхневі сили, прикладені до границь тіла (виникають в результаті тиску по границі між тілами).

Для дослідження стисливості ґрунту залучається теорія досліджень напружено-деформованого стану середовища, яка базується на:

- 1) вимогах рівнянь рівноваги;
- 2) вивченні деформацій, що є по суті геометричний напрям аналізу, відомий під назвою теорія деформацій;
- 3) фізичних рівняннях, які є математичною ідеалізацією механізму поведінки матеріалу.

Функціональні залежності між $\sigma - \varepsilon$ (узагальнений закон Гука) це математична ідеалізація механізму поведінки матеріалу (в тому числі і ґрунту) [24].

Напружений стан в довільній точці середовища в прямолінійних прямокутних координатах x, y, z може бути визначений симет-

ричним тензором напружень, де $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – нормальні, а $\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{zy} = \tau_{yz}$ – дотичні компоненти напружень. Важливу роль в теорії напружень грають інваріанти, тобто вирази, скомпоновані із складових тензора напруг T_σ і які залишаються незмінними при повертанні осей координат.

Інваріанти тензора напружень та тензора деформацій через головні напруження та деформації мають вигляд:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, & J_1 &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \\ I_2 &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1, & J_2 &= \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1, \\ I_3 &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3, & J_3 &= \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Іншою групою площадок, що являють значний інтерес, є октаедричні площадки, рівно нахилені до головних осей.

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \quad (3.17)$$

$$\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}. \quad (3.18)$$

З інваріантами напружень вони пов'язані наступним чином:

$$\sigma_{окт} = \frac{1}{3}I_1, \quad \tau_{окт} = \frac{2}{9(I_1^2 - 3I_2)}, \quad \varepsilon_{окт} = \frac{I_1}{3}, \quad (3.19)$$

$$\gamma_{окт} = \frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2}.$$

3.3 Міцність ґрунту. Дослідження ґрунтів на міцність

Під механічними властивостями ґрунтів розуміють їх поведінку під дією зовнішнього навантаження чи при зміні їх фізичного стану (висихання, обводнення). Достовірна оцінка фізико-механічних характеристик ґрунтових основ необхідна для визначення їх деформативності та

стійкості під дією як гравітаційних впливів ваги будівель, дії сейсміки і інших впливів, для запобігання виникнення аварійних ситуацій [4, 5].

Ґрунти за визначенням К. Терцаґі – трифазові системи, найбільш важливими їх характеристиками для будівництва є фізико-механічні характеристики. Достовірна оцінка механічних характеристик ґрунтових основ необхідна для визначення їх деформативності і стійкості від дії гравітаційних впливів ваги споруди, дії сейсміки та інших впливів з метою запобігання виникнення аварійних ситуацій.

Дослідні зразки ґрунту мають якомога краще представляти ґрунт в натуральних умовах, тобто, зразки мають бути не порушеними. Мають бути збереженими щільність, вологість і консолідаційні характеристики ґрунту. Умови дронування при дослідженнях мають відповідати умовам в натурі. Основні види лабораторних досліджень: прямий зріз (зсув), тривісні дослідження.

Вивчення фізико-механічних властивостей ґрунтів є ключовим питанням розвитку інженерної геології. Як дослідження на прямий зріз, так і тривісні дослідження ґрунту (рис. 3.3) дозволяють отримати графік міцності для ґрунту (обвідна Мора).

Прямий зріз. Під дією зсувної сили T верхня частина обойми зміщується по горизонталі поздовж поверхні $f - f'$. Перпендикулярно до цієї поверхні прикладена стискаюча сила N . Для заміру горизонтальних та вертикальних переміщень зазвичай встановлюють індикатори. Оскільки стінка зрізної обойми не допускає поперечних деформацій зразка, умови дослідження можна розглядати як плоский деформований стан.

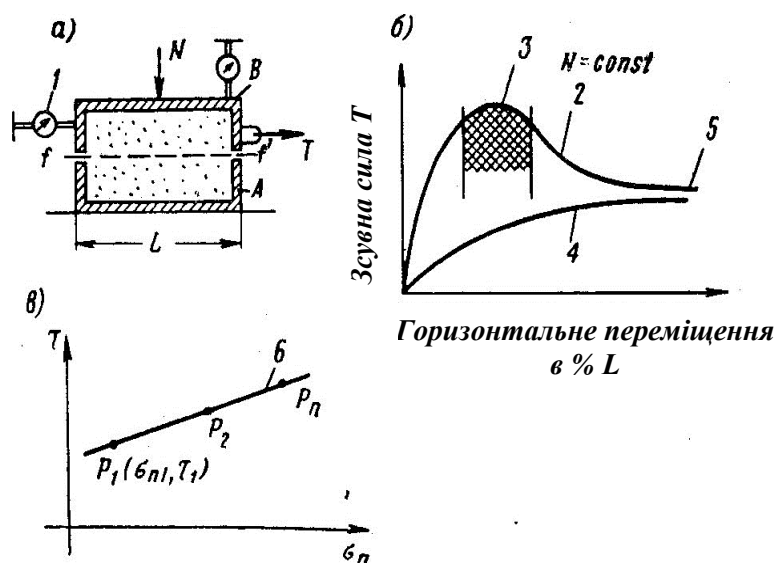


Рисунок 3.3 – Дослідження ґрунту на прямий зріз (зсув): а – схема приладу

Дослідження складається з поступового збільшення сили T при даній вертикальній силі N до моменту руйнування. Руйнування здійснюється лише вдовж $f - f'$. Нормальні та дотичні напруження по поверхні $f - f'$ отримуються шляхом ділення сил на площу перетину $f - f'$. Повторюючи цей дослід для ряду нормальних сил, ми отримуємо обвідну (рис. 3.3в), яка дає криву руйнування для піддослідного ґрунту. Міцністю ґрунту на зсув (рис. 3.3б) вважається пікова міцність в точці 3, чи просто гранична міцність, після якої проявляється текучість ґрунту, чи просто – міцність на зсув.

Тривісні дослідження. Тривісному дослідженню піддають циліндричний зразок ґрунту, бокову поверхню зразка покривають тонкою оболонкою, а торці закривають жорсткими дисками із пористого матеріалу. Створюється зовнішній боковий тиск рідини на оболонку та осевий тиск, який поступово збільшується до руйнування зразка, рис. 3.4а.

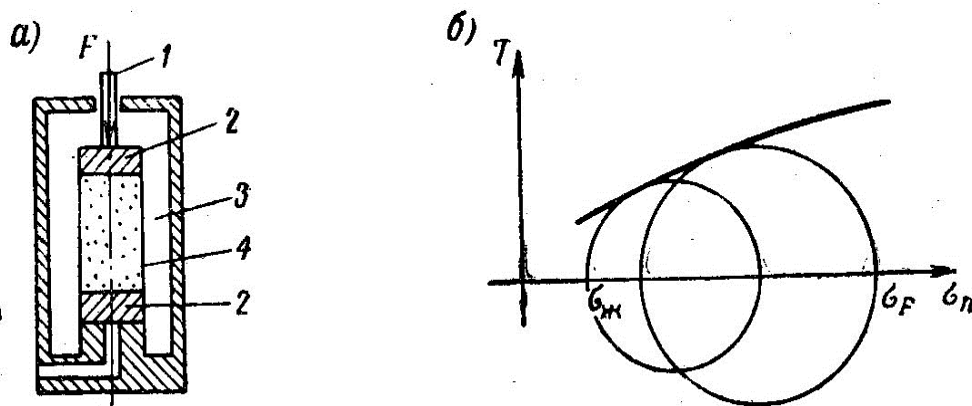


Рисунок 3.4 – Дослідження ґрунту на міцність при тривісному стисненні

Тиск оточуючої рідини $\sigma_{ж}$ та осеве зусилля, поділене на поперечний перетин зразка, σ_F на всіх етапах дослідження розглядаються як найменше і найбільше головні напруження.

Будується критичний круг Мора. Ця операція повторюється для різних навантажень. Проводиться дотична до отриманих кругів, отримуємо обвідна Мора, рис. 3.4б.

3.4 Зміна міцності ґрунту в процесі зсуву

На рис. 3.5 наведено результати тривісних експериментальних досліджень на зсув незв'язних ґрунтів в осях:

осева деформація зсуву γ (ε_1) – мобілізований кут зсуву φ_m і в осях: осева деформація зсуву γ (ε_1) – об’ємна деформація ε_v , для виявлення ефектів контракції та дилатансії рихлих (рис. 3.5а) та щільних (рис. 3.5б) пісків [2, 15]; φ_m – кут внутрішнього тертя ґрунту, кут нахилу дотичної до кругів Мора; φ_f – залишковий кут внутрішнього тертя ґрунту; Λ – коефіцієнт дилатансії; θ – кут поверхневої енергії чи кут дилатансії; $\text{tg}\theta = \Lambda = \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_\gamma}$.

Згідно з Бішопу [25] кут нахилу φ_m дотичної до кола Мора, що відповідає деякій осевій деформації зсуву ε_1 , складається із кута внутрішнього тертя φ_f і кута поверхневої енергії θ (кута дилатансії): $\varphi_m = \varphi_f \pm \theta$. Величину $\text{tg}\theta$ можна визначити по дотичній до графічної залежності (на рис. 3.5) $\varepsilon_v = \varepsilon_v(\gamma)$.

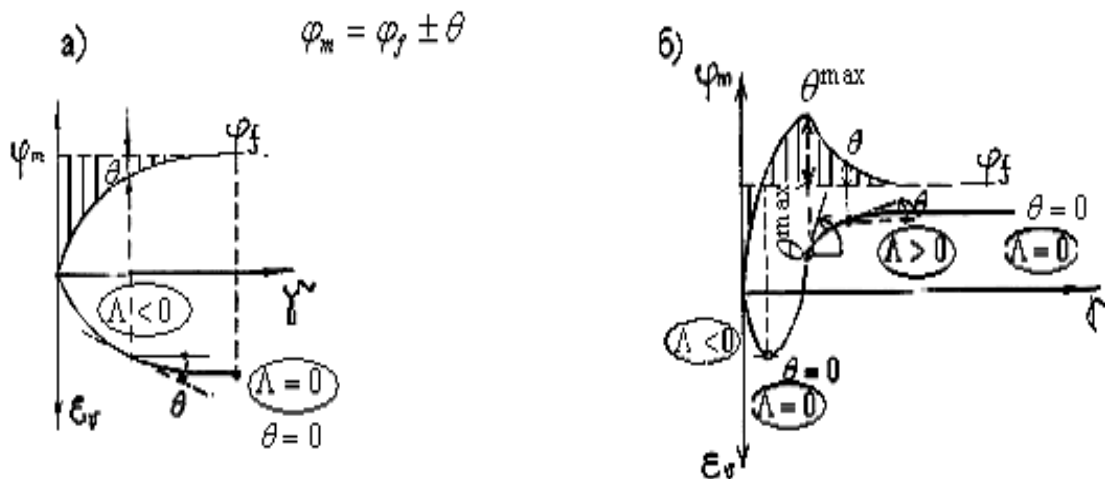


Рисунок 3.5 – Результати тривісних експериментальних досліджень на зсув ефектів контракції та дилатансії рихлих (а) та щільних (б) пісків [16];

φ_m – кут нахилу дотичної до кругів Мора;

φ_f – залишковий кут внутрішнього тертя ґрунту;

Λ – коефіцієнт дилатансії; θ – кут поверхневої енергії чи кут дилатансії;

$$\text{tg}\theta = \Lambda = \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_\gamma}$$

При проведенні експериментів на зсув з рихлими пісками [17, 19] спостерігається зменшення коефіцієнта пористості e (об’єм ґрунту зменшується) і кут дилатансії є від’ємним $\Lambda < 0$ (рис. 3.5а).

На початковій стадії експерименту з щільними пісками (рис. 3.5б) коефіцієнт дилатансії теж від'ємний, $\Lambda < 0$. Потім, коли кут зсуву ґрунту зростає до величини кута внутрішнього тертя φ_f кут дилатансії θ стає рівним нулю.

Потім, будучи вже додатнім, кут θ починає збільшуватись. Максимальна величина кута зсуву φ_{\max} відповідає точці перегину кривої збільшення об'єму $\varepsilon_v = f(\gamma)$. Це точка пікової міцності ґрунту зсуву $\tau = \tau^{\max}$.

Потім мобілізований кут зсуву φ_m зменшується і після зсуву, коли кут дилатансії стає рівним нулю $\theta = 0$, φ_m стає рівним куту чистого внутрішнього тертя φ_f . При цьому опір ґрунту зсуву теж зменшується до свого залишкового значення.

Згідно з експериментальними даними міцність зразка ґрунту понижується до свого залишкового значення при зсуві на декілька сантиметрів (на 20–30 %) після досягнення піка міцності на зсув (точка θ^{\max} на рис. 3.5б). Ефекти дилатансії проявляються аналогічно і для нормально ущільнених глин (рис. 3.5а) і для переущільнених глин (рис. 3.5б).

Як висновок із експериментальних досліджень, результати яких показані на рис. 3.5:

- Коли початкова щільність ґрунту рівна критичній, то об'єм ґрунту при зсуві не змінюється, $\Lambda = 0$, що можливо лише при чистому зсуві.

- Коли початкова щільність ґрунту більша критичної, ґрунт є переущільненим і при зсуві буде розпушуватися, $\Lambda > 0$. Це процес *дилатансії ґрунту* – розвиток системи внутрішніх тріщин від зсувних дотичних напружень τ .

- Коли початкова щільність ґрунту менша критичної, то об'єм ґрунту при зсуві зменшуватиметься, ґрунт почне ущільнюватись, $\Lambda < 0$. Це процес *контракції ґрунту* [15]. Та ущільнення ґрунту буде йти лише до досягнення $\rho = \rho_{cr}$, після чого ґрунт почне розпушуватись. Величина щільності ρ дисперсних ґрунтів лежить в межах $\approx 1,3 - 2,42 \frac{m}{m^3}$.

На рис. 1.7а наведено графік для визначення ρ^{cr} [2, 19] в осях межі зміни щільності ґрунту (по вертикалі) залежно від величини гідрос-

татичного тиску σ_m (вісь по горизонталі) та на рис. 1.7б – внутрішню взаємодію частинок в щільному зернистому ґрунті при дії зсуву. Ґрунт має набути більш відкриту упаковку. При доведенні до максимальної упаковки частинки зміщуються туди, де менший опір, що призводить до збільшення об'єму ($V \uparrow$).

3.5 Критерії текучості ґрунтів

Одна із найбільш важливих задач механіки ґрунтів складається у формування **критерію**, який би вказував, коли порушення всередині ґрунтового масиву отримують розміри та розповсюдження, достатні для управління його поведінкою. Цей критерій відображує межі міцності ґрунту і він має бути узгоджений з напруженнями.

Основні механічні властивості ґрунту визначаються із лабораторних чи польових досліджень.

У фундаментабудуванні рідко вдається провести дослідження в натурному масштабі. Тоді проектувальник має опиратись на теорію, що використовує параметри ґрунту, які дозволяють перейти від умов завантаження в полі до відносно простих експериментів в лабораторії. Ця пропозиція засновується на дослідженні властивостей ґрунтів, які не залежать від навантажень, тобто властивостей, інваріантних при складних напружених станах. Таким чином, лабораторні дослідження мають давати достовірні параметри міцності ґрунту (межу неперервності поля напружень до утворення поверхні розриву). Поверхню текучості чи руйнування можна подати математичною залежністю [24]:

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3). \quad (3.20)$$

З огляду на те, що любе сполучення напружень на ці поверхні відповідає граничному стану чи стану руйнування, визначення її форми є черезмірно важливим. Для цього вводяться поняття гідростатичної осі та перпендикулярної до неї октаедричної площини, що описується рівнянням

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = const. \quad (3.21)$$

Так, як всі точки на цій площині є девіаторний напружений стан, її ще називають девіаторною площиною. Відомими є критерії (умови міцності):

– Критерій Треска (1868):

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = k. \quad (3.22)$$

Поверхнею текучості Треска є шестигранний циліндр, траєкторія руйнування Треска є правильний шестикутник.

– Другою простою функціональною формою для поверхні текучості є циліндр Мізеса (1913). Згідно з його пропозицією руйнування (текучість) настає, коли:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2K^2 = const, \quad (3.23)$$

руйнування розпочинається в момент, коли октаедричне дотичне напруження сягає критичного постійного значення. Траєкторія руйнування – коло.

– Критерій Мора (1900):

$$\tau_{\max} = F(\sigma_n). \quad (3.24)$$

Тобто, дотичні напруження в стані текучості є функцією нормальних напружень σ_n , що діють в площині, яка розглядається. Залежність графічно зображується кривою АВ, яку називають обвідною Мора. Любий напружений стан ґрунту можна подати кругами Мора в площині $\sigma_n - \tau$, рис. 4.5, 4.8. Для всякого круга, що лежить всередині обвідної Мора сполучення дотичних і нормальних напружень буде відповідати стійкому стану.

– Для оцінки приходу граничного стану (початку порушення рівноваги між частинками ґрунту і його агрегатами, перехід ґрунту в стан пластичної течії) використано в роботі октаедричну теорію міцності та критерій текучості Мізера–Шлейхера–Боткіна, рис. 2.1:

$$\tau_{\text{окт}} = f(\sigma_{\text{окт}}); \quad f(\sigma_{\text{окт}}, \tau_{\text{окт}}) = 0. \quad (3.25)$$

РОЗДІЛ 4 ЗАГАЛЬНИЙ СТАН ПИТАННЯ СУЧАСНОЇ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ. ВИЗНАЧАЛЬНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

4.1 Поверхня навантаження

Матеріали – кості тварин, ґрунт, деревина рослин мають деякі границі несучої спроможності, які не можуть бути перевищені. Величина об'єкту обумовлюється зусиллями та напруженнями, які в змозі витримати його скелет, а також деформаціями, які не можуть бути платнею за функціонування організму чи цілісність об'єкта. Приблизно так звучать фундаментальні висновки про живу та неживу природу, зроблені з інженерних позицій біля 5 століть назад Галілеєм [20].

Після цього було відкриття Гука – новий ключ до пояснення природи твердих тіл. Тверді тіла пружні, вони наполегливо опираються зовнішнім впливам, їм властиві свої особливості поведінки.

В XVIII–XIX століттях був стрімкий розвиток науки. Якісно новою формою його розвитку стали інтегральне та диференціальне числення, з'явилась форма абстрактного наукового мислення.

Серед великого різноманіття тіл в природі лише мала частина має спроможність повністю відновлювати свою форму та розміри після закінчення дії зовнішніх зусиль. Більшість же тіл вже при помірних зовнішніх впливах отримують незворотне деформування. Виникнення та характер залишкових деформацій неоднакові для різних класів тіл. Для ґрунтів 95 % деформацій є залишковими, незворотними.

Для математичної постановки задач механіки необхідні співвідношення, що визначають зв'язок між силовими та кінематичними параметрами в елементі середовища. В рамках теорії пружності такими визначальними співвідношеннями є рівняння Гука, що пов'язують кінцеві значення напружень і деформацій, основою для їх отримання слугують закони термодинаміки зворотних процесів.

При наявності в ґрунті великих областей розвитку граничного стану рішення задач геомеханіки в пружній постановці стає неправомірним та потребує розгляду змішаної *пружно-пластичної задачі*. Пластичні деформації ґрунтового середовища є процесом незворотнім. *Поверхня навантаження*. В результаті зміни зовнішніх сил, що діють на тіло, і переміщення його границь, здійснюється зміна НДС кожного його елемента.

Процес зміни напружень σ_{ij} в елементі тіла називають *процесом навантаження*, а зміну його деформацій ε_{ij} – процесом деформування ($i, j = 1, 2, 3$), а під траєкторією, чи шляхом навантаження розуміють графік (траєкторію), що викреслює кінець вектора напружень. Границя пружних деформацій співпадає з поверхнею навантаження. Фізичним змістом цієї області в просторі навантаження є те, що в межах цієї області ґрунт веде себе пружно. При навантаженнях, що знаходяться (чи що відповідають напруженням) зовні цієї області, розвиваються незворотні пластичні зсувні та об'ємні деформації.

В силу зворотності деформацій пружне тіло має ту властивість, що результат (стан) деформування повністю визначається результатом (станом) навантаження і не залежить від виду процесу навантаження. Кожній траєкторії навантаження відповідає своя траєкторія деформування, та які б не були траєкторії навантаження, що приводять до одного й того ж НДС, результуюча деформацій буде однаковою.

Для не пружних тіл ця властивість *незалежності від історії* навантаження зовсім втрачається.

Та для деяких реальних тіл зберігається інша, більш часткова властивість пружності: *результати деформування не залежать від швидкості процесу навантаження* в даний напружений стан. Такі тіла мають назву пластичних, точніше – пружно-пластичних.

Пружно-пластичні тіла (представниками їх є метали, сплави, ґрунти та ін.) мають низку характерних властивостей, однією із яких є їх поведінка в експерименті на чистий зсув. На рис. 4.2 подано характерну діаграму залежності дотичного напруження τ від зсуву γ для пружно-пластичного матеріалу.

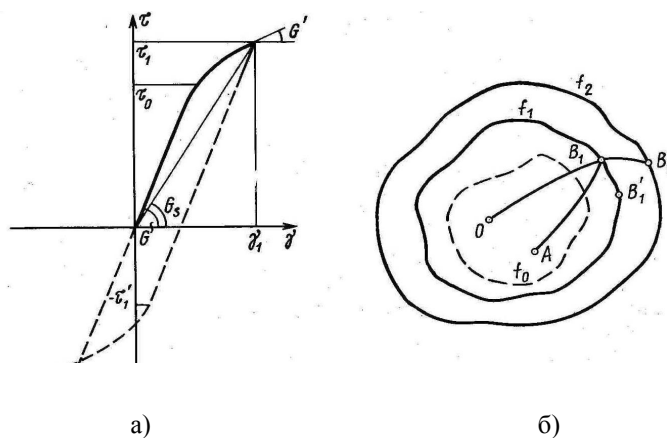


Рисунок 4.1 – Характерна діаграма залежності дотичного напруження τ від зсуву γ для пружно-пластичного матеріалу (а), поверхня навантаження (б)

На рис. 4.1 від початку координат в наявності область чисто пружної поведінки (пряма $0 - \tau_0$) з кутовим коефіцієнтом G (G – модуль пружного зсуву). Деформації, що виходять за вказаний діапазон, є вже не пружними, τ_0 та τ'_1 можна назвати межею пружності. Подальше навантаження ($\tau_0 - \tau_1$) йде по криволінійній залежності. Якщо при ($\tau = \tau_1$) здійснити розвантаження, (пунктир на рис. 4.1), то зв'язок між $\tau - \gamma$ знов стає пружним з тим же модулем G .

При подальшій зміні напруження τ приріст деформацій γ буде залишатись пружним поки τ не стане рівним τ_1 , чи зменшуючись, не досягне деякого значення τ'_1 . Таким чином, для матеріалу, що отримав непружну деформацію γ_1 , новою прямою межею пружності буде τ_1 , а зворотною – τ'_1 (рис. 4.1). Очевидно, що $\tau_1 \geq \tau_0$. Ця нерівність відповідає випадку зміцнення матеріалу, тобто підняттю межі пружності в процесі деформування. Помічено, що для матеріалів, що зміцнюються, величина оберненої межі пружності, як правило, падає: $\tau'_1 < \tau_0$. Це явище носить назву ефекту Баушингера (*матеріал зміцнюється по відношенню до прямої межі пружності і розміцнюється у відношенні зворотної*).

Узагальнення вказаних вище властивостей пружно-пластичного тіла на випадок складного напруженого стану приводить до концепції про існування *поверхні навантаження*, рис. 4.1б (В. Прагер, 1949 р.). Тоді логічно подавати деформацію ε_{ij} як суму пружної (зворотної) ε^e_{ij} та пластичної (незворотної) ε^p_{ij} частин:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + \varepsilon^p_{ij}. \quad (4.1)$$

Пластичність – це явище, що характеризується історією навантаження, тому необхідно обраховувати похідні чи прирости пластичних деформацій в процесі навантаження, а потім знаходити сумарні деформації шляхом додавання. Приріст пластичних деформацій визначається за відомими рівняннями Прандтля–Рейса [28]:

$$d\varepsilon^p_{ij} = S_{ij} \cdot d\lambda. \quad (4.2)$$

4.2 Основна нерівність пластичності

Нова незворотна деформація в пружно-пластичних тілах не може виникнути сама по собі, для її створення потрібно затратити енергію (Д. Друкер, 1951 р.). Це положення, яке деколи називають постулатом стійкості пружно-пластичного матеріалу не дивлячись на уявну аморфність є вельми дійовим при встановленні залежності «напруження-деформації».

Із постулату стійкості випливає: якщо в замкненому циклі прикладання і зняття зовнішніх сил виникає пластична деформація, то робота цих сил на викликаних ними переміщеннях має бути додатна. В іншому випадку вона має дорівнювати нулю:

$$\oint_{\sigma} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \geq 0. \quad (4.3)$$

Тут (4.3) використано звичайне визначення елементарної роботи внутрішніх сил і значком σ відмічено, що процес замкнений по напруженнях. Напруження σ_{ij} , що фігурують в (4.3), є різницею між повними напруженнями та самонапруженнями σ_{ij}^0 . σ_{ij}^0 – деяке початкове самонапруження в тілі, яке може бути як не натуральне так і натуральне, наприклад, сили молекулярної взаємодії. Якщо тензору σ_{ij} придати зміст повних напружень, то для загального випадку основна нерівність пластичності

$$\oint_{\sigma^*} \sigma_{ij}^* d\varepsilon_{ij}^p \geq 0; \quad \sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0, \quad (4.4)$$

і цикл замкнений по напруженням σ_{ij}^* .

Основна нерівність пластичності (4.4) стверджує, що вектор приростів пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$, який виникає при довантаженні $\delta\sigma$ із стану σ , на поверхні навантаження має складати не тупий кут з любым вектором $\Delta\sigma$. Звідси витікає, що:

– поверхня навантаження f для довільного стану σ має бути невігнутою;

– вектор приростів пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$ в регулярній точці поверхні навантаження направлений по її зовнішній нормалі (*принципи градієнтальності*).

4.3 Асоційований та неасоційований закони пластичності

Приймаючи до уваги а) – концепцію поверхні навантаження та б) – основну нерівність пластичності, можна заключити, що в регулярній точці поверхні навантаження

$$d\varepsilon_{ij}^p = \delta\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad f = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \delta\sigma_{ij} \geq 0, \quad (4.5)$$

або в силу градієнтальності вектор $d\varepsilon_{ij}^p$ та вектор-градієнт функції f , що має компонентами складові тензора $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$, колінеарні (паралельні).

Отримані співвідношення (4.5) як видно, зв'язані, асоційовані з функцією навантаження f , тому їх називають асоційованим законом пластичності.

Характеристики напружень та швидкостей деформацій співпадають лише при асоційованому законі, запропонованому в 1952 р. Д. Друкером і В. Прагером. Основна перевага цієї теорії – характеристики поля напружень і деформацій σ і $\dot{\varepsilon}$ співпадають (паралельні), і область, що знаходиться в граничній рівновазі, можна визначити однозначно. У моделей із змінною дилатансією характеристики поля швидкостей змінюють свої кути в ході деформування, прямуючи до ортогональності в критичному стані. При

$$\rho = \rho_{cr}, \quad F\left(\frac{\rho}{\rho_{cr}}\right) = F(1) = 0. \quad (4.6)$$

Різні теорії відрізняються формою завдання функції f та вибором її аргументів. Вид функції f може бути достатньо різномірний, але коли матеріал у вихідному стані є ізотропним, то поверхня навантаження f може залежати лише від інваріантів девіатора напруг S_{ij} , а оскільки у девіатора напруг лише два незалежних інваріанти, за які можна взяти інтенсивність дотичних напружень T та максимальне дотичне напруження τ_{\max} , то загальний вигляд умови ідеальної пластичності буде:

$$f(T, \tau_{\max}) = 0, \quad (4.7)$$

і найбільш часто умовами текучості, що використовуються, будуть два крайніх часткових випадки співвідношення (4.7):

$$T = const, \quad \tau_{\max} = const. \quad (4.8)$$

Перший випадок називають умовою Мізеса, другий – умовою Треска.

В роботі, в числових розрахунках використано неасоційований закон пластичної течії (4.9). Неасоційований закон пластичної течії:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}; \quad F \neq f \quad (4.9)$$

є математичною ідеалізацією механізму поведінки ґрунту при роботі ґрунту за межами пружної області в пластичному стані деформування.

В матеріалах, що мають внутрішнє тертя (ґрунти, бетони) зміна в процесі навантаження середнього напруження σ_m приводить до порушення колінеарності векторів приростів зсувних напружень та деформацій. В цьому випадку $F \neq f$, де F – пластична екіпотенціаль; f – поверхня навантаження (поверхня текучості). *Для коригування колінеарності* цих векторів в *дилатансійній теорії* в вектор пластичних деформацій вводиться складова *приростів об'ємної деформації дилатансії ґрунту* $d\varepsilon_{шар}^p$.

При використанні дилатансійної моделі В. М. Ніколаєвського [14] пластична екіпотенціаль F є фіктивною, вона не збігається з поверхнею текучості f . Лише лінія, дотична до екіпотенціалі F , ортогональна до вектора приростів пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$.

При $\Lambda < 0$, пластичні екіпотенціалі мають вигляд еліпсів ($\Lambda = \varepsilon_V / \gamma_i$), пластичний зсув $d\gamma^p$ в елементі середовища супроводжується зменшенням об'єму: $d\varepsilon_{ij}^{(p)} < 0$.

При $\Lambda > 0$, пластичні екіпотенціалі мають форму гіпербол, пластичний зсув $d\gamma^p$ викликає збільшення об'єму елемента середовища: $d\varepsilon_{ij}^{(p)} > 0$.

Частковий випадок $\alpha = \Lambda > 0$ відповідає перетворенню гіпербол в прямі лінії. Лише в цьому випадку пластична екіпотенціаль F злива-

ється з поверхнею текучості f (з прямою Кулона-Мора) і має місце так званий асоційований закон течії.

Випадок $\Lambda = 0$ відповідає критичному стану середовища – еквіпотенціаллю є пряма лінія, паралельна осі тиску.

Асоційований закон течії не відповідає експериментальним даним, отриманим при непружному деформуванню геоматеріалів та пористих середовищ $\alpha \neq \Lambda$ і характеристики поля швидкостей і напружень не співпадають.

В середині зсувної полоси деформування має розвиватись з перебудовою внутрішньої структури при прямованні ефективної швидкості дилатансії Λ до нуля.

До прикладу [16], з точки зору дилатансійної пружно-пластичної моделі спад сейсмічних швидкостей (на 10–20 %) є передвісником землетрусів, вказана аномалія відповідає непружному розрихленню (розкриттю тріщин) із-за концентрації напружень в земній корі (наприклад, у вершині розлому) перед землетрусом. Більш того, сейсмічна аномалія може бути різних знаків, оскільки розрихлення в одній частині масиву може переходити в ущільнення в іншій. Виникнення і розвиток дилатансійних зон в умовах дії сухого тертя є головним джерелом дисипації механічної енергії землетрусу.

Ефект акустичної емісії в природі відомий у «співучих» пісків, цей ефект пов'язується з проявами дилатансії при зсуві [19]. Перерозподіл тиску при відсутності дренажу регулюється стисливістю матеріалу фаз.

Аналітичне визначення умов приходу граничного напруженого стану базується на експериментально встановлених залежностях граничного опору зсуву від величини діючих напружень.

Поверхня навантаження може змінюватись в процесі активного навантаження, коли в результаті виникає зміцнення і діаграма $\tau - \gamma$ була монотонно зростаючою, рис. 4.1. Та можливі випадки, коли поверхня навантаження нерухома і в просторі напружень співпадає з початковою f_0 , така поверхня навантаження матиме наступне аналітичне подання:

$$f(\sigma_{ij}) = 0. \quad (4.10)$$

Поверхня навантаження f грає вирішальну роль при встановленні залежності $\sigma - \varepsilon$. Та нічого більше, ніж неугнутість загальна теорія дати не може. Лише в частковому випадку ідеальної пластичності можлива деяка конкретизація форми поверхні навантаження (умови текучості), якщо матеріал є ізотропним, тобто має однакові властивості незалежно від вибору напрямку, від знаків напружень і деформацій.

Оскільки в цьому випадку функція навантаження f залежить лише від інваріантів напружень, в якості яких можна взяти три головні напруження, то умова текучості в тривимірному просторі головних осей $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ в силу незалежності від гідростатичного тиску є циліндром з віссю, рівно нахиленою до головних осей (циліндр Мізеса, $T = Const$, рис. 4.2а, чи шестигранник Треска, $\tau_{\max} = Const$, рис. 4.2б).

Тому повне уявлення про умову текучості в цьому випадку дає крива текучості, що утворюється циліндром Мізеса чи шестигранною призмою Треска з девіаторною площиною $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ простору головних напружень, це коло чи шестигранник на рис. 4.2. Ця площина з різними кривими текучості та проєкціями головних осей подана на рис 4.2.

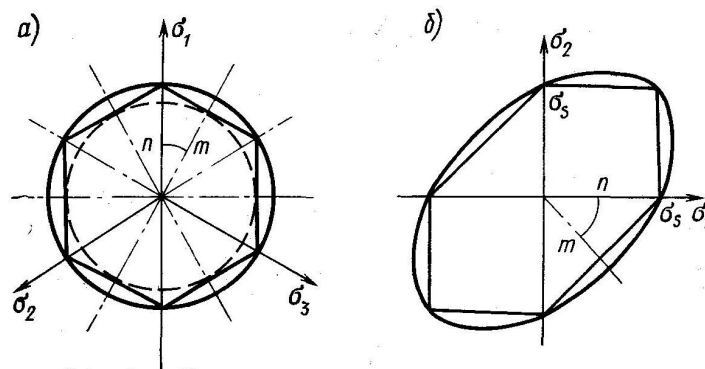


Рисунок 4.2 – Криві текучості (циліндр Мізеса) та (шестигранна призма Треска) в проєкціях головних осей

Таким чином, **геометричним місцем точок переходу з пружного в пластичний стан є гранична поверхня f .**

Найбільш часто використовують умову текучості Мізеса та Треска, які в головних осях подаються формулами:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2, \quad (4.11)$$

$$2\tau_{\max} = \max[(\sigma_1 - \sigma_2), (\sigma_2 - \sigma_3), (\sigma_3 - \sigma_1)] = 2\tau_s, \quad (4.12)$$

де σ_s, τ_s – постійні. Відповідними їм є криві текучості (геометричним місцем яких і є гранична поверхня – геометричне місце точок переходу із пружного в пластичний стан) на рис. 4.2 є кола (кола Мізеса) та правильні шестикутники (шестикутники Треска).

Часте використання знаходить також модель Кулона–Прантля, найпростіша пружно-пластична модель передбачає пружну поведінку середовища при $\sigma <$ межі текучості і просту (без зміцнення і розміцнення) *рівнооб'ємну (з нульовою дилатансією)* пластичну течію при напруженнях на межі текучості. Перевагою цієї моделі є простота, використання характеристик E, ν, c, φ , які використовуються в інженерних розрахунках та визначаються стандартними методами при геологічних вишукуваннях.

4.4 Основні закони пластичності

Теорії пластичності поділяються на два види в залежності від того, чи в їх основі лежать рівняння, що пов'язують напруження та деформації, чи рівняння, що пов'язують напруження та швидкості деформацій. Перша має назву *деформаційна теорія пластичності*, друга – *теорія пластичної течії*.

Перед описанням основних законів пластичності необхідно сформулювати умову текучості, яка є критерієм переходу із пружного стану в пластичний. Критерій засновується на припущенні, що стан текучості можна подати через напруження і він не залежить від шляху навантаження в пружному стані (4.10):

$$f(\sigma_{ij}) = 0.$$

Цим умовам текучості для точки середовища, яка розглядається, відповідають *деякі поверхні* в тривимірному просторі головних напружень.

Для ізотропних тіл умови текучості можуть бути подані співвідношеннями $g(I_1, I_2, I_3)$ чи $g(J_1, J_2, J_3)$ між інваріантами тензора та девіатора напружень.

Для простих напружених станів – простого розтягу та простого зсуву критерій має переходити у відповідні умови текучості:

$$\sigma = \sigma_T, \text{ або } \tau = \tau_T. \quad (4.13)$$

Умовам текучості для точки, що розглядається може бути надана *геометрична інтерпретація* у вигляді *поверхні текучості*, побудованої в тривимірному просторі.

Напрацьовано умови текучості, в яких виникнення пластичного стану ставиться в залежність від дотичних та нормальних напружень, що діють на октаедричних площадках. Вони достатньо добре виправдані експериментом і можуть слугувати надійною основою для розв'язку практичних питань. Однією із розповсюджених є умова текучості, запропонована Мізесом–Шлейхером–Боткіним, рис. 2.1. Згідно з цією теорією граничне напруження зсуву по октаедричних площадках є функцією середнього нормального тиску.

$$T = f(\sigma_{окт}). \quad (4.14)$$

В якості граничної поверхні приймається також обвідна Мора. При плоскому напруженому стані зручним та наглядним способом охарактеризувати напружений стан в точці є графічний прийом, запропонований О. Мором, що носить назву *круги Мора*. Діаграма Мора (1882 р.) графічно подає напружений чи деформований стан в точках ґрунтового масиву, наглядно показує важливі співвідношення, які важко було б отримати іншим шляхом.

Прийнявши осі координат за головні напрямки (рис. 4.3), можна записати:

$$p_{n1} = \sigma_1 \cdot \cos(n,1), \quad p_{n2} = \sigma_2 \cdot \cos(n,2), \quad p_{n3} = \sigma_3 \cdot \cos(n,3). \quad (4.15)$$

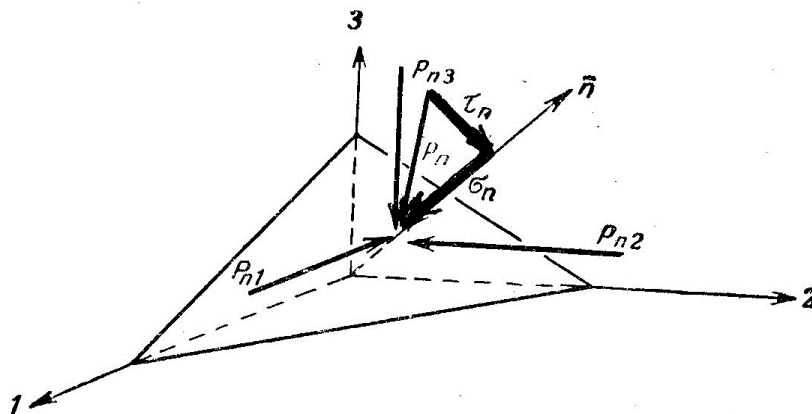


Рисунок 4.3 – Компоненти напружень по площадці, що діють по головним напрямкам

Рівнодіючу напружень $p_n^2 = p_{n1}^2 + p_{n2}^2 + p_{n3}^2$ можна подати як нормальне та дотичне напруження на площині з нормаллю n

$$p_n^2 = \sigma_n^2 + \tau_n^2. \quad (4.16)$$

Отто Мором для площини з нормаллю n залежності між нормальними і дотичними напруженнями подано у вигляді:

$$\begin{aligned} \tau_n^2 + \left(\sigma_n - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right)^2 &\geq \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 \\ \tau_n^2 + \left(\sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)^2 &\leq \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right)^2 \end{aligned} \quad \tau_n^2 + \left(\sigma_n - \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2}\right)^2 \geq \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2. \quad (4.17)$$

Графічне подання рівнянь (4.17) (кругів Мора) на рис. 4.4–4.7

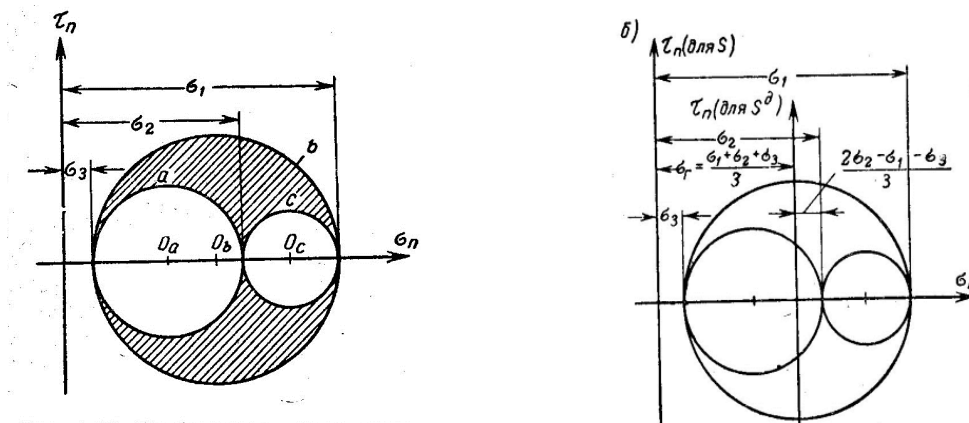


Рисунок 4.4 – Графічне подання рівнянь 4.17

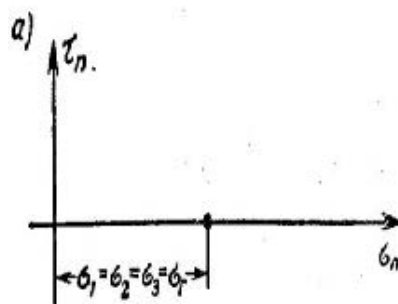


Рисунок 4.5 – Діаграма Мора для напружень

Будь-який напружений стан можна подати кругами Мора в площині $\sigma_n - \tau_n$. Для кожного круга, що лежить всередині згинаючої Мора (круги a та b на рис. 4.6, 4.5) сполучення дотичних і нормальних напружень буде відповідати стійкому стану ґрунту, тобто всі точки, що лежать на прямій між точками C і C' , мають однакове нормальне напруження σ_c , але в точках C і C' дотичні напруження є критичними.

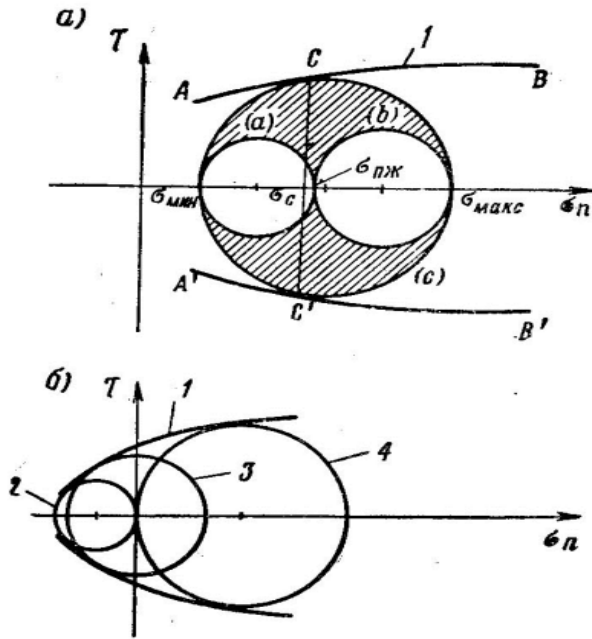


Рисунок 4.6 – Критерій руйнування Мора
 а) система кругів Мора для просторового напруженого стану з криволінійною обвідною; б) круги Мора для випадків простого стиснення, простого розтягу і чистого зсуву: 1 – обвідна Мора; 2 – простий розтяг; 3 – чистий зсув; 4 – просте стиснення

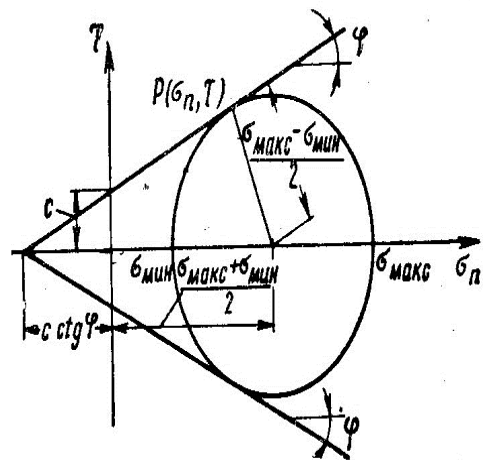


Рисунок 4.7 – Заміна криволінійної обвідної граничних кругів Мора двома прямими

Критерій Мора не залежить від проміжного головного напруження. Таким чином, обвідна Мора (чи критерій руйнування) – це геометричне місце дотичних точок, що відповідають кругам в площині $\sigma_n - \tau$, утвореним максимальними різницями головних напружень, при яких здійснюється руйнування.

Головним недоліком критерію Мора є криволінійна форма обвідної, і тому вид функції $\tau_{\max} = F(\sigma_n)$ невідомий. Заміна обвідної форми двома прямими лініями, нахиленими під кутом φ до осі σ_n (рис. 4.7, 4.8) приводить до залежності:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} - 2c \cos \varphi + (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sin \varphi. \quad (4.18)$$

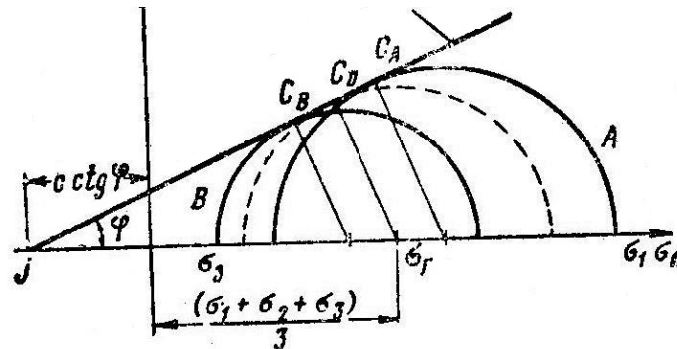


Рисунок 4.8 – Графічне подання умови руйнування в площині $\tau - \sigma_n$

Виразивши це рівняння обвідної через τ та σ_n отримаємо більш вживану форму:

$$\tau = \sigma_n \operatorname{tg} \varphi + c. \quad (4.19)$$

В цій формі критерій був отриманий емпіричним шляхом в 1776 р. Кулоном при дослідженні ним підірних стінок.

Частковий випадок співвідношення (4.19) (при $c = 0$) називається сухим кулоновим тертям. Рівняння Кулона (4.19) пов'язує **граничне дотичне напруження з нормальним напруженням в критичній площині**.

Критерій Мора (4.19) виражає граничне співвідношення лише через головні напруження.

Траєкторія руйнування в девіаторній площині для критерію Мора–Кулона на рис. 4.9. Для можливості порівняння різних критеріїв руйнування на рис. 4.9 приведено траєкторії руйнування Треска та Мізеса.

- Поверхня текучості Мора–Кулона – поверхня шестигранної піраміди.
- Поверхня текучості Мізеса – круг.
- Поверхня текучості Треска – шестикутник.

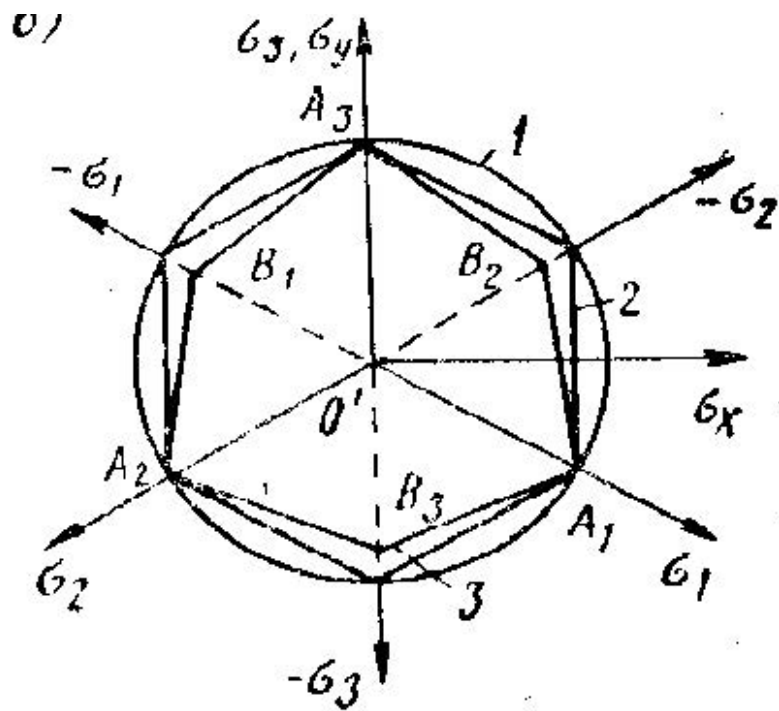


Рисунок 4.9 – Траекторія руйнування (текучості) в девіаторній площині для критерія Мізеса, Треска та Мора–Кулона; 1 – круг Мізеса; 2 – шестикутник Треска; 3 – рішення Мора–Кулона

РОЗДІЛ 5 ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ ГЕОМЕХАНІКИ ЗА ЧИСЛОВИМ МГЕ

5.1 Запис рівнянь стану в числовому МГЕ

Спеціалісти в областях фізичних наук (будівельники в тому числі) широко використовують на теперішній час числові методи і ЕОМ. На сьогодні числовий аналіз стає необхідним елементом проектування відповідальних об'єктів геотехнічного будівництва – фундаментів багатопверхових будівель, підземних споруд.

Для визначення НДС ґрунтової основи під навантаженням проектувальник отримує систему 15 диференціальних рівнянь в частинних похідних та граничні умови. Це рівняння статички, геометричні рівняння, фізичні рівняння.

Прогнозувати розв'язок НДС ґрунту за допомогою кінематичних методів розрахунку неможливо із-за математичних ускладнень по отриманню аналітичного розв'язку цієї системи. Необхідні сучасні числові методи та моделі.

В роботі використано числовий МГЕ [3, 4], в якому крайова задача із 15 диференціальних розрахункових рівнянь зводиться до інтегрального рівняння, яке потребує дискретизації лише границі та значно зменшує число вузлових точок.

Сучасні можливості числової реалізації, ЕОМ, дозволили розширити та покращити формулювання проблеми, пов'язану з розв'язком отриманого в результаті перетворень інтегральним рівнянням стану. МГЕ – достатньо універсальний, його можна застосовувати до лінійних та нелінійних рівнянь (систем рівнянь) любого роду та порядку, для аналізу пружних і пластичних тіл.

В процесі розрахунку та проектування інженер має справу з ідеалізованою дійсністю – її математичною моделлю чи розрахунковою схемою. Реальні геологічні умови не можуть бути повністю враховані. Тому прийняття проектного рішення потребує особливої уваги до вибору найбільш адекватної моделі.

Як відомо, числове інтегрування більш стійкий процес, ніж числове диференціювання. Числовий МГЕ потребує використання ЕОМ і, що є загальним для наближених числових методів, зводить розрахункові рівняння до розв'язків СЛАР високих порядків. Запис системи

15 диференційних розрахункових рівнянь в узгодженнях про підсумовування Ейнштейна має наступний вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x), \quad (5.1)$$

де $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$ – статичні рівняння рівноваги; $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ – геометричні рівняння; $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$ – фізичні рівняння середовища.

- Теорія напружень заснована на вимогах рівноваги.

- Вивчення деформацій це по суті геометричний напрям аналізу, відомий під назвою теорія деформацій.

- Фізичні рівняння являють математичну ідеалізацію механізму поведінки матеріалу.

При розгляді нелінійної задачі інтегральне рівняння, отримане К. Бреббія [3, 16], набуває вигляду:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \sigma^* \varepsilon_{jk}^p d\Omega, \quad (5.2)$$

де u – заданий вектор переміщень на контактній границі фундаментної конструкції; p – шуканий вектор напружень на границі; u^* , p^* , σ^* – ядра граничного рівняння чи функції впливу МГЕ, це двоточкові функції, їх компоненти – переміщення та напруження довільної точки поля в напрямку «і» (точка нагляду) від сили $P = 1$, прикладеної в напрямку «j» (джерелі) – прийнято рішення Р. Міндліна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним збурюючим впливам ($P = 1$) в півпросторі. Ядра інтегрального рівняння характеризують собою досліджуване середовище. Саме рішення Р. Міндліна тотожно задовольняють граничним умовам на границі (рівність нулю напружень на границі півпростору) та значно понижують об'єм обчислювальних робіт, необхідний для рішення задачі; c_{ij} – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого, з'являється при переводі крайової задачі до інтегрального рівняння (5.1) для отримання єдиного рішення; Γ , ξ , x , Ω – відповідно гранична поверхня фундаме-

тної конструкції, точка збурення, точка нагляду та границя трикутних осередків активної зони ґрунту [3, 13].

Числова реалізація рівняння стану (5.2) складається із етапів:

1 – Контактна границя фундаментної конструкції та ґрунтової основи розбивається на ряд елементів (ГЕ), на яких граничні зусилля задаються за допомогою інтерполюючих функцій (використано постійні лінійні граничні елементи). Активна зона навколо плитної основи дискретизувалась трикутними осередками.

2 – Рівняння (5.2) записувалось в дискретній формі для кожного вузла границі та обчислювались інтеграли по кожному граничному елементу, використано числові схеми інтегрування Гауса та Хамера. В результаті отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).

3 – Рішення СЛАР дає вектор невідомих напружень на границі, за якими визначається несуча спроможність фундаментної конструкції на кожному кроці навантаження.

5.2. Обґрунтування можливості використання рішень

Р. Міндліна для пружного півпростору для компонування матриці піддатливості (матриці впливу МГЕ)

Використання МГЕ залежить від можливості побудови фундаментальних рішень. Фундаментальне рішення еквівалентне потенціалу поля, утвореного одиничним джерелом. В роботі – це розв’язки Р. Міндліна для півплощини.

В задачах, де умови задаються на поверхні ґрунту чи рідини, зручно розглядати фундаментальні рішення для напівнескінченного простору. Ці рішення підбираються таким чином, щоб тотожно задавались граничні умови на поверхні, тоді при використанні МГЕ не потрібно задавати ГЕ на ці границі. Так Р. Міндлін розглянув задачу визначення поля, що виникає під дією зосереджених нормальних та дотичних сил в півнескінченному пружному полі простору.

З точки зору сучасних уявлень про роботу висячих паль (паль тертя), фундаментних плит та інших різновидів фундаментних конструкцій, несучу спроможність їх P визначають длялюбих ґрунтів, як суму двох складових:

$$P = P_{\text{он}} + P_{\text{вістря}}, \quad (5.3)$$

де $P_{\text{бн}}$ – доля несучої спроможності палі, яка сприймається боковою поверхнею (стволом палі); $P_{\text{вістря}}$ – доля P , що сприймається п'ятою палі.

Бурунабивні палі, зазвичай, циліндричні. При влаштуванні ствола бурунабивної палі бетонна суміш здійснює тиск на стінки свердловини, викликаючи деяке збільшення її діаметра до тих пір, поки тиск бетонної суміші не урівноважиться тиском оточуючого ґрунту. Після твердіння бетону паля залишається обтисненою тиском з утворенням на контакті зі стволом горизонтальних радіальних напружень σ_1 (рис. 5.1).

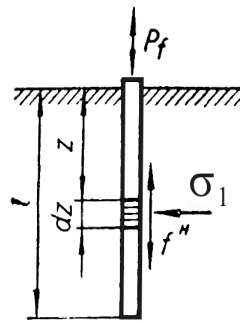


Рисунок 5.1 – Визначення $P_{\text{бн}}$

Прикладання до палі тертя сили P_f викликає осідання палі S . При цьому виникає сила опору ґрунту по її боковій поверхні рівна значенню $P_{\text{бн}}$. Ця сила розподіляється вздовж ствола по трикутному закону для пісків і по закону випуклої квадратної параболи для зв'язних ґрунтів (рис. 5.2).

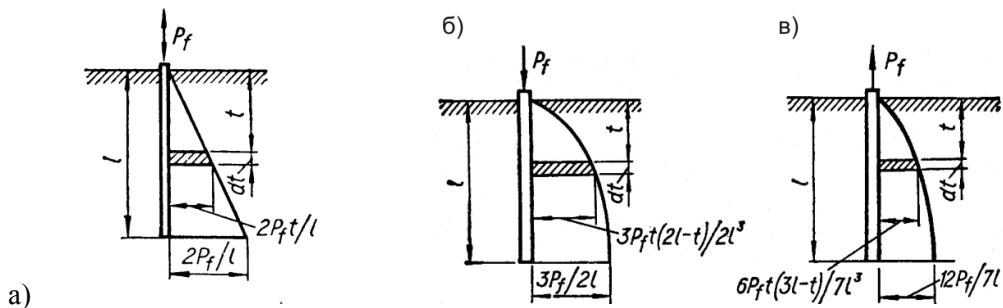


Рисунок 5.2 – Розподіл $P_{\text{бн}}$ по довжині палі: а) за законом трикутника; б) за законом квадратної параболи при тиску на палю; в) те ж при висмикуванні

Під дією цієї сили в ґрунті на контактi зi стволем палi утворюється додаткове горизонтальне напруження σ_2 . В результатi отримаємо, що для буронабивних палей, якi працюють на стиск $\sigma_\delta = \sigma_1 + \sigma_2$, а для палей, якi працюють на висмикування $\sigma_x = \sigma_1 - \sigma_2$.

Результати експериментальних дослiджень показали, що для буронабивних палей (так само, як i для забивних) в любих ґрунтах спостерiгається пропорцiйна залежнiсть $S = f(P_{\delta n})$ у вiдповiдностi з законом Гука до досягнення її граничного навантаження. Тому величину напруження σ_1 , σ_2 можна визначити за допомогою рiшень теорiї пружностi. При досягненнi критичного навантаження $P_{\delta n}$ здiйснюється зрiз ґрунту, що оточує палю.

Враховуючи, що в глинистих ґрунтах несуча спроможнiсть буронабивних палей визначається головним чином опором тертя по боковiй поверхнi, дуже важливо в розрахунках максимально використовувати його дiйсну величину. При змiщеннях буронабивних палей, менших межi, коли $P_{\text{бокова поверхня}}$ сягає граничної величини, буде проходити неповна мобiлiзацiя сил тертя, а при бiльшiй величинi буде спостерiгатись проковзування палей вiдносно ґрунту при постiйному значеннi сил тертя.

Лiнійний графiк роботи палей пiд стискаючим навантаженням до досягання критичної величини $P_{\delta n}$ дає можливiсть при компоновцi матрицi впливу методу граничних елементiв використовувати рiшення Р. Мiндлiна для напружень σ_{2x} , σ_{2y} при дiї вертикальної стискаючої сили $P = 1$ в серединi пружного пiвпростору ґрунтової основи (рис. 5.3).

Рiшення для вертикальних i горизонтальних навантажень до умов плоскої та просторової задач для визначення напружень i перемiщень були отриманi Р. Мiндлiном. Цi рiшення були отриманi для основ, обмежених горизонтальною площиною вiд навантажень, прикладених не до поверхнi основи, а на деякiй глибинi вiд цiєї поверхнi. Цi питання являють iнтерес при розробцi методiв розрахунку палей, шпунтових стiнок, при дослiдженнях властивостей ґрунтiв шляхом прикладення навантаження до дна чи частини поверхнi бурових свердловин i т. д.

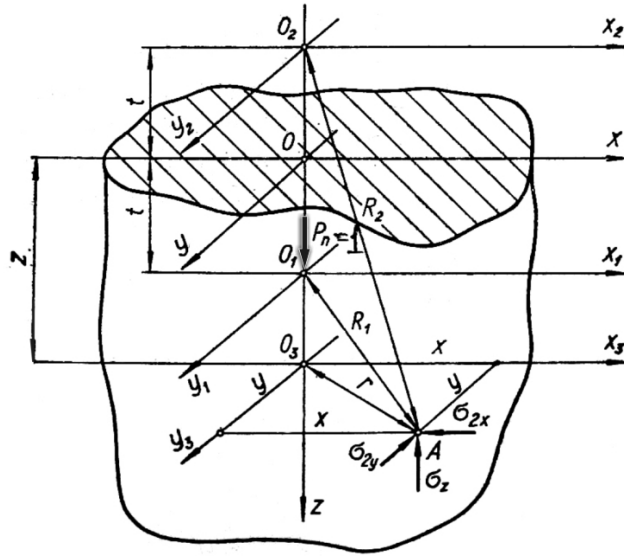


Рисунок 5.3 – Визначення σ_2 при дії одиночної сили P_n

При навантаженні ґрунту одиночною силою $P_n = 1$, прикладеною на глибині t в точці O_1 (точка прикладання навантаження), горизонтальні складові напружень в ґрунті σ_{2x} , σ_{2y} для точок, розташованих на вертикалі, що проходять через точку $A(x; y)$ (в точці нагляду) мають вигляд при $\mu = 0,5$:

$$\sigma_{2y} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{3y^2(z-t)}{R_1^5} + \frac{3y^2(z-t) + 6t^2(z+t)}{R_2^5} + \frac{30ty^2z(z+t)}{R_2^7} \right]; \quad (5.4)$$

$$\sigma_{2x} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{3x^2(z-t)}{R_1^5} + \frac{3x^2(z-t) + 6t^2(z+t)}{R_2^5} + \frac{30tx^2z(z+t)}{R_2^7} \right], \quad (5.5)$$

де

$$R_1 = \left[x^2 + y^2 + (z-t)^2 \right]^{1/2}; \quad R_2 = \left[x^2 + y^2 + (z+t)^2 \right]^{1/2}. \quad (5.6)$$

Саме рішення Р. Міндліна [30] для півплощини в роботі покладено в основу при компоновці матриці впливу МГЕ. Результати числових розрахунків показують задовільне співвідношення з експериментальними даними.

5.3 Метод пружних рішень О. А. Іллюшина

Методи розв'язку нелінійних задач засновані на лінеаризації нелінійних рівнянь, тобто пошук рішення здійснюється рішенням рекурентної послідовності лінійних рівнянь.

Метод пружних рішень О. А. Іллюшина – розповсюджений при розв'язках фізично-нелінійних задач. Оскільки для пружно-пластичного тіла мала зміна зовнішніх параметрів приводить до малої зміни внутрішніх, то при достатньо малому зовнішньому довантаженні знаходження процесу внутрішнього навантаження (чи деформування) може здійснюватись по кроках. На кожному кроці довантаження можна рахувати малим, але кінцевим, і точне рішення можна бути отримати наступним граничним переходом.

Метод пружних рішень О. А. Іллюшина [2] є дійовим наближеним методом та дозволяє звести розв'язок нелінійної задачі до послідовного розв'язку лінійних (пружних) задач. На кожному n -му етапі наближення розв'язується СЛАР з щоразу уточненою правою частиною. На наступному кроці навантаження використовуються дані з попереднього кроку.

Метод пружних рішень широко використовується для розв'язку різних прикладних задач теорії малих пружно-пластичних деформацій, зазвичай достатньо декількох наближень щоб отримати достатню для практики точність. О. А. Іллюшину належить заслуга в розвитку загальної теорії визначальних співвідношень (тобто, способів завдання зв'язку між $\sigma - \varepsilon$) в механіці суцільного середовища і **конкретизація їх для аналізу** пружно-пластичних процесів, формулювання ряду нових положень пластичності.

Як відомо, зв'язок $\sigma - \varepsilon$ в ґрунтах не носить лінійний характер. Тому визначення постійних лінійної пропорційності має обмежуватись нескінченно малими змінами приростів напружень $\Delta\sigma$ і відповідних їм приростів деформацій $\Delta\varepsilon$.

5.4 Прикладання неасоційованого закону пластичної течії до задач геомеханіки

Забезпечення надійності роботи фундаментних конструкцій є визначальним при практичному проектуванні та вимагає як експериментального обґрунтування, так і числового моделювання. До сьогоднішнього дня ця задача є актуальним питанням геотехніки. Взаємодія фу-

ндаментної конструкції з оточуючим ґрунтом носить складний, просторовий характер та залежить від багаточисленних факторів. На теперішній час вивчено не всі аспекти механізму деформування ґрунтової основи під навантаженням.

Урахування питань незворотного деформування ґрунтів (їх нелінійності) зближує розрахункові дані з натурними властивостями ґрунтів. Натурні дослідження грають контрольну роль. Повний математичний опис незворотних деформацій ґрунту приводить до черезмірно складної моделі. Тому здійснюється перехід до більш простих розрахункових схем. Відмічений вперше О. Рейнольдсом в 1885 р. ефект дилатансії (зміна об'єму, що супутня зсувним деформаціям) характерний для незворотного деформування ґрунтів. Дилатансія – явище чисто кінематичне.

Абстрактну характеристику нелінійного процесу деформування ґрунту подано за допомогою математичної моделі, саме вона дає можливість числового аналізу та отримання даних прогнозного характеру, та управління ними. Залежно від властивостей ґрунту та діючих напружень осадка споруди здійснюється в результаті ущільнення чи витискування ґрунту з під фундаменту. В тому і другому випадку явище осідання обумовлено течією ґрунту, тому природно, що на перший план розв'язку статичних задач фундаментобудування виступає умова чи рівняння, що визначають границю між твердим та текучим станом ґрунту залежно від напружень.

Перед довантаженням різні елементи ґрунту знаходяться або в пластичному, або в пружному стані залежно від того, чи належить їх напружений стан поверхні навантаження, чи знаходиться в середині неї. Відповідно до цього весь об'єм ґрунту розділяється на області пластичності та пружності, границя між цими областями рахується відомою, в роботі – це поверхня Мізеса–Шлейхера–Боткіна [2].

Для створення математичної моделі незворотного деформування ґрунту в роботі було залучено теорію пружності та пластичності. Крім звичайних рівнянь рівноваги введено ще два додаткових. Перше з них сформульовано для компонент тензора напружень і в просторі напружень визначає миттєву поверхню текучості. Для визначення межі пружної поведінки ґрунтової основи використано октаедричну модель пружно-пластичного середовища Мізеса–Шлейхера–Боткіна [1], рис. 2.1.

Згідно з цією теорією граничне напруження зсуву по октаедричних площадках є функцією середнього нормального тиску.

$$T = f(\sigma_{окт}),$$

$$T = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}, \quad \sigma_{окт} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (5.7)$$

У координатах головних осей $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ та меридіональному перерізі в площині гідростатичного тиску, рис. 2.1:

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} \leq p_0; \\ f = T + p_0 \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} > p_0, \end{cases} \quad (5.8)$$

де T – інтенсивність дотичних напружень (інтенсивність девіатора напруг); $\sigma_{окт}$ – гідростатичний тиск; ψ – граничний кут тертя на октаедричній площині; τ_s – параметр на октаедричній площині, аналогічний зчепленню, значення дотичних напружень на октаедричній площині при $\sigma_m = 0$; p_0 – величина гідростатичного тиску на девіаторній площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище (межа пластичної стисливості [1, 2] чи максимальний гідростатичний тиск).

Поверхня текучості дає співвідношення між $\sigma_{окт}$ та T на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь та кількість невідомих для замикання моделі. Поверхню текучості використовують як паспорт міцності ґрунту. Якщо в точці ґрунтового масиву досягається критичний стан згідно з критерієм, то ґрунт буде зруйнованим і модель його механічних властивостей замінюється іншою, неголономною, такою, що її неможливо проінтегрувати в загальному випадку для отримання кінцевих співвідношень між деформаціями та напруженнями.

Друге додаткове рівняння формулюється для компонент тензора швидкостей пластичних деформацій та визначає орієнтацію пластичних деформацій. Для визначення приросту пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$ використано неасоційований закон пластичної течії (4.9):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}; \quad F \neq f.$$

В якості додаткової умови (до закону пластичної течії) замість вимоги ортогональності вектора $d\varepsilon_{ij}^p$ до f (поверхні навантаження) використано перспективну теорію дисперсних середовищ В. М. Ніколаєвського – І. П. Бойка [1, 2, 16], що враховує дилатансію ґрунту та залежність деформування від історії навантаження і дає максимальну кореляцію числового дослідження з експериментом.

Повна деформація в математичній моделі $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$ складалась із двох складових – зворотної (пружної) ε_{ij}^e та незворотної ε_{ij}^p . Робота напружень на приростах $d\varepsilon_{ij}^e$ переходить в пружну енергію, тоді як робота на приростах незворотних деформацій $d\varepsilon_{ij}^p$ – дисипує (розсіюється).

Пластичні деформації ґрунту визначались як сума їх на попередніх кроках навантаження та приріст пластичних деформацій на поточному кроці навантаження:

$$\varepsilon_{ij}^p = \sum d\varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \delta, \quad (5.9)$$

де δ – дельта Кронекера. Приріст пластичних деформацій на даному поточному кроці навантаження:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{ij}^p_{шар} + d\varepsilon_{ij}^p_{дев}, \quad (5.10)$$

де $d\varepsilon_{ij}^p_{шар}$ – приріст пластичних деформацій від шарового тензора напружень; $d\varepsilon_{ij}^p_{дев}$ – приріст пластичних деформацій від девіатора напружень.

$$d\varepsilon_{ij}^p_{шарове} = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p, \quad (5.11)$$

де $d\varepsilon_{ij}^p_{шарове}$ – приріст непружних змін об'єму, що супутні зсуву; $d\gamma^p$ – приріст інтенсивності зсуву; $\Lambda = \frac{d\varepsilon_v}{d\gamma}$ – швидкість дилатансії – додатковий параметр неасоційованої моделі пластичної течії; χ – параметр зміцнення ґрунтового середовища (прийнято щільність ґрунту).

РОЗДІЛ 6 ЧИСЛОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗА МГЕ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЇ ГЕОМЕХАНІКИ В ІНЖЕНЕРНІЙ ПРАКТИЦІ

6.1 Деформування плитного фундаменту

Основною задачею розрахунку та конструювання фундаментних конструкцій в ґрунтах є забезпечення достатньої степені їх надійності. Суттєве збільшення ваги сучасних споруд, яка передається на основу, викликає необхідність в розвитку нелінійних методів розрахунку фундаментних плит, які в цих умовах є одними із найбільш ефективних видів фундаментних конструкцій.

Для ілюстрації можливості прикладання МГЕ до розв'язку пружно-пластичних задач фундаментобудування подано приклади прогнозування НДС фундаментних конструкцій.

Сучасне будівництво потребує розв'язку ряду проблем в області фундаментобудування. Одна із них – створення надійних, науково-обґрунтованих методів розрахунку осідань фундаментних конструкцій, які передають навантаження від споруди на ґрунти основи. Створення механічної моделі ґрунту, що охоплює всі його багаточисленні властивості – важлива проблема механіки ґрунтів.

Рішення по улаштуванню плитних фундаментів в багатошарових неоднорідних ґрунтах та забезпечення їх надійної роботи є поки дискусійним питанням геотехніки. Тому теоретичне обґрунтування улаштування плитного фундаменту висотної житлової споруди в масиві, складеному неоднорідними ґрунтами є актуальним питанням сьогодення.

Важливим моментом також є порівняння отриманих розрахункових даних з експериментальними, для встановлення вірності обраної розрахункової схеми та моделі деформування ґрунтового середовища.

В роботі розглянута фундаментальна статична задача пластичності по визначенню НДС плитного фундаменту по заданому процесу зовнішнього навантаження. З метою підвищення точності та достовірності розрахунків напружено-деформованого стану плитного фундаменту та забезпечення достатньої степені його надійності використано теорію пружності, теорію пластичності, числовий метод граничних елементів та дилатансійну теорію ґрунтового середовища, оскільки дилатансійні ефекти проявляються між межами міцності та пружності ґру-

нту, як при зміцненні так і при розміцненні його, до досягнення грунтом рівня залишкової міцності.

Повні деформації дисперсного ґрунтового середовища склалися із двох складових – зворотної (пружної) та незворотної:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \quad (6.1)$$

Для визначення приростів пластичних деформацій використано неасоційований закон пластичної течії.

Метою числових досліджень за МГЕ є теоретичне обґрунтування з позицій механіки дисперсного пружно-пластичного середовища влаштування плитного фундаменту висотної 10-поверхової житлової споруди в масиві, складеному неоднорідними ґрунтами. Об'єкт дослідження – висотна житлова будівля. Конструктивна схема будівлі – каркасно-монолітна.

Конструктивне вирішення фундаментів – фундаментна плита $H = 0,7$ м.

Проектне рішення має забезпечувати несучу здатність фундаментної плити при допустимому згідно з ДБН стабілізованому переміщенні 8 см. Методика розрахунку цього конструктивного розв'язку фундаментів для висотної споруди за сучасними комп'ютерними технологіями на основі числового методу граничних елементів (МГЕ) наведено в розділі 5.

Важливим моментом є порівняння отриманих розрахункових даних з експериментальними для встановлення вірності обраної розрахункової схеми та моделі деформування ґрунтового середовища. Товща ґрунтів характеризується наявністю пісків, супісків, суглинків, глин.

Прикладання навантаження відповідало послідовності зведення конструктивних одиниць споруди для врахування поступового наростання величини навантаження та жорсткості конструкцій каркасу. Прикладання числового МГЕ до розв'язку нелінійної задачі геомеханіки обґрунтовано теоретичними викладками, підкріплено та проілюстровано даними числового розрахунку.

Рішення по улаштуванню плитних фундаментів в багатошарових неоднорідних ґрунтах та забезпечення їх надійної роботи є поки дискусійним питанням геотехніки.

Згідно з наведеним вище алгоритмом спрогнозовано поведінку роботи фундаментної плити товщиною 0.7 м 10-ти поверхової висотної споруди.

Вхідними параметрами моделі, які характеризують геологічну ситуацію основи будівельного майданчика та процес деформування ґрунтового середовища в роботі прийнято середньозважені результати польових випробувань, фізико-механічні характеристики різновидів непросадкових суглинків та глин:

$$E = 16900 \text{ КПа}, \quad \nu = 0.38, \quad c = 38.42 \text{ КПа},$$

$$\varphi = 0.32 \text{ радіан } \rho = 1.894 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{\min} = 1.818 \text{ т/м}^3, \quad \rho_{\max} = 2.03 \text{ т/м}^3,$$

$$p_0 = -1790 \text{ КПа}.$$

Геологічні умови відповідають даним інженерних вишукувань в ґрунтових умовах будівельного майданчика. Осадка польових основ в основному залежить від стисливості ґрунту, розташованого нижче рівня фундаментної конструкції. Деформація ґрунту залежить від його НДС, а визначення НДС є складною задачею.

При розв'язку задачі про взаємодію плитного фундаменту з основою виконується дискретизація контактної з ґрунтом поверхні плитного фундаменту та деякого об'єму ґрунту – активної зони (зони впливу додаткового тиску від споруди).

Границя плитного фундаменту подана прямолінійними граничними елементами (ГЕ), а активна зона основи плитного фундаменту дискретизувалась трикутними осередками, значення потенціалу (в задачах геомеханіки – це напруження) рахувалось кусочно-постійним по кожному граничному елементу.

На рис. 6.1 наведено дискретизацію активної зони навколо плитного фундаменту, на рис. 6.2 – отриманий графік навантаження – осідання згідно з числовими дослідженнями за МГЕ.

Експериментальні дослідження зафіксували величину осідання фундаментної плити 5,8 см при вазі споруди 11000 кН, дані числового моделювання склали $s = 5,73$ см при $P = 11000$ кН.

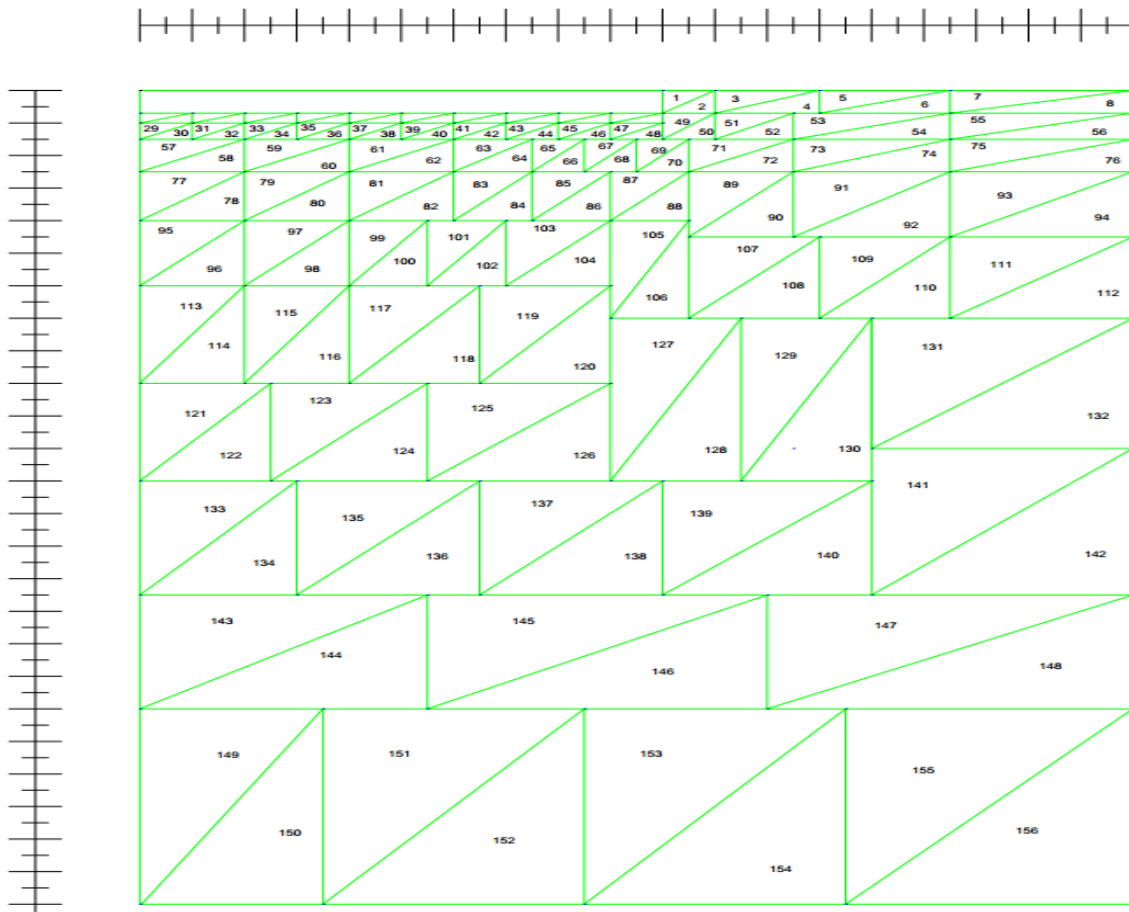


Рисунок 6.1 – Дискретизація активної зони навколо плитної основи

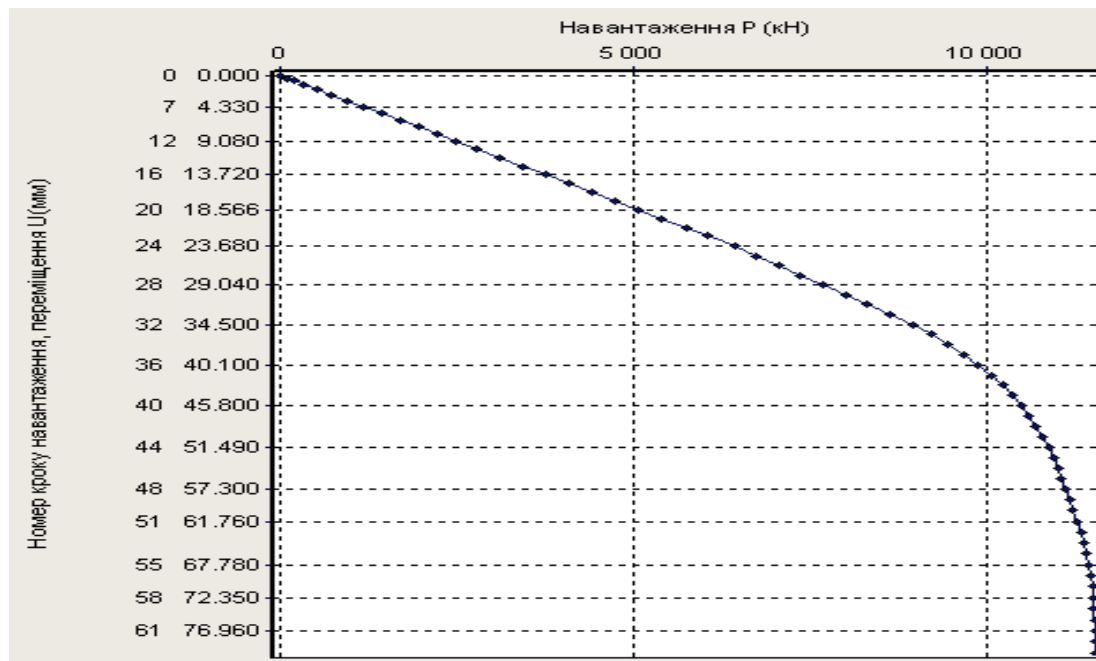


Рисунок 6.2 – Результати прогнозування за МГЕ поведінки під навантаженням плитного фундаменту споруди $H = 0.7$ м

Результати досліджень за удосконаленою математичною моделлю дозволяють проводити розрахунки фундаментної плити згідно з сучасними уявленнями про нелінійну поведінку ґрунту, а отриманий графік «навантаження-осідання» дає можливість отримати більш економічні умови роботи фундаментної плити.

Порівняння результатів числових досліджень з натурними спостереженнями задовільне. Накопичений досвід проектування фундаментних плит в різних ґрунтових умовах дозволяє відкоригувати область їх раціонального використання.

Відповідність числових та експериментальних спостережень підтверджує вірність вибору розрахункової моделі. Напрацьована модель враховує в сукупності такі реальні властивості природних ґрунтів як дискретність побудови, розривність та нелінійність деформування.

6.2 Оптимізація плитного фундаменту висотної будівлі за МГЕ

Відносно поведінки та властивостей ґрунту, який на протязі багатьох років несе на собі тисячотонний вантаж будівель і споруд, поки що не все ясно, тут ще більше непізнаного до цього часу, ніж в інших областях, пов'язаних з будівництвом. Розглядом цих питань займається геомеханіка.

Роль теоретичного апарату в будівельному проектуванні дуже велика, а сучасні тенденції потребують від геомеханіки все більшої широти та точності. Сучасна геомеханіка математизована «з голови до п'ят». Вона є ареною, на яку сучасна математика показує на що вона спроможна.

З огляду на актуальність питання розробки нових технологій розрахунку фундаментних конструкцій, питома вага яких в загальному об'ємі будівництва складає 40–50 %, проведено числове дослідження за МГЕ по визначенню несучої здатності та оптимізації плитного фундаменту восьмиповерхової житлової споруди.

Поведінка реальних деформованих середовищ (ґрунтів) має більш глибокий зміст, ніж співвідношення механіки суцільних середовищ. В цьому випадку часткові теорії, що опираються на експеримент та сформульовані для визначених класів матеріалів і діапазонів зміни параметрів, стають більш прийнятними для практичного прикладання. Традиційні інженерні методики не дозволяють достатньо достовірно оці-

нити НДС ґрунтових основ без врахування незворотності їх деформацій а також приймати ефективні проектні рішення.

Розвиток нелінійної механіки ґрунтів та створення потужної комп'ютерної бази в проектних та наукових організаціях дали поштовх до напрацювання програмних комплексів, в яких реалізуються математичні моделі ґрунту з урахуванням їх пружно-пластичної поведінки.

Особливості поведінки конкретного матеріалу (в цьому випадку ґрунту) залежно від умов деформування проявляються частіше всього у визначальних співвідношеннях (рівняння стану) для цього матеріалу. При напруженнях, близьких до поверхні руйнування проходить перебудова внутрішньої структури середовища ґрунту. Деформування – це процес руйнування ґрунту, створення нових форм його структури, його адаптації.

Прогноз деформації основ будівель залишається і до сьогодні пріоритетною задачею механіки ґрунтів. Відхилення від закону Гука спостерігається для ґрунтів вже на початкових стадіях навантаження. В ґрунтах, як в матеріалі пружно-пластичному, має місце нелінійна залежність між напруженнями та деформаціями, 95 % деформацій ґрунту – залишкові. Тому при виконанні розрахунків стає необхідним врахування фізичної нелінійності ґрунту. Значний потенціал можливостей для отримання достовірної картини роботи ґрунтової основи під навантаженням відкриває пружно-пластична модель [14, 16], яку було використано в роботі. Адже в моделях ґрунту доводиться відказуватись від коаксиальності (паралельності) тензора напружень T_σ та тензора деформацій T_ε .

Будівництво споруд – трудомісткий процес, який потребує виважених, чітко прорахованих кроків та вирішення складних математичних задач. Особливо це стосується влаштування частини споруди, яка сприймає навантаження та передає їх на основу – фундамент. Надзвичайно важливо забезпечити стійкість і малопросадковість споруди, тим самим уникнути її можливого нерівномірного просідання чи руйнування. Для цього необхідно забезпечити прогнозування та числову реалізацію розрахунків конструкцій.

З метою визначення несучої спроможності фундаменту та вибору його оптимальної товщини використано пружно-пластичну модель сумісної роботи системи «ґрунтова основа – плитний фундамент»,

тобто, спосіб завдання зв'язку між $\sigma - \varepsilon$ при роботі системи в пружній (закон Гука) та пластичній стадіях (неасоційований закон пластичної течії). При проведенні розрахунків враховано основний зміст теорії пружно-пластичних процесів – залежність НДС від історії навантаження. Прикладання числового МГЕ до розв'язку нелінійної задачі геомеханіки обґрунтовано теоретичними викладками, підкріплено та проілюстровано даними числового розрахунку.

Модель рівняння рівноваги фундаменту, зануреного в ґрунтове середовище задовольняє диференціальному рівнянню Лапласа, основним розрахунковим рівнянням моделі роботи ґрунту є інтегральне рівняння, отримане К. Бреббія (5.2):

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^p d\Omega,$$

яке пов'язує значення U і його нормальної похідної $q = du/dx$ в кожному граничному вузлі на границі досліджуваної фундаментної конструкції. $U^*(\xi, x)$, $q^*(\xi, x)$ – фундаментальні розв'язки Р. Міндліна для переміщень та напружень в пружній півплощині. Коефіцієнт $C(\xi) = 1/2$ для гладкої границі.

Залежно від властивостей ґрунту та діючих напружень осадка споруди здійснюється в результаті ущільнення чи витискування ґрунту з під фундаменту. В тому та другому випадку явище осідання обумовлено течією ґрунту, тому природно, що на перший план розв'язку статичних задач фундаментобудування виступає умова чи рівняння, що визначають границю між твердим і поточним станом ґрунту залежно від напружень.

Умова пластичності (чи критерій пластичності, чи критерій текучості для середовищ без зміцнення) є **узагальненням на тривимірний напружений стан поняття межі текучості** для одновісного розтягу. З математичної точки зору критерій текучості це співвідношення між компонентами напружень в точці, яке має бути виконане, коли в цій точці розпочнеться пластична поведінка.

В роботі використано критерій текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна, див. рис. 2.1, який враховує просторово напружений стан середовища.

У координатах головних осей $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ та меридіональному перерізі в площині гідростатичного тиску (5.8):

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} \leq p_0; \\ f = T + p_0 \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} > p_0, \end{cases}$$

де T – інтенсивність дотичних напружень (інтенсивність дівіатора напруж); $\sigma_{окт}$ – гідростатичний тиск; ψ – граничний кут тертя на октаедричній площині; τ_s – параметр на октаедричній площині, аналогічний зчепленню, значення дотичних напружень на октаедричній площині при $\sigma_m = 0$; p_0 – величина гідростатичного тиску на дівіаторній площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище (межа пластичної стисливості [1] чи максимальний гідростатичний тиск).

Простір напружень визначається тим, що в якості міри відстані по довж осей координат беруться величини напружень. В просторі головних напружень (який ще називають простір Хейя–Вестергарда) проводиться вісь гідростатичного тиску σ_m , яка складає рівні кути з головними осями координат $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Площина перпендикулярна до осі гідростатичного тиску σ_m – це дівіаторна площина, яка складає дівіаторну частину напружень (її ще називають Π -площина). *Перетин поверхні текучості з дівіаторною площиною має назву крива текучості* чи траєкторія руйнування. На рис. 2.1б подано криву текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна та позначення основних робочих параметрів:

$$T, \sigma_{окт} = \sigma_m, \psi, \tau_s, p_0,$$

які входять в (5.8) та характеризують цю криву текучості.

Прикладання числового МГЕ до розв’язку нелінійної задачі геомеханіки обґрунтовано теоретичними викладками, підкріплено та проілюстровано даними числового розрахунку. Об’єкт розрахунку являє собою восьмиповерхову будівлю, яка має монолітний залізобетонний повний каркас.

Можливість достовірного прогнозування поведінки фундаменту та деформування ґрунту в широкому діапазоні навантажень надає працююча математична модель. Процес прогнозування розпочинається з

дискретизації граничної поверхні фундаменту (розміри фундаментної плити – 32 м × 20 м) та активної зони ґрунту, рис. 6.3.

Матричний вигляд інтегрального рівняння рівноваги фундаментної конструкції в ґрунті (5.2):

$$A \cdot Y = F,$$

де A – матриця впливу МГЕ отримана із фундаментальних розв’язків Р. Міндліна; Y – шуканий вектор напружень на границі плити (дотичні напруження τ_1 по боковій поверхні та нормальні напруження під подошвою σ_1); F – заданий вектор переміщень.

Взаємозв’язок між швидкостями пластичних деформацій та напруженнями при роботі ґрунту в нелінійній стадії зсувів описувався за неасоційованим законом пластичної течії (4.9):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f,$$

де F – пластичний потенціал, функція історії деформування; f – критерій переходу до пластичного стану; λ – скалярний коефіцієнт простого навантаження, який визначається в ході рішення пластичної задачі; $d\sigma_{ij}$, $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст тензора напружень та тензора пластичних деформацій [2, 16].

Процес числового моделювання для аналізу НДС системи передбачав послідовне розв’язання ряду задач для кожного кроку навантаження. Як відомо, зв’язок $\sigma - \varepsilon$ в ґрунтах не носить лінійний характер. Тому визначення постійних лінійної пропорційності обмежувалось нескінченно малими змінами приростів напружень ($\Delta\sigma$) і відповідних їм приростів деформацій ($\Delta\varepsilon$). Для корегування неспіввідносності T_σ і T_ε при зсувах використано дилатансійну умову [2,19]:

$$d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^p = \Lambda d\gamma^p,$$

де $d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^p$ – приріст об’ємних деформацій при зсуві ґрунту; Λ – швидкість дилатансії; $d\gamma^p$ – скалярний еквівалент приростів інтенсивності зсувів.

Ітераційний процес визначення $d\varepsilon_{екв}$ проходив в наступній послідовності:

1 – Визначився $\sigma_{екв}$ (скалярний еквівалент T_σ в даній точці) згідно з яким на першому кроці навантаження приймалось $d\varepsilon_{екв}^P$ (величина фону початкових деформацій, дограничну пластичність в ущільненій зоні навколо фундаментного ґрунту, напружений стан якої наближено дорівнює структурній міцності ґрунту $\sigma_{структурне} \approx 10 \text{ КПа}$, $d\varepsilon_{екв}^P \approx \frac{\sigma_{структурне}}{E}$).

2 – Значення $d\varepsilon_{екв}^P$ другого та інших кроків приймалися на основі скалярних еквівалентів, отриманих по результатах ітераційного процесу з попереднього кроку. Нелінійна задача процесу деформування основ розв'язувалась за допомогою крокового методу О. А. Ільюшина.

3 – Після отримання по результатах збіжності дійсного еквівалентного приросту пластичних девіаторних деформацій $d\varepsilon_{ij(дев)}^P$ знаходились дійсні значення приростів девіаторної частини пластичних деформацій.

4 – Визначались інтенсивність швидкостей деформацій зсуву на октаедричних площадках (швидкість формозміни) $\gamma = T/G$.

5 – Швидкість шарової частини деформацій $\varepsilon_{окт} = \varepsilon_v/3 = \frac{\gamma \cdot \Lambda}{3}$, де Λ – коефіцієнт дилатансії пористого середовища ґрунту.

6 – Визначення дійсного тензора $d\varepsilon_{ij}^P$.

Робота ґрунту моделювалась дилатансійною теорією В. М. Ніколаєвського та І. П. Бойка (5.9–5.11). Визначались повні деформації, які складались з приростів пружних та пластичних деформацій $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^P$. Компонівка розрахункової матриці впливу МГЕ виконувалась на основі рішень Р. Міндліна (5.4–5.6).

Складність побудови природних ґрунтів та вплив на них фізико-геологічних процесів викликає необхідність при оцінці ґрунтів визначати їх властивості чи в умовах їх натурального закладення, чи по зразках натуральної непорушеної структури. Основною відмінністю природних ґрунтів від скальних порід є відсутність спаяності (відносно мале число кристалізаційних зв'язків) та значна пористість, яка обумовлена роздробленістю частинок ґрунту.

Під дією навантажень ґрунтова основа отримують деформації, зовнішньою проявою яких є осідання, горизонтальні зміщення та крени. Рівномірні вертикальні переміщення не викликають в фундаментах та в наземних конструкціях додаткових зусиль і не є загрозливими для їх міцності. Частіше переміщення споруди є нерівномірними, вони викликають появу додаткових зусиль, можлива поява тріщин. Тому при проектуванні основ споруди однією із основних умов є обмеження переміщень їх граничними нормативними значеннями, для чого необхідні знання міцнісних характеристик ґрунту. Таким чином, для прогнозування НДС ґрунтової основи будівельного майданчика спочатку необхідне визначення фізико-механічних характеристик ґрунту.

Широке використання плитних фундаментів зумовлює попереднє визначення їх несучої спроможності для конкретних інженерно-геологічних умов будівельного майданчика. При компоновці проекту підземної частини будівлі важливо мати такі числові показники, які об'єктивно характеризують ґрунт, як будівельний матеріал в його натуральному стані, тобто в тому стані, в якому він знаходиться на будівельному майданчику в природних умовах.

Вхідні дані відповідають робочому проекту будівлі та звіту з інженерно-геологічних вишукувань. Ґрунтова основа розглядалась як пружно-пластичне тіло із середньозваженими інженерно-геологічними показниками. Заміна інженерно-геологічних показників багат шарового ґрунтового середовища показниками еквівалентного квазіодношарового середовища є достатньо ефективним прийомом.

Параметрами математичної моделі ґрунту є: модуль деформацій $E = 20.17 \text{ МПа}$. Модуль деформацій – похідна від напружень по деформаціях $E = d\sigma/d\varepsilon$, вхідна щільність ґрунту $\rho = 1.84 \text{ т/м}^3$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.33$, питоме зчеплення $C = 33.11 \text{ КПа}$, кут внутрішнього тертя $\varphi = 0.34 \text{ рад.}$, величина гідростатичного тиску $p_0 = -1870 \text{ КПа}$ – точка переходу від конуса до циліндра в критерії пластичності Мізеса–Шлейхера–Боткіна (5.8).

Дослідження проводились шляхом числового моделювання сумісної роботи системи «ґрунтова основа-фундамент» за допомогою МГЕ, на базі автоматизованої програми для наукових досліджень з використанням пружно-пластичної моделі ґрунту. Стисливість дисперсних ґрунтів в сотні раз більші стисливості наземних споруд. Тому розра-

хунок ґрунту по деформаціях основний та завжди має виконуватись умова: $S \leq S_u$.

Бокова поверхня та підошва фундаментної плити розділялись на граничні елементи (ГЕ). Навколо плитна ґрунтова зона (активна зона ґрунту) дискретизувалась трикутними осередками. З огляду на симетрію розглядалась лише половина фундаментної конструкції, рис. 6.3.

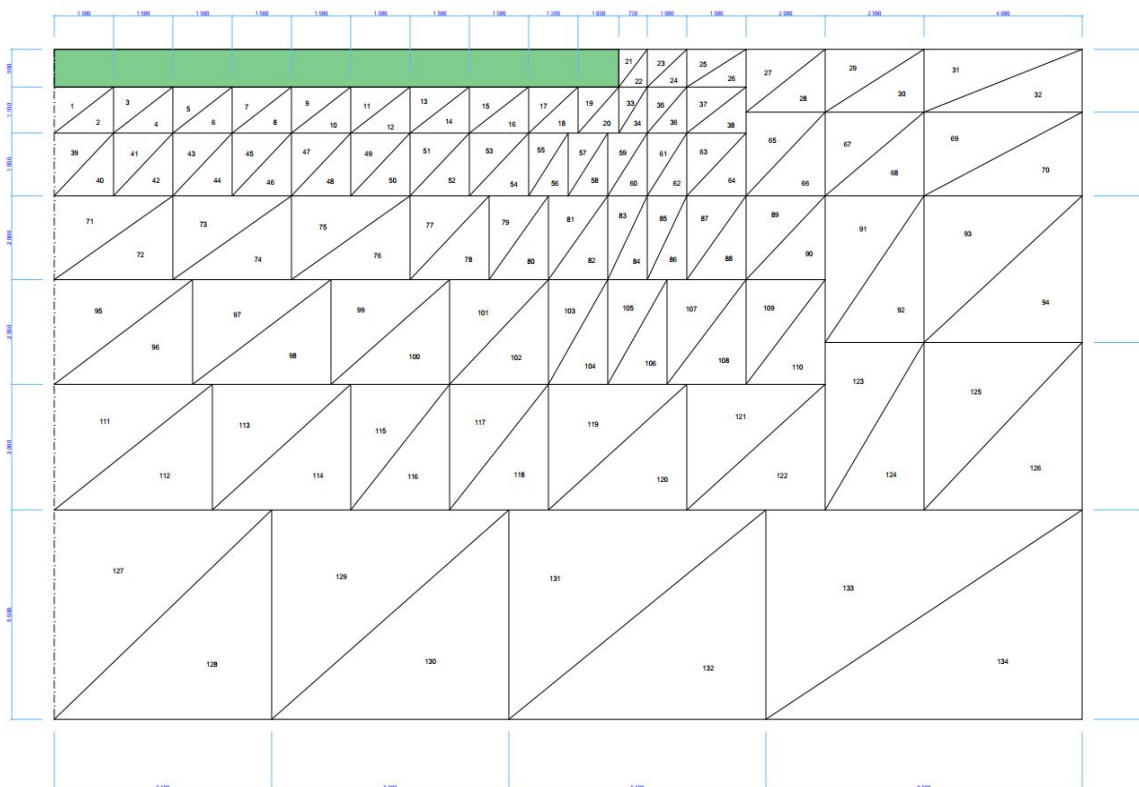


Рисунок 6.3 – Дискретизація активної зони фундаментної плити

Результати прогнозування за методом граничних елементів подано на графіках навантаження-осідання плитних фундаментів на рис. 6.4. В першому варіанті розрахунку товщина фундаментної плити $H = 0.9$ м. Отриманий графік «навантаження-осідання» подано на рис. 6.4а. Несуча спроможність склала 16000 кН.

Різне зменшення реактивних тисків під краями фундаментної плити пояснюється тим, що ґрунт в крайніх зонах під плитою «пройшов» стадію дилатансійного зміцнення ($\lambda < 0, V \downarrow$) і став розміцнюватись ($\lambda > 0, V \uparrow$). В цілому, розміцнення ґрунту під краями фундаментної плити компенсується його зміцненням в центральній частині, і в осіданні не проявляється нелінійності.

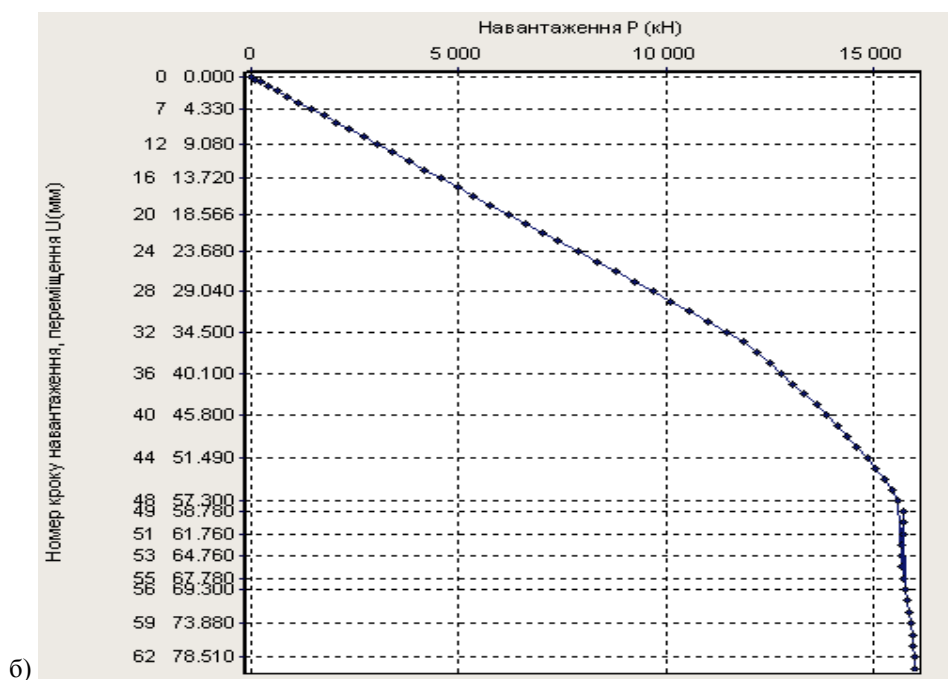
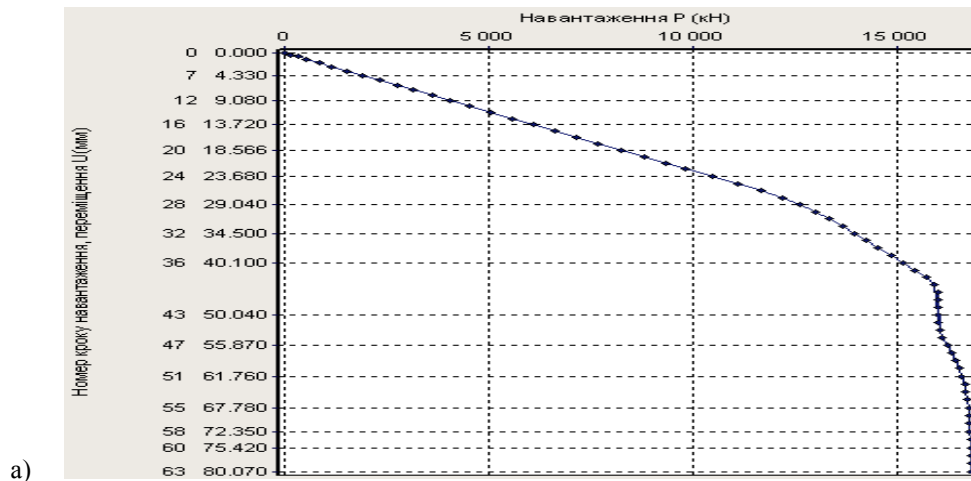


Рисунок 6.4 – Графіки «навантаження-осідання» для фундаментної плити при:
а) $H = 0.9$ м, б) $H = 0.6$ м

Зони розміцнення ґрунту зароджуються під краями фундаментної плити, з ростом навантаження розповсюджуються в сторони від фундаментної плити і в глибину основи під центр фундаментної плити. В деякий момент проходить замикання зон розуцільнення в єдину область. Цьому відповідає різке збільшення осідання при практично постійному навантаженні. Це навантаження має назву граничного [25].

З метою оптимізації фундаментної конструкції в другому варіанті розрахунку взято $H = 0.6$ м. Результати нелінійного прогнозування на рис. 6.4б.

Несуча спроможність склала 15400 кН. Вона не набагато менша за даними несучої спроможності для плити висотою 0.9 м, що можна пояснити тим, що вирішальне значення в фундаментних плитах має площа підошви обпирання на ґрунт, а не їх бокова поверхня. Оскільки в другому варіанті $H = 0.6$ м, що є економічніше, запропоновано до використання фундаментну плиту під 8-поверхову будівлю з $H = 0.6$ м.

Реалізація поставленої задачі сприяє підвищенню продуктивності та якості проектування фундаментної конструкції, економії матеріалів і енергетичних ресурсів. Прогнозування нерівномірного деформування ґрунтів основи шляхом числового моделювання взаємного впливу елементів системи «ґрунтова основа – фундамент» дає можливість альтернативного пошуку найнебезпечнішої комбінації внутрішніх зусиль та виявлення критичного стану ґрунтової основи. Такий підхід дозволяє підвищити надійність проектування будівель в умовах нерівномірних деформацій ґрунтової основи. Він повністю співпадає з принципом Європейських норм [27], які орієнтовані на пошук найнебезпечнішої ситуації для забезпечення надійної експлуатації споруди.

6.3 Числове дослідження за МГЕ несучої спроможності буронабивних фундаментів сонячних батарей

Врахування особливостей деформування підземної частини споруди залишається найбільш складною задачею фундаментобудування. На сьогоднішній день метод математичного моделювання на ЕОМ є одним із головних та найбільш економічних прийомів теоретичних і прикладних досліджень актуальних проблем науки та народного господарства. Математична модель найкомпактніше подає наукову інформацію про дослідний об'єкт. Числове моделювання відкриває можливість прогнозування осідань та кренів фундаментів споруд ще на стадії їх проектування.

В якості фундаментів несучих конструкцій для кріплення фотогальванічних модулів сонячної електростанції в Мурованокуріловецькому районі Вінницької області (рис. 6.5) взято буронабивні палі $L = 1$ м, $\varnothing 300$ мм та постало питання прогнозування їх несучої спроможності.



Рисунок 6.5 – Несучі конструкції для кріплення фотогальванічних модулів

Буронабивні палі дозволяють зменшити об'єми земляних та бетонних робіт, скоротити терміни та кошторисну вартість улаштування фундаментів, проводити роботу в будь-яку пору року. Саме тому особливістю сучасного фундаментобудування є зміщення центру ваги на буронабивні палі.

Ці переваги стали реальними в результаті впровадження наукових досліджень та удосконалення методів розрахунку.

Розрахунки буронабивних паль в основному проводяться згідно з нормативними документами по другому граничному стану залежно від допустимих осідань споруди [7]. В роботі застосовано пружнопластичну модель ґрунту, що враховує його нелінійну роботу та використано сучасний числовий метод граничних елементів. Поведінка ґрунту під навантаженням описувалась інтегральним рівнянням, отриманим К. Бребія [3] (5.1):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x)$$

При розгляді нелінійної поведінки ґрунту (5.2):

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^p d\Omega$$

Для ґрунтів, як для пористих середовищ, що ущільнюються, властиві ефекти дилатансії. Особливістю механічної поведінки ґрунтів є факт, що гідростатичний тиск здійснює вплив на формозміну, а дотичні напруження впливають на ущільнення. Таким чином, зміцнення та розміцнення ґрунтових основ пов'язане з явищем дилатансії (зміною об'єму ґрунту при зсуві).

Поведінка дисперсного ґрунту описувалась моделлю пружно-пластичного стиску із зсувом для пористого середовища на основі нелінійних методів рішень геотехнічних задач – закону теорії пластичної течії (4.9) з введенням функції, що виражає поверхню течії та кінематичних співвідношень пластичної течії [2, 19].

Для оцінки приходу граничного стану (початку порушення рівноваги між частинками ґрунту і його агрегатами, перехід ґрунту в стан пластичної течії) використано октаедричну теорію міцності та критерій текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна (5.8), який вказує на те, що при пластичному стані ґрунту дотичне октаедричне напруження є функцією від нормального октаедричного напруження.

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт} \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} \leq p_0; \\ f = T + p_0 \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} > p_0, \end{cases} \quad (5.8)$$

де T – інтенсивність дотичних напружень (інтенсивність девіатора напруг); $\sigma_{окт}$ – гідростатичний тиск; ψ – граничний кут тертя на октаедричній площині; τ_s – параметр на октаедричній площині, аналогічний зчепленню, значення дотичних напружень на октаедричній площині при $\sigma_m = 0$; p_0 – величина гідростатичного тиску на девіаторній площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище (межа пластичної стисливості [1, 2] чи максимальний гідростатичний тиск).

В роботі замість вимог ортогональності вектора приросту пластичних деформацій ґрунтової основи $d\varepsilon_{ij}^p$ до поверхні пластичності f використано неасоційований закон пластичної течії (4.9):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \quad F \neq f,$$

та дилатансійні співвідношення В. М. Ніколаєвського, І. П. Бойка (5.9–5.11):

$$d\varepsilon_{ij}^e = d\varepsilon_{ij}^p_{\text{шарове}} + d\varepsilon_{ij}^p_{\text{девіаторне}},$$

$$d\varepsilon_{ij}^p_{\text{шарове}} = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p,$$

де $d\gamma^p$ – скалярна характеристика формозміни, другий і інваріант девіатора деформацій $I_2(D_\varepsilon)$; Λ – коефіцієнт дилатансії.

$$d\varepsilon_{ij}^p_{\text{девіаторне}} = D_{ij} \cdot d\lambda,$$

де D_{ij} – девіатор напруг; $d\lambda$ – скалярний коефіцієнт простого навантаження.

Поверхня текучості дає співвідношення між $\sigma_{окт}$ та T на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь та кількість невідомих для замикання моделі. T – другий інваріант девіатора напружень D_σ , $\sigma_{окт}$ – перший інваріант тензора напружень $T\sigma$.

Розв’язок такої нелінійної задачі процесу деформування буронабивної палі проведено методом «пружних» розв’язків О. А. Ільюшина, який є дієвим наближеним методом, що дозволяє звести рішення нелінійної пружно-пластичної задачі до послідовного розв’язку лінійних задач. Для реалізації цього методу використано інтегральний синтез рівнянь рівноваги, геометричних та фізичних рівнянь (5.2) та числовий МГЕ. Для обчислень інтегралів в (5.2) використано квадратурні формули Гауса. При інтегруванні трикутних осередків дискретизованої активної зони (рис. 6.6) залучено числовий метод Хаммера [3].

На кожному n -му етапі наближення ітераційного процесу пружних розв’язків О. А. Ільюшина розв’язувалась СЛАР з щоразу уточненою правою частиною. На наступному кроці навантаження використовувались дані з попереднього кроку. Процес навантаження основи розглядається як квазістатичний, який характеризувався нескінченно повільною течією. Саме такі процеси відповідають термінам забудови споруди.

В якості вагових функцій розрахункового інтегрального рівняння (5.2) вибрано фундаментальні рішення Р. Міндліна, які обертають в нуль інтеграл по області, зводячи задачу до визначення граничних функцій розрахункового рівняння стану (5.2). Саме тому в МГЕ використовується дискретне подання лише границі досліджуваного об’єкту, що є суттєвою перевагою числового МГЕ.

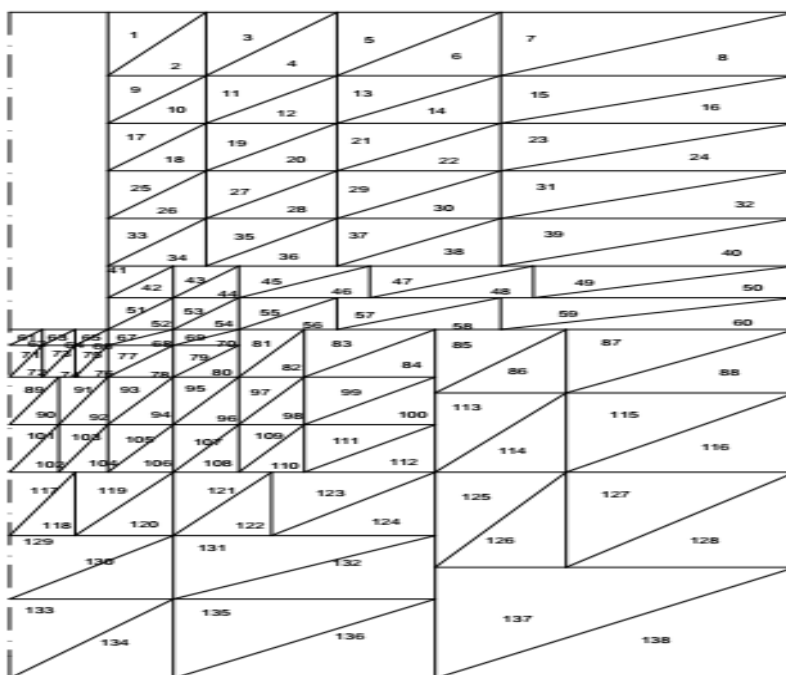


Рисунок 6.6 – Дискретизація активної зони навколо пальової основи

Оскільки ступінь придатності моделі суттєво залежить від вхідних параметрів, в якості характеристик стану взято наступні фізико-механічні характеристики ґрунту. Інженерно-геологічні умови ділянки будівництва представлені напівтвердими суглинками, які переходять у вапняки. Ґрунтові води до глибини 4 м не були виявлені. В розрахунку використано середньозважені фізико-механічні показники ґрунтової основи:

$$E = 13625 \text{ кПа}, \quad \rho = 1,798 \frac{m}{m^3}, \quad \rho_{\min} = 1,44 \frac{m}{m^3}, \quad \rho_{\max} = 2,74 \frac{m}{m^3},$$

$$\nu = 0,35, \quad e = 0,895, \quad c = 39,87 \text{ кПа}, \quad \varphi = 16,375.$$

Сумісна робота фундаменту з основами виражається у взаємодії між зовнішнім навантаженням та внутрішніми силами опору ґрунту в межах активної зони, рис. 6.6 (зони впливу додаткового навантаження). Зона деформацій є активною робочою зоною основи фундаменту, в рамках якої протягом деякого часу розвивається динамічний процес ущільнення ґрунту, який відображає суть сумісної роботи фундаменту та основи до приходу її в стан рівноваги.

На рис. 6.7 подано числовий прогноз за МГЕ результату навантаження буронабивної палі.

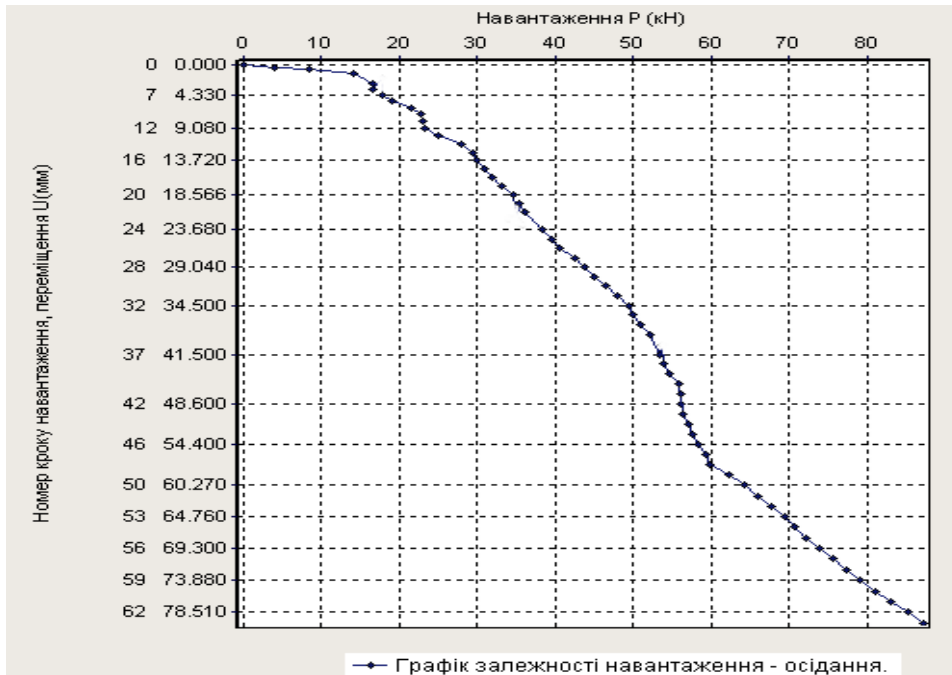


Рисунок 6.7 – Числовий прогноз за МГЕ результату навантаження буронабивної палі

Результати розрахунку деформування буронабивної палі по запропонованій дилатансійній моделі дають можливість ще на стадії проектування зробити прогноз кінцевих осідань основи в конкретних інженерно-геологічних умовах та відслідкувати відповідні значення несучої спроможності.

Тобто, модель дозволяє розглянути несучу спроможність фундаментної конструкції *одночасно за двома групами граничних станів* (несучої здатності та деформацій) *в рамках однієї розрахункової моделі*.

Згідно з даними експериментальних досліджень дослідної буронабивної палі при осіданні 2 см величина навантаження складала 39 кН.

Вірність вибору розрахункової дилатансійної моделі підтверджується відповідністю числових досліджень експериментальним даним.

6.4 Розрахункові аспекти визначення несучої спроможності пальового поля за МГЕ

Гостра спеціальна необхідність в об'єктах соціально-побутового призначення потребує збільшення об'ємів житлового та цивільного будівництва, ріст якого можливий при раціональному використанні

грошових, трудових, матеріальних ресурсів. Обсяги сучасного будівництва потребують більш пильної уваги до розрахунків фундаментних конструкцій, що складають біля 40 % кошторисної вартості будівель, особливо до пальових, які в цілому світі найбільш перспективні для висотного будівництва. Проблема оцінки несучої спроможності основ фундаментів є визначальною при практичному проектуванні.

В рамках плями забудови тиски в основах сучасних будівель сягають 500–800 МПа та більше. Діючі будівельні норми в таких випадках рекомендують використовувати пальові поля, що армують ґрунт палями. Адже основним призначенням паль є збільшення несучої спроможності ґрунту (його армувань) під спорудою.

Палі збільшують несучу спроможність основи за рахунок ущільнення ґрунту, тертя між поверхнею палі та ґрунтом і комбінуючої дії упору на більш міцні ґрунти. Площа контакту поверхні палі з ґрунтом має бути достатня для передачі навантаження на оточуючий ґрунт.

Як відомо, для пальового поля будівлі є характерним більш повільне зростання осадок по мірі збільшення навантаження, ніж для одиночної палі. Експериментальні дослідження показують, що під пальовим полем в межах реалізації бокового опору паль при вертикальному навантаженні проходять лише деформації ущільнення, а для розвитку пластичних зон потрібні значно більші навантаження ніж ті, що виникають при досягненні будівлею граничного осідання.

В геологічних умовах України доцільне застосування пальових фундаментів, особливо при висотному будівництві. Та особливості взаємодії пальових фундаментів з основами і теоретичні методи розрахунку паль вивчені недостатньо з точки зору прийняття економічних та надійних проектних рішень. Це можна пояснити складністю процесів, що проходять в ґрунті при зануренні паль. Розвідка ситуації показує, що процес деформування ґрунту обумовлений взаємодією багатьох факторів. В результаті за наявності цих явищ в проектній практиці використовуються відносно прості моделі, які наближено відображають реальну картину, що веде до прийняття недосконалих рішень. Тому поставлена в роботі тема є актуальна і потребує вирішення.

Поява нового методу досліджень – числового експерименту суттєво наблизила фундаментальні математичні проблеми до прикладних,

пов'язала фізичний зміст задачі, математичне формулювання і числовий спосіб рішення.

В роботі за числовим методом граничних елементів спрогнозовано несучу спроможність пальового поля споруди із 153 призматичних паль довжиною 22 м, з поперечним перетином паль 35×35 см при дії вертикального навантаження. При компоновці матриці впливу методу граничних елементів для кожної палі враховувався вплив активних зон сусідніх паль, оптимальну величину якого визначено в числовому дослідженні. В якості фундаментальних рішень розрахункового рівняння МГЕ взято аналітичні рішення Р. Міндліна для пружної півплощини, які значно понижують об'єм обчислювальних робіт, перетворюючи в нуль інтеграл по границі з півплощиною. Виявлений перерозподіл зусиль між палями пальового поля відповідає даним експериментальних досліджень та числових досліджень за МСЕ.

Розробку нової технології розрахунку несучої спроможності палевого поля споруди проведено з залученням числового методу граничних елементів.

Основне співвідношення МГЕ, отримане К. Бреббія (5.1):

$$Cu + \int_{\Gamma} uq^* d\Gamma = \int_{\Gamma} qu^* d\Gamma ,$$

пов'язує значення потенціалу u (переміщення) і його нормальних похідних $q = \frac{du}{dv}$ (напруження) в кожному граничному вузлі, рівняння забезпечує функціональний зв'язок між u та q на границі Γ , що доказують сумісність їх значень на границі. u^* , q^* – одиничні (фундаментальні) рішення, що відповідають одиничним збуренням, які прикладені у внутрішніх точках однорідного та необмеженого півпростору.

Вибором фундаментального рішення можна запобігти дискретного подання границі, що значно понижує об'єм обчислювальних робіт, необхідних для рішення задачі. В роботі прийнято фундаментальні рішення Р. Міндліна для пружної півплощини, які обертають в нуль інтеграл по границі півплощини.

Згідно з дослідженнями А. О. Бартоломія, саме розрахунки з використанням рішень Р. Міндліна в межах лінійної залежності «навантаження-осідання» дають кращу збіжність з експериментом ніж метод

розрахунку кущів, прийнятий в ДБН, як для умовного фундаменту на натуральній основі.

Матричне формулювання на етапі числової реалізації основного інтегрального співвідношення МГЕ (5.1):

$$|F| = |K| \cdot |Y|; \quad \begin{vmatrix} w_s \\ w_b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{ss} & K_{sb} \\ K_{bs} & K_{bb} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \tau_s \\ \sigma_l \end{vmatrix},$$

де F – вектор переміщень; K – матриця піддатливості; Y – вектор напружень по боковій поверхні та по вістрі.

Для врахування ефекту взаємодії 153 палі пального поля, зображеного на рис. 6.8, проведено розвиток теорії математичного моделювання взаємодії палі з основою, матриця впливу МГЕ компонувалась з урахуванням всіх палі, що входять в активну зону. Відстань між осями палі в плані прийнято $11d$ як найбільш оптимальну, що дає реалізовувати опір палі по боковій поверхні (через d позначено відстань між осями палі). Довжина призматичних палі – 22 м, розміри поперечного перетину 35×35 см. Палі опирались на глину напівтверду буру.

Для лінійної задачі механіки ґрунтів найбільш вагомими вхідними параметрами, які характеризують геологічну ситуацію основи, є модуль деформацій ґрунту (E), коефіцієнт Пуассона ν , які в роботі прийнято як середньозважені фізико-механічні характеристики різновидів просадкових суглинків $E = 8350$ кПа, $\nu = 0.433$.

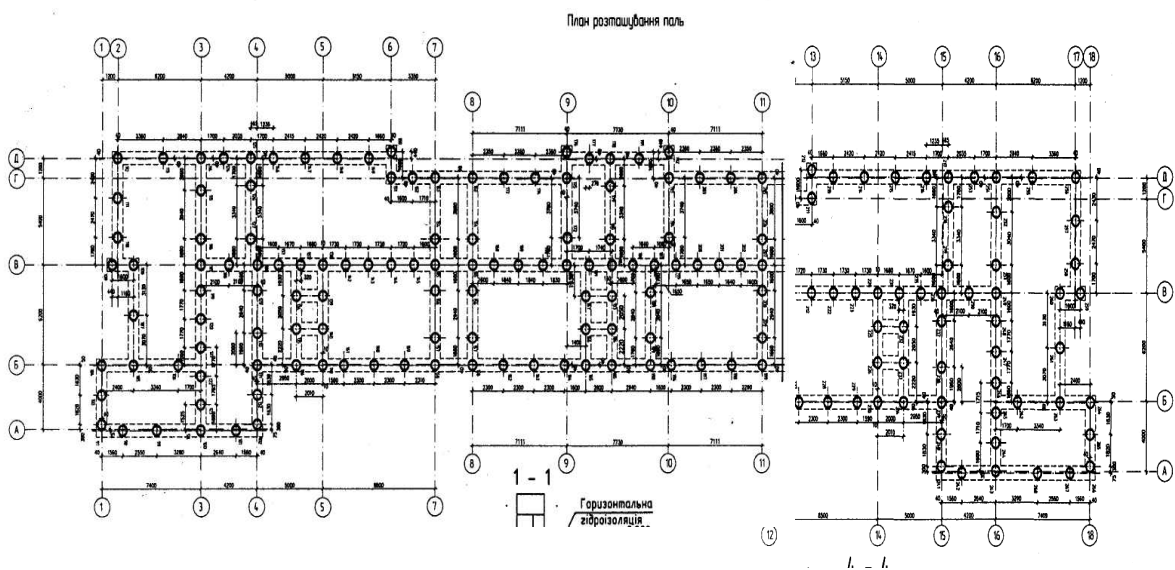


Рисунок 6.8 – Палеве поле будівлі (153 палі)

Визначення несучої спроможності паль при їх сумісній роботі проведено на момент переміщення $S = 1$ см. Прогноз несучої здатності за МГЕ паль пального поля, зображеного на рис. 6.8:

Опір вертикальному навантаженню i -ї палі пального поля в кН:

1	597.5	2	447.3	3	344.7	4	334.7	5	288.9	6
287.3	7	242.2	8	192.4	9	153.6	10	133.4	11	124.2
12	121.7	13	154.6	14	136.1	15	107.9	16	109.6	17
133.8	18	146.7	19	151.8	20	154.2	21	127.9	22	173.6
23	187.9	24	264.8							
25	466.9	26	283.2	27	291.3	28	287.7	29	366.6	30
313.0	31	250.9	32	286.4	33	279.4	34	301.3	35	305.2
36	240.2	37	190.5	38	149.9	39	126.7	40	139.9	41
140.3	42	178.3	43	247.4	44	279.7	45	246.6	46	340.5
47	422.2	48	356.3							
49	197.9	50	186.2	51	165.5	52	222.1	53	284.3	54
342.7	55	348.8	56	279.1	57	200.5	58	147.4	59	137.1
60	151.8	61	152.0	62	130.1	63	191.7	64	208.1	65
247.4	66	263.8	67	251.1	68	132.3	69	102.5	70	109.7
71	103.9	72	106.8							
73	141.3	74	167.7	75	235.0	76	202.4	77	198.9	78
134.3	79	120.9	80	112.7	81	119.9	82	157.5	83	198.7
84	187.3	85	216.2	86	198.9	87	232.3	88	255.7	89
239.6	90	233.8	91	234.3	92	277.6	93	267.0	94	286.4
95	218.3	96	211.9	97	256.6	98	201.5	99	374.7	100
430.2	101	353.3	102	326.1	103	314.3	104	274.1	105	263.4
106	261.3	107	260.1	108	339.7	109	354.4	110	295.0	111
272.8	112	262.8	113	250.9	114	290.7	115	223.4	116	187.6
117	186.1	118	220.7	119	284.8	120	349.1	121	343.6	122
255.3	123	185.4	124	166.7	125	172.6	126	168.6	127	212.0
128	220.6	129	248.3	130	198.3	131	176.8	132	149.4	133
156.2	134	167.8	135	160.7	136	186.6	137	217.9	138	191.6
139	181.2	140	189.1	141	205.8	142	197.9	143	218.0	144
174.1										
145	161.2	146	179.5	147	218.4	148	268.2	149	216.4	150
136.8	151	140.6	152	162.6	153	159.5				

Сумарна несуча спроможність пального поля із 153 паль складала при $S = 1$ см 34340 кН.

Співвідношення несучих спроможностей паль – центральна паля (№ 80): середня крайня (№ 58): кутова паля (№ 66) складало відповідно: 0.8 : 1 : 1.8.

Це відповідає висновкам експериментальних досліджень А. О. Бартоломія [2] та даним числових досліджень [20].

Аналіз коефіцієнтів матриці впливу в числовому розрахунку за МГЕ показав, що для паль в середині пальового поля їх значення найбільші. А збільшення деформативності (піддатливості) завжди знижує її несучу здатність. Із закону Гука $\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$; $\frac{1}{E}$ – це піддатливість – переміщення від дії одиничних зусиль, величина, обернена до жорсткості (зусилля, необхідні для одиничного переміщення). За умови однакових деформацій більшій піддатливості відповідають менші напруження, а несуча здатність палі – це інтегрований вираз напружень:

$$P = \int_0^L F_{\substack{\text{бокова} \\ \text{поверхня}}} \cdot \tau \cdot dh_1 + \int_0^L F_{\text{вістря}} \cdot \sigma \cdot dh_2, \quad (6.1)$$

де F – площа бокової поверхні та вістря палі; h_1 – висота граничного елемента по боковій поверхні палі; h_2 – висота граничного елемента по вістрі палі.

Це пояснює причини самої низької несучої спроможності паль, що знаходяться в середині пальового поля.

Складна взаємодія групи паль не дає можливості повністю використовувати в пальовому полі опір, що розвивається всіма палями. Відомими є факт, що загальний опір пальового поля менше арифметичної суми опорів кожної палі.

Взаємне перекриття активних зон сусідніх паль в пальовому полі будівлі впливає на несучу спроможність паль поля. Для середніх паль цей взаємовплив особливо значний, затиснений між палями ґрунт працює як єдине ціле з палями, не даючи можливості середнім палям, реалізувати свій боковий опір і їх несуча спроможність за даними числового дослідження майже в 2 рази менша, ніж у кутових.

Урахування перерозподілу навантажень в пальовому полі виявляє дефіцит несучої спроможності кутових паль замість запасу, який прийнято очікувати при проведенні розрахунку палі як одиночної за ДБН.

Приведені числові розв'язки поведінки під навантаженням паль пальового поля мають як науковий, так і прикладний характер. Результати числових розрахунків підтверджують ефективність проведення за МГЕ процедур.

6.5 Дослідження за МГЕ деформативності фундаментної плити 11-ти поверхової житлової споруди

Висотні споруди є вельми індивідуальними спорудами, вони потребують індивідуальної прив'язки до ґрунтів конкретного будівельного майданчика, умови прив'язки практично не повторюються. Сьогодні числовий аналіз стає необхідним елементом проектування відповідальних та складних об'єктів геотехнічного будівництва. Експериментальні дослідження ґрунтів показують, що формозміна та об'ємні деформації ґрунту залежать одночасно від всебічного стиснення (шарового тензора напружень) і від зсуву (девіатора напружень).

Ця властивість ґрунту різнить його від конструктивних матеріалів та накладає свої особливості на описання деформативності ґрунту. Надійне прогнозування НДС основ дає теорія пластичної течії, оскільки більша частина деформацій ґрунту – пластична ($\approx 95\%$).

В ґрунтах працюють механізми саморегулювання середовища. Напруження з пластичних зон ґрунту передаються на сусідні менш напружені області. Урахування цих процесів дозволяє суттєво скоротити витрати на спорудження підземної частини висотних будівель з додержанням вимог надійності та довговічності конструкцій.

Розвиток будівельної галузі пов'язаний з впровадженням в будівельну практику нових технологій прогнозного розрахунку направлених на реалізацію резервів системи «основа-фундамент». Для напрацювання алгоритму автоматизованої оцінки напружено-деформованого стану системи «фундаментна плита – ґрунтова основа» 11-поверхової житлової споруди, фасад якої подано на рис. 6.9, використано неасоційований закон теорії пластичної течії та дилатансійна теорія дисперсного середовища В. М. Ніколаєвського – І. П. Бойка [19, 2], які враховують залежність деформування ґрунтової основи від історії навантаження та дають максимальну кореляцію числового дослідження з експериментом.

Система вихідних розрахункових диференціальних рівнянь в частинних похідних (рівняння статички, геометричні, фізичні) зведена К. Бреббія [3] до інтегрального рівняння Вольтера другого порядку (5.1):

$$C_{ij}(\xi)u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x)u_j(x)d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x)p_j(x)d\Gamma(x),$$

яке в роботі розв'язано числовим МГЕ. В (5.1): u – заданий вектор переміщень по границі фундаментної конструкції; p – шуканий век-

тор напружень на границі; u^*, p^*, σ^* – ядра граничного рівняння – рішення P . Міндліна для переміщень, напружень і похідних від напружень залежать від відстані між точкою ξ (точка прикладання одиничного навантаження) і точкою x (точкою спостереження) та пружних характеристик півплощини ґрунтової основи; Γ – гранична поверхня фундаментної конструкції [16].

При розгляді нелінійної задачі інтегральне рівняння К. Бреббія [3, 16], набуває вигляду (5.2):

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^p d\Omega,$$

де u – заданий вектор переміщень на контактній границі фундаментної конструкції; p – шуканий вектор напружень на границі; u^*, p^*, σ^* – ядра граничного рівняння чи функції впливу МГЕ, це двоточкові функції, їх компоненти – переміщення та напруження довільної точки поля в напрямку «і» (точка нагляду) від сили $P = 1$, прикладеної в j -му напрямку (джерелі) – прийнято рішення P . Міндліна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним збурюючим впливам ($P = 1$) в півпросторі. Ядра інтегрального рівняння характеризують собою досліджуване середовище.



Рисунок 6.9 – Фасад споруди в осях 1–8

Досліджувана область активної зони ґрунтової основи розділялась на групу з'єднаних між собою під областей доволі простої конфігурації, які називаються граничними елементами (ГЕ), тобто була реалізо-

вана ідея Пуассона, подання складного об'єкта його складовими. В роботі дискретизація контактної поверхні фундаментної плити проведена лінійними ГЕ, активна зона ґрунту, дискретизувалась трикутними осередками, рис. 6.10.

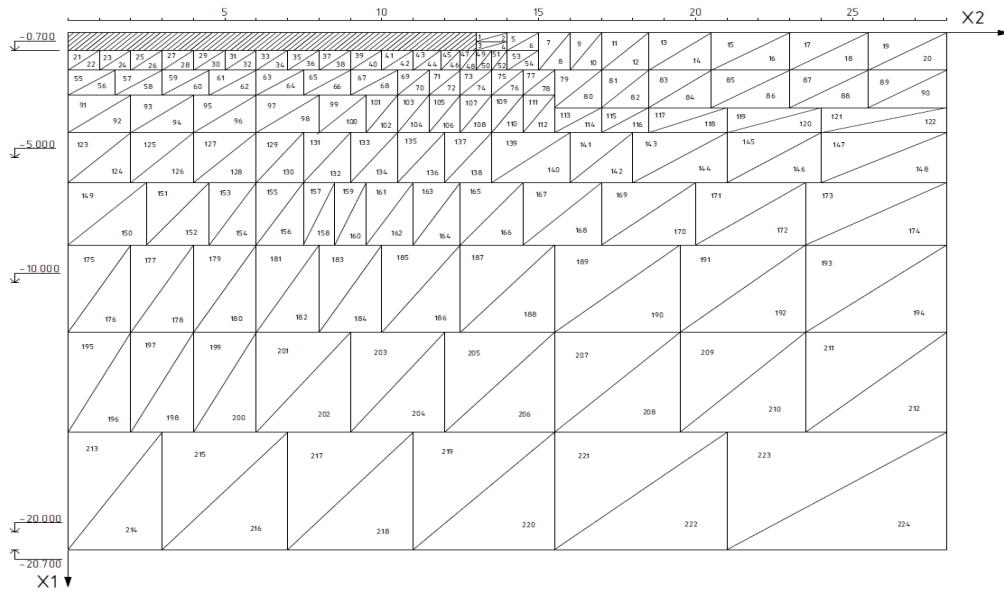


Рисунок 6.10 – Дискретизація активної зони фундаментної плити

Процес аналітичного інтегрування (5.2) замінювався після дискретизації дослідного об'єкта процесом розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь, що пов'язують напруження та переміщення в вузлах ГЕ лише по границі досліджуваної області.

В розрахунку використано модель пружно-пластичного середовища та критерій Мізеса–Шлейхера–Боткіна переходу роботи ґрунту в пластичний стан, див. рис. 2.1.

Математична подача критерію (5.8):

$$f = \begin{cases} T + \sigma_m \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_m \leq p_0 \\ T + \rho_0 \operatorname{tg} \psi - \tau_s = 0 & \text{при } \sigma_m > p_0 \end{cases}$$

де T , σ_m – напруження на девіаторній площині; T – інтенсивність дотичних напружень, σ_m – гідростатичний тиск; p_0 – рівень гідростатичного тиску, коли ґрунт працює як суцільне середовище (межа переходу від конуса до циліндра).

Розрахунок граничного стану проводився за траєкторією простого навантаження, пропорційно одному параметру змінювались компоненти девіатора напружень. Ще дано можливість обчислювати приріст пластичних деформацій під час поточного кроку навантаження, а потім знаходити сумарні деформації шляхом додавання [2]:

Вектор пластичних деформацій даної моделі визначався (5.9–5.11):

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \sum \varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \delta_{ij}, \quad d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{шар}^p + d\varepsilon_{дев}^p,$$

де ε_{ij} – повний тензор деформацій; ε_{ij}^e , ε_{ij}^p – пружні та пластичні деформації ґрунту до кроку навантаження, що розглядається; $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій на поточному кроці навантаження; $d\varepsilon_{шар}^p$, $d\varepsilon_{дев}^p$, – прирости шарової та девіаторної частини тензора деформацій.

Для визначення $d\varepsilon_{ij}^p$ використано неасоційований закон пластичної течії (4.9):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma}, \quad F \neq f,$$

де $d\lambda$ – скалярний множник; F – пластичний потенціал, σ – тензор напружень, f – критерій переходу до критичного стану.

Приріст об'ємної деформації дилатансії ґрунту (5.11):

$$d\varepsilon_{шар}^p = \Lambda(\rho) d\gamma^p,$$

де $\Lambda(\rho)$ – коефіцієнт дилатансії, який може приймати як позитивні (дилатансія), так і від'ємні (контрактансія) значення [16, 2].

При математичній реалізації нелінійної задачі деформування ґрунтової основи використано ефективний алгоритм О. А. Ільюшина, коли на кожному наступному кроці використовується розв'язок задачі попереднього кроку. Результати розрахунку фундаментної плити $h = 0,7$ м для споруди на рис. 6.9 наведено на рис. 6.11.

При вазі споруди $P = 4000$ кН, підрахованої згідно з ПК «Ліра», величина осідання $S = 3,17$ см, що менше допустимого $S_u = 12$ см. Таким чином, суцільні фундаментні конструкції, у вигляді фундаментної плити зменшують диференціальні осідання за рахунок стисливості шарів ґрунту.

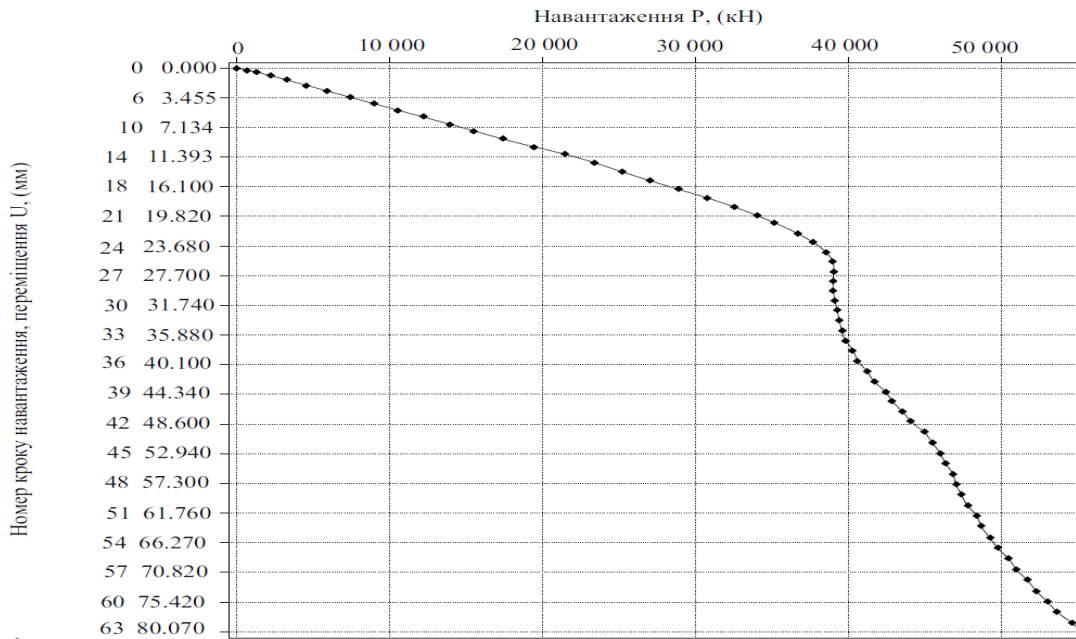


Рисунок 6.11 – Графік «Навантаження – осідання» для фундаментної плити $h = 0,7$ м

Плитні фундаменти дають суттєву економію матеріалу та вартості виконання будівельних робіт. Котловани дешевші ніж окремі шурфи.

Використання в прогнозних розрахунках нових нелінійних дилатансійних пружнопластичних моделей дає можливість ще на стадії проектування прогнозувати НДС основ, варіювати вхідними параметрами для отримання найбільш економічного рішення, та отримувати картину роботи ґрунтової основи під тисками сучасних висотних будівель.

Отриманий за МГЕ прогнозний графік «навантаження – осідання» поведінки фундаментної плити під навантаженням, аж до його «зриву» дає можливість визначити несучу здатність фундаментної плити згідно з критерієм $S \leq S_u$ та при нагоді більш повно (економічніше) використовувати резерви несучої здатності при конкретних ґрунтових умовах.

6.6 Комп'ютерні технології прогнозу осідання системи «будівля–фундамент–основа»

Важливою властивістю ґрунтової основи є наявність незворотних структурних деформацій. Г. К. Клейн відмічав, що структурні деформації виникають в результаті руйнування зв'язків тертя та зчеплення між окремими структурними елементами ґрунту, тому вони є незворотними і носять місцевий характер, виникаючи при досягненні тиском величини $P_{\text{структурне}}$ (межа пружності) і захвачують територію ґрунту безпосередньо під навантаженням. За межами завантаженої площадки вони відсутні. Таким чином, відхилення від закону Гука спостерігається для ґрунту вже на початкових стадіях навантаження В ґрунтах, як в матеріалі пружно-пластичному, має місце нелінійна залежність між $\sigma - \varepsilon$, тобто, при виконанні розрахунку стає необхідним врахування фізичної нелінійності ґрунту.

Світовий та вітчизняний досвід проектування сучасних висотних будівель свідчить, що інженерних (традиційних) методів розрахунку основ та фундаментів явно недостатньо. Потрібні наукові підходи, числові просторові нелінійні розрахунки всієї системи «будівля–фундамент–основа».

Поняття «система» широко використовується майже у всіх областях науки та техніки, її описують набором математичних абстракцій із залученням математичних апаратів (диференціальні та інтегральні обчислення). Розрахункові рівняння стану системи (математична модель) мають слугувати для вивчення кола питань, пов'язаних з уявленнями про структуру, функціонування системи, взаємозв'язку між різними параметрами системи.

Аналіз взаємодії складових системи можливий лише за допомогою числового моделювання та ЕОМ. Найбільш слабкою ділянкою в системі є ґрунтова основа. Деформації ґрунтового середовища характеризуються одночасним протіканням великої кількості складових фізико-механічних процесів. Для пористого середовища ґрунту характерними є як деформації зсувів, так і зміни об'єму, які залежать від явищ контракції та дилатансії. З цієї причини в роботі напружено-деформований стан (НДС) ґрунту розглядався на октаедричних площадках, рівнонахилених до площин головних напружень, оскільки октаедричні пло-

щадки мають ряд особливостей, які спрощують розгляд напружень на них при аналізі умов руйнування.

За методом граничних елементів в роботі змодельоване осідання плитно-пального фундаменту 16-ти поверхового житлового будинку (рис. 6.12) із врахуванням перерозподілу навантаження між палями фундаменту та нелінійної роботи ґрунту основи. Проведено порівняння отриманих результатів розрахунку за МГЕ з іншими методиками.

Створена на основі МГЕ методологія прогнозування поведінки фундаментних конструкцій (розділ 5) на всьому діапазоні їх роботи від пружної до пластичної стадії забезпечує економічне прийняття рішень. Восьмипараметрична модель прогнозу поведінки підземної частини системи базується на основі теорії пластичної течії та дилатансійних співвідношень дисперсного ґрунту В. М. Ніколаєвського [18] та І. П. Бойка [2]. Просторова взаємодія елементів системи досліджувалась на реальній будівлі – 16-ти поверховому монолітно-цегляному житловому будинку в м. Санкт-Петербурзі висотою 54 м з підвалом [10] (рис. 6.12).

В плані будівля має форму трилисника. Вага будівлі становить 222720 кН. Осідання плитно-пального фундаменту описувалось дилатансійною пружно-пластичною моделлю, числове рішення проведено за МГЕ. До появи текучості поведінка ґрунту описувалась законом Гука.

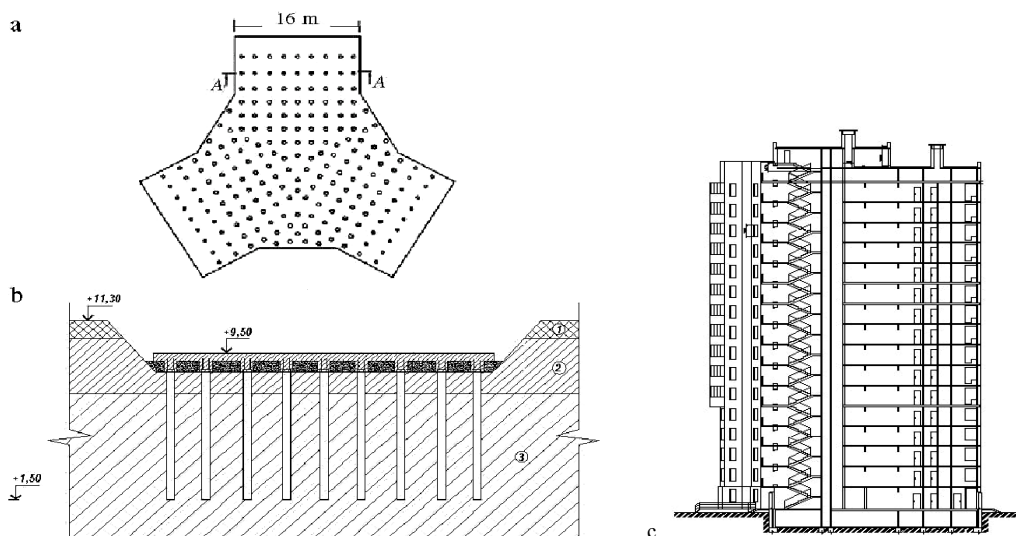


Рисунок 6.12 – План плитного ростверку й пального поля (а), розріз А-А (b), розріз 1-1 (c)

Вектор деформацій складався із пружної та пластичної складових:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p.$$

Досягнення межі текучості пов'язувалось з приходом граничної рівноваги ґрунту відповідно до умов Мізеса–Шлейхера–Боткіна (5.8), рис. 2.1.

Властивий в значній мірі ґрунтам при їх ущільненні та зсуві ефект дилатансії (ефект перехресного впливу інваріантів тензора напружень і швидкостей деформацій між собою) в роботі враховано розбиттям тензора напружень на девіаторну та гідростатичну складові:

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + \delta_{ij}\sigma, \quad (6.2)$$

обчислення вектора деформацій проведено з урахуванням історії навантаження:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \sum \varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \delta_{ij}, \quad (6.3)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{ij(шар)}^p + d\varepsilon_{ij(дев)}^p, \quad (6.4)$$

де s_{ij} – девіатор напружень; σ – шаровий тензор напружень; ε_{ij} – повний тензор деформацій, величина якого залежить від попередньої історії завантаження ґрунту; ε_{ij}^e , ε_{ij}^p – пружні та пластичні деформації ґрунту до кроку навантаження, що розглядається; $d\varepsilon_{ij}^p$ – приріст пластичних деформацій на поточному кроці навантаження; $d\varepsilon_{ij(шар)}^p$, $d\varepsilon_{ij(дев)}^p$ – прирости шарової та девіаторної частини тензора деформацій.

Фізичне рівняння роботи ґрунту у фазі зсувів (4.9):

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}; F \neq f,$$

де F – пластичний потенціал, функція історії деформування; f – критерій переходу до пластичного стану; λ – скалярний коефіцієнт простого навантаження, який визначається в ході розв'язання пластичної задачі.

Для корегування неспіввідності T_{σ} і T_{ε} при зсувах використано дилатансійну умову (5.11):

$$d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^p = \Lambda d\gamma^p$$

де $d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^p$ – приріст об’ємних деформацій при зсуві ґрунту; Λ – швидкість дилатансії; $d\gamma^p$ – скалярний еквівалент приростів інтенсивності зсувів.

Розв’язок інтегрального фундаментального рівняння рівноваги яке встановлює зв’язок між $\sigma - \varepsilon$ на границі [5] проведено за МГЕ (5.2):

$$c_{ij}\dot{u}_j + \int_{\Gamma} \rho_{ij}^* \dot{u}_{ij} d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* \dot{\rho}_i d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \varepsilon_{jk}^p d\Omega,$$

де \dot{u} – заданий вектор швидкостей переміщень на границі палі; $\dot{\rho}$ – шуканий вектор напружень; u^*, p^*, σ^* – ядра граничного рівняння – фундаментальні розв’язки Р. Міндліна та похідні від напружень від дії $P = 1$ в середині пружної півплощини; інтеграл по області Ω в (5.2) включає вектор пластичних деформацій основи ε_p ; C_{ij} – матриця, що визначалась з умов руху тіла, як цілого.

Геологічна ситуація основи описувалась восьми фізико-механічними параметрами ґрунту:

$$E = 18,43 \text{ МПа}, \nu = 0,39,$$

$$\rho = 1,8852 \text{ г/см}^3, \rho^{\min} = 1,56 \text{ г/см}^3, \rho^{\max} = 2,67 \text{ г/см}^3;$$

$$C = 39,33 \text{ кПа}, \varphi = 19,15, p_0 = -2000 \text{ кПа}.$$

Для коректного моделювання системи були проведені розрахунки за нормативними документами та порівняння з експериментальними даними.

Під фундаментною плитою палеве поле складалось із 54 штук паль $d = 400$ мм, розташованих по периферії плити та 150 штук паль $d = 500$ мм, розташованих в центральній частині плити.

В таблиці 6.1 проведено аналіз даних несучої спроможності буронабивних паль $L = 7$ м діаметром 40 та 50 см, отриманих за СП 50-102-2003, експериментально та за МГЕ. Результати розрахунку окремо працюючих буронабивних паль подано на рис. 6.13.

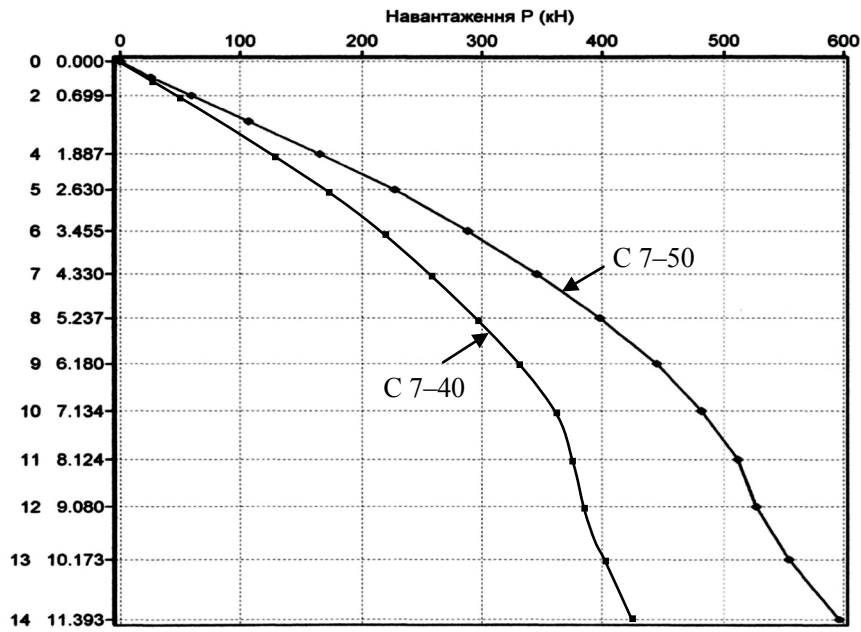


Рисунок 6.13 – Графік залежності навантаження-осідання для палі діаметром 40 см та 50 см, довжиною 7 м

Таблиця 6.1 – Визначення несучої спроможності одиначної буронабивної палі

Методика визначення несучої спроможності буронабивної одиначної палі	Несуча спром. одинач. палі $L = 7$ м при $S = 1$ см	
	$d = 400$ мм	$d = 500$ мм
СП 50-102-2003 «Проектирование и устройство свайных фундаментов»	283 кН	382 кН
Статичні експериментальні дослідження (СП 50-102-2003, ТСН 50-302-2004)	380 кН	520 кН
МГЕ	390 кН	541 кН

З метою визначення частки навантаження, яке отримують фундаментна плита й безпосередньо паліве поле, проведено розрахунки числовим МГЕ для таких геологічних умов будівельного майданчика.

Схему дискретизації ґрунтового масиву під фундаментною плитою, що працює окремо, та результати розрахунку плити за МГЕ показано на рис. 6.14б.

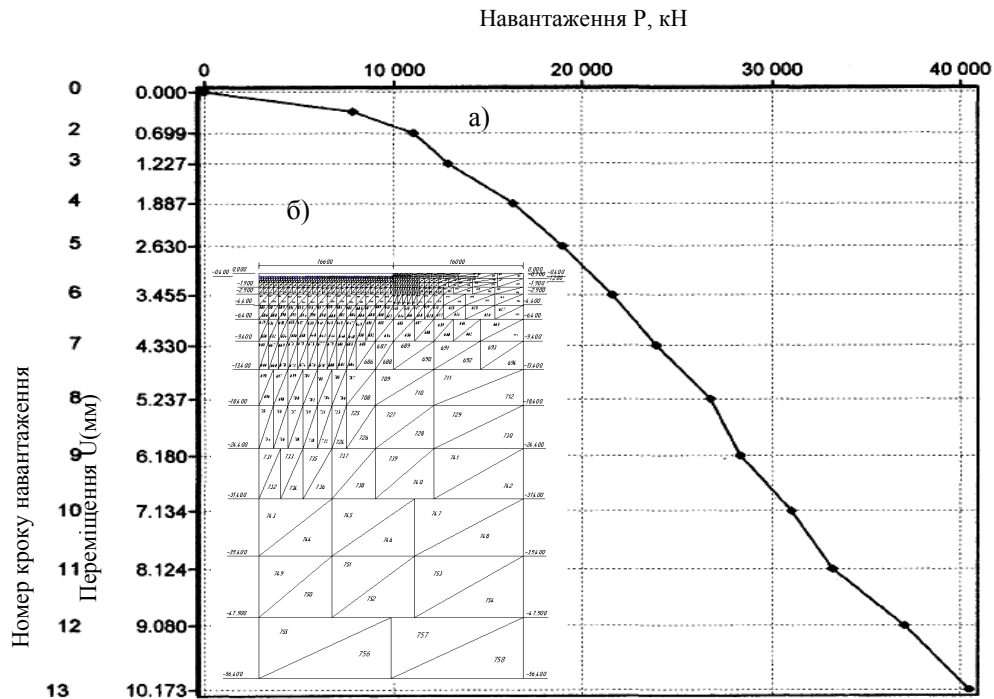


Рисунок 6.14 – Графік залежності навантаження-осідання для фундаментної плити за МГЕ (а); дискретизація ґрунтового масиву під подошвою та по боковій поверхні фундаментної плити (б)

За даними числових розрахунків, максимальне навантаження, яке може витримати плита товщиною 40 см на цих ґрунтах, приблизно дорівнює 37000 кН (рис. 6.14). Ця величина у відношенні до ваги будівлі складає 16,6 % та відповідає рекомендаціям з розрахунку плитно-пальових фундаментів СП 50-102-2003, які радять передавати на плитний ростверк плитно-пального фундаменту $\approx 15\%$ навантаження.

У числовому розрахунку ширину активної зони між палями прийнято $11d$, що відповідає експериментальним дослідженням О. А. Бартоломея, згідно з якими при відстані між палями $10d$ взаємовплив паль не спостерігається.

Результати розрахунку пальового поля МГЕ (рис. 6.15) показують, що в інтервалі осідань до 16 см залежність між навантаженням і осіданням практично лінійна, що свідчить про відсутність зон пластич-

них деформацій та зсувів ґрунту основи. Останні в пальових полях з'являються при $S > 14 - 30$ см.

Із результатів розрахунку на рис. 6.15 видно, що пальове поле працює в лінійній стадії процесу ущільнення ґрунту як єдине ціле із затисненим між палями ґрунтом, оскільки відстань між палями $< 10 d$ (ця відстань складає від 1500 до 1850 мм). При цьому утримання ґрунту здійснюється лише в межах зони впливу паль.

Результати числових досліджень перерозподілу зусиль знаходяться у відповідності з нормативними документами й експериментальними дослідженнями О. А. Бартоломея: кутова паля отримує навантаження майже вдвічі більше, ніж центральна. Співвідношення між навантаженням на крайню, кутову, центральну палі склало 1:1,4:0,7.

При врахуванні частки навантаження, яке може витримати фундаментна плита товщиною 40 см (близько 37,000 кН), величина осідання будівлі (рис. 7) становить приблизно 15,2 см.

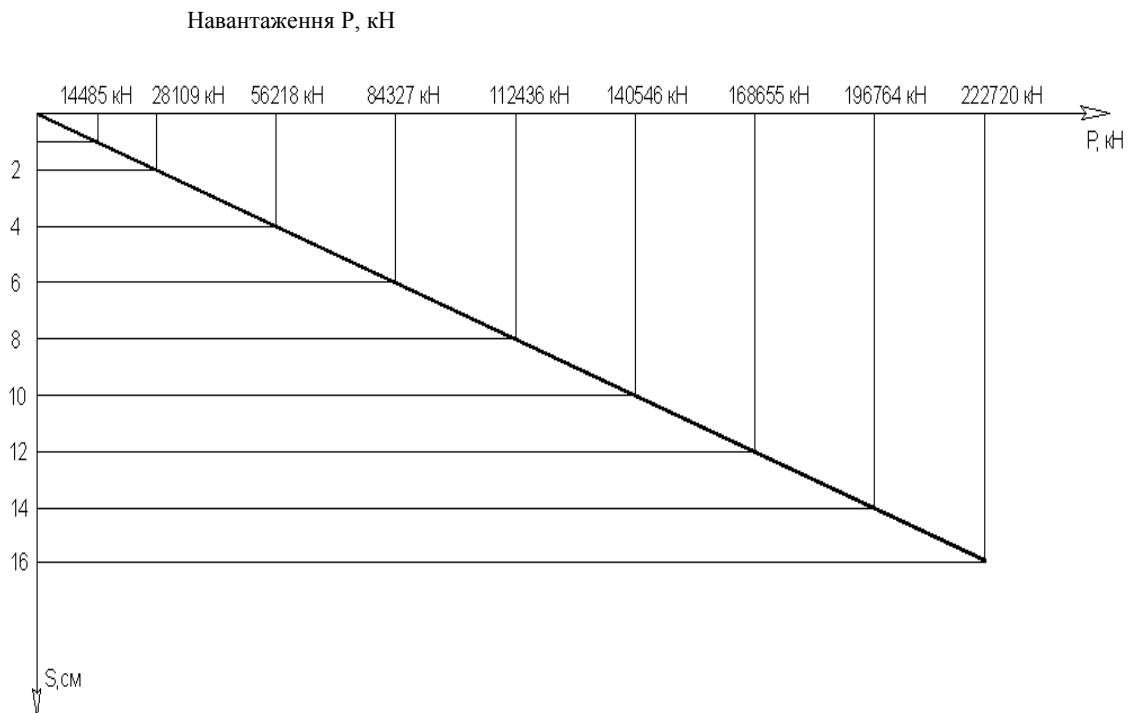


Рисунок 6.15 – Результати розрахунку МГЕ пальового поля висотної будівлі з урахуванням взаємодії активних зон в пальовому полі будівлі

За даними експериментальних досліджень, після завершення будівництва осідання на 762 добу стабілізувалось та становило 13,2 см.

В таблиці 6.2 наведено порівняння осідань будівлі, спрогнозованих згідно з різними методиками.

Числовий розрахунок за МГЕ даної будівлі з урахуванням взаємодії активних зон сусідніх паль показав осідання 15,2 см. Даний розрахунок є одним із найточніших в порівнянні з експериментальними дослідженнями.

Результати числових досліджень НДС системи за МГЕ підтверджують, що воронка осідання будівлі призводить до перевантаження крайових зон пального поля. Урахування нелінійності роботи основ дозволяє отримати більш точні, по відношенню до прийнятих в нормативних документах рішення та суттєво знизити коефіцієнт запасу забезпечивши економічний ефект. Виявлена механічна суть розв'язку нелінійної задачі механіки ґрунтів та показано її особливості на числовому прикладі.

Таблиця 6.2 – Визначення осідання будівлі

Фундамент	Метод визначення	Нормативний документ	Розрахункова схема	Осідання, см
Пальново-плитний	Пошарове додавання	СП 50-101-2004	Лінійно-деформований напівпростір	8,9
Плитно-пальовий	Розрахунок МСЕ в програмі PLAXIS 7.2	СП 50-101-2004	Пружно-пластична модель	9,4
Плитно-пальовий	Експеримент	СП 50-101-2004	–	13,2
Плитно-пальовий	МГЕ	СНиП 2.02.01-83*	Пружно-пластична модель	15,2

Результати математичного моделювання за пружнопластичною моделлю та числовим МГЕ підтверджують можливість плитно-пальових фундаментів забезпечувати для зведених на них будівлях допустимі значення осідань.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бойко І. П. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків / І. П. Бойко, О. В. Сахаров // Основи і фундаменти : міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : КНУБА, 2004. – Вип. 28. – С. 3–10.
2. Бойко І. П. Напряженно-деформированное состояние упруго-пластического дилатирующего основания свайных фундаментов / И. П. Бойко // Основания и фундаменты. – К. : Будівельник, 1986. – Вып. 19. – С. 79.
3. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Телес, Л. Вроубел ; пер. с англ. Л. Г. Корнейчука под ред. Э. И. Григорука. – М. : Мир, 1987. – 524 с.
4. Далматов Б. И. Механика ґрунтов / Б. И. Далматов. – М. : АСВ, 2000. – 201 с.
5. Далматов Б. И. Механика, основания и фундаменты / Б. И. Далматов. – Л. : Стройиздат, 1988. – 415 с.
6. Далматов Б. И. Проектирование фундаментов зданий и подземных сооружений : учебное пособие / под ред. Б. И. Далматова. – М. : АСВ ; СПб : СПбГАСУ, 2001. – 440 с.
7. ДБН В.2.1-10-2009. Основи та фундаменти споруд. Основні положення проектування / Мінрегіонбуд України. – К. : 2009. – 104 с.
8. ДСТУ БВ.2.1-27:2010 Основи та фундаменти споруд. Палі. Визначення несучої здатності за результатами пальових випробувань.
9. Зоценко М. Л. Інженерна геологія. Механіка ґрунтів, основи та фундаменти : підручник / М. Л. Зоценко та інші. – Полтава : ПНТУ, 2004. – 568 с.
10. Лучковський І. Я. К вопросу о расчетном сопротивлении грунта основания / И. Я. Лучковский. – Харьков : Коллегиум, 2010. – 48 с.
11. Малышев М. В. Механика ґрунтов, основания и фундаменты (в вопросах и ответах) : учеб. пособие / М. В. Малышев, Г. Г. Болдырев. – М. : АСВ, 2004. – 328 с.
12. Мангушев Р. А. Плитно-свайный фундамент для здания повышенной этажности / Р. А. Мангушев, А. Б. Фадеев // Основания, фундаменты и механика ґрунтов. – 2008. – № 1. – С. 15–19.
13. Моргун А. С. Моделювання ефекту взаємодії системи «будівля–фундамент–основа» за числовим методом граничних елементів : монографія / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 134 с.

14. Моргун А. С. Комп'ютерні технології розрахунку фундаментних конструкцій на основі методу граничних елементів / А. С. Моргун, І. М. Меть, А. В. Ніцевич. – Вінниця : ВНТУ, 2009. – 162 с.
15. Моргун А. С. Нелінійні проблеми механіки ґрунтів / А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ, 2016. – 122 с.
16. Николаевский В. Н. Дилатансия и законы необратимого деформирования грунтов / В. Н. Николаевский // ОФМГ. – № 5. – 1979. – С. 29–31.
17. Николаевский В. Н. Современные проблемы механики грунтов / В. Н. Николаевский // Определяющие законы механики грунтов. – М. : Стройиздат, 1975. – С. 210–227.
18. Николаевський В. Н. Механіка пористих и трещиноватих сред / В. Н. Николаевський. – М. : Недра, 1984. – 232 с.
19. Оксанович Л. В. Невидимый конфликт / Л. В. Оксанович. – М. : Стройиздат, 1981. – 191 с.
20. Рейнер М. Деформация и течение. Введение в реологию / М. Рейнер. – М : Гостехиздат, 1963. – 383 с.
21. СНиП 2.02.03-85 Свайные фундаменты.
22. Ухов С. Б. Механика грунтов, основания и фундаменты : учеб. пособие для строительных вузов / С. Б. Ухов и др. ; под ред. С. Б. Ухова. – М. : Высш. шк., 2002. – 566 с.
23. Харр М. Е. Основы теоретической механики грунтов / М. Е Харр. – М. : Издательство литературы по строительству, 1971. – 320 с.
24. Bishop A. W. Discussion of Measurement of Shear Strength of Soils / A. W. Bishop // Geotechnique. – 1950. – No. 2. – P. 113–116.
25. Drucker D. C. Soil mechanics and work – hardening theories of plasticity / D. C. Drucker, R. E. Gibson, D. S. Henkel. – Trans. Amer. Soc. Civ. Eng., 1957.
26. Eurocode 7 : Geotechnical design – Part 2 : Design assisted by laboratory testing. EN 1997-2 : 2000. European Committee for Standardization – Brussel, 2000. – 107 p.
27. Hill R. The Mathematical Theory of Plasticity, Clarendon Press, Oxford, 1950.
28. Melan E. Der Spannungszustand der durch eine Einzelkraft im innern beanspruchten Halbscheibe, Z. Angew. Math. Mech. 12, 343–346 (1932).
29. Mindlin R. D., Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, Physics. 7, 195–202 (1936).
30. Timoshenko S., Resistance des materiaux, t. 1, Paris, Librairie Politechnique Beranger, 1949.

*Наукове електронне видання комбінованого використання.
Можна використовувати в локальному та мережному режимах*

**Моргун Алла Серафимівна
Задорожнюк Віолета Олегівна**

ГЕОТЕХНІЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ЗА МГЕ РОЗРАХУНКУ ФУНДАМЕНТІВ

Монографія

Коректор С. Сідак
Оригінал-макет А. Моргун

Видання здійснене в авторській редакції.

Системні вимоги: процесор

Pentium; 512 Mb RAM;

Windows XP,7,8,10; Acrobat Reader 6.0+.

Один електронний оптичний диск (CD-ROM); Обсяг даних 3,7 Мб.

Наклад 100 (1-й запуск 1–30) прим. Зам. № E2019-08

Видавець та виготовлювач – Вінницький національний технічний університет,

Інформаційний редакційно-видавничий центр.

Хмельницьке шосе, 95, ВНТУ, ГНК, к. 114,

м. Вінниця, 21021, тел.: (0432) 59-85-32, 59-81-59.

press.vntu.edu.ua; *email*: kivc.vntu@gmail.com.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи

серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.