А. Д. СЛОБОДЯНИК, С. Є. ТУЖАНСЬКИЙ,
В. М. САЙЧУК

ФІЗИКА

ТЕОРІЯ КОЛИВАНЬ ТА ХВИЛЬ

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

А. Д. Слободяник, С. Є. Тужанський, В. М. Сайчук

ФІЗИКА
Теорія коливань та хвиль

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2021

УДК 53
С 48

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 15 від 31.05.2021 р.)

Рецензенти:

А. Я. Кулик, доктор технічних наук, професор

А. А. Яровий, доктор технічних наук, професор

А. М. Сільвейстр, доктор педагогічних наук, професор

Слободяник, А. Д.
С 48 Фізика. Теорія коливань та хвиль : навч. пос. / А. Д. Слободяник, С. Є. Тужанський, В. М. Сайчук – Вінниця : ВНТУ, 2021. – 142 с.
ISBN 978-966-641-876-3

Начальний посібник з фізики розроблено відповідно до програми курсу фізики у вищих інженерно-технічних закладах освіти. Розкрито теорію механічних і електромагнітних коливань та хвиль. До кожного розділу програми наведено відповідну кількість тематичних задач. На початку кожного підрозділу наведені основні формули, потрібні для розв'язування запропонованих задач. Для контролю та самоконтролю наведено тести. Рекомендовано для студентів інженерних спеціальностей та студентів-заочників. Матеріали посібника подано з використанням сучасного математичного редактора Mathcad. Електронний варіант посібника можна використовувати в умовах дистанційної форми навчання.

УДК 53

ISBN 978-966-641-876-3

ЗМІСТ

I ВСТУП

Коливаннями називають зміну деякої фізичної величини, що відбувається через рівні проміжки часу. Це рухи або процеси, які характеризуються певною повторюваністю в часі. Коливальні процеси значно поширені в природі й техніці, наприклад, коливання маятника годинника, змінний електричний струм і т. д. При коливальному русі маятника змінюється координата його центра мас, а у випадку змінного струму – коливаються напруга й струм у колі. Фізична природа коливань може бути різною, тому розрізняють коливання механічні, електромагнітні й інші. Однак різні коливальні процеси описуються однаковими характеристиками й однаковими рівняннями. Звідси випливає доцільність єдиного підходу до вивчення коливань різної фізичної природи.

Коливання будуть вільними (або власними), якщо вони відбуваються за рахунок деякої енергії, переданої коливальній системі в початковий момент часу, при відсутності в наступні моменти часу будь-яких зовнішніх впливів на цю систему. Найпростішими коливаннями є гармонічні коливання, при яких коливна величина змінюється з часом за законом косинуса або синуса. Вивчення гармонічних коливань важливе з двох причин:

1) коливання, які зустрічаються у природі й техніці, за певних наближень є гармонічними;

2) різні періодичні процеси (процеси, які повторюються через рівні проміжки часу) можна подавати як суперпозицію гармонічних коливань.

Гармонічні коливання деякої фізичної величини x описуються таким рівнянням

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi), \tag{1.1}$$

де A – максимальне значення коливної величини x, яке називається *амплітудою коливань*;

ω_0 – колова, або циклічна частота;

φ – початкова фаза коливань для моменту часу $t = 0$;

$(\omega_0 t + \varphi)$ – фаза коливань для довільного моменту часу t.

Оскільки косинус змінюється в межах від +1 до -1, то x може набувати значень від +A до -A.

Певні стани системи в процесі гармонічних коливань повторюються

через однаковий проміжок часу *T,* який називається *періодом коливань*. За цей час фаза коливання зростає на 2π, тобто

$$\omega_0(t+T)+\varphi=(\omega_0 t+\varphi)+2\pi,$$

звідки

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}. \quad (1.2)$$

Величина, обернена до періоду коливань,

$$\nu=\frac{1}{T}, \quad (1.3)$$

виконана коливною системою за одиницю часу, називається *частотою коливань*. Прирівнюючи (1.2) і (1.3), одержимо

$$\omega_0 = 2\pi\nu.$$

Одиницею частоти є герц (Гц), це частота такого періодичного процесу, при якому за 1 с відбувається одне повне коливання.

Запишемо першу й другу похідні фізичної величини x гармонічного коливання, тобто визначимо швидкість і прискорення коливання:

$$\frac{dx}{dt}=-A\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi)=A\omega_0\cos(\omega_0 t+\varphi+\frac{\pi}{2}); \quad (1.4)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega_0^2\cos(\omega_0 t+\varphi)=A\omega_0^2\cos(\omega_0^2 t+\varphi+\pi), \quad (1.5)$$

Тобто, маємо гармонічні коливання тієї ж циклічної частоти. Амплітуди величин (1.4) і (1.5) відповідно дорівнюють $A\omega_0$ і $A\omega_0^2$. Фаза швидкості (1.4) відрізняється від фази фізичної величини (1.1) на $\pi/2$, а фаза прискорення (1.5) відрізняється від фази фізичної величини (1.1) на π.

Отже, у моменти часу, коли $x = 0$, $\frac{dx}{dt}$ має найбільші значення; коли ж x досягає максимальних від'ємних значень, то в ці моменти часу $\frac{d^2x}{dt^2}$ будуть мати найбільші додатні значення.

З рівняння (1.5) одержуємо диференціальне рівняння гармонічних коливань (де враховано, що $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$),

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0 x=0. \quad (1.6)$$

Таким чином, розв'язком диференціального рівняння (1.6) є вираз (1.1).

Гармонічні коливання можна зобразити графічно за допомогою методу обертання вектора амплітуди або методу векторних діаграм. Для цього з довільної точки *O,* взятої на осі *x,* під кутом φ, який дорівнює початковій фазі коливання, відкладається вектор $\vec{A}$, модуль якого дорівнює амплітуді *A* гармонічного коливання.

Якщо цей вектор привести до обертання з кутовою швидкістю ω_0 то проекція кінця вектора буде переміщуватися по осі *x* і набувати значень від *-A* до *+ A,* а коливна величина буде змінюватися з часом за законом $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$. У фізиці часто застосовується інший метод, який відрізняється від методу обертання вектора амплітуди лише за формою. У цьому методі коливну величину подають комплексним числом відповідно до формули Ейлера для комплексних чисел

$$e^{ix} = \cos\alpha + i\sin\alpha, \tag{1.7}$$

де $\boldsymbol{i} = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

Тому рівняння гармонічного коливання (1.1) можна записати також в експонентній формі

$$x = Ae^{i(\omega_0 t + \varphi)}. \tag{1.8}$$

Права частина рівняння (1.8) є рівнянням гармонічних коливань.

ІІ ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ТЕОРІЮ КОЛИВАНЬ ТА ХВИЛЬ

2.1 Кінематика механічних коливань

Коливальним рухом, або просто *коливанням*, називають будь-який рух чи зміну стану, що характеризується повторюваністю в часі значень фізичних величин, які визначають цей рух чи стан. З коливаннями ми стикаємося під час вивчення найрізноманітніших явищ: звуку, світла, змінних струмів, радіохвиль, руху маятника тощо. Є загальні закономірності цих явищ та математичні методи їх дослідження.

Прикладами коливального руху в механіці можуть бути коливання маятників, струн, мембран телефонів, балансирів годинників, поршнів двигунів внутрішнього згоряння, мостів та інших споруд, що зазнають змінних навантажень.

Коливальний рух називають *періодичним,* якщо значення фізичних величин, що змінюються в процесі коливань, повторюються через однакові інтервали часу.

Мінімальний інтервал (проміжок) часу, через який повторюється положення тіла в коливальному русі, називають *періодом коливання Т*. Число коливань, що здійснює тіло за одиницю часу, називають *частотою коливань* v.

Серед різних коливальних рухів у природі і техніці важливе значення мають гармонічні коливальні рухи. *Гармонічним* називають коливальний рух, за якого матеріальна точка зміщується від положення рівноваги за законом синуса або косинуса. Важливість цього руху пояснюють тим, що коливання в природі і техніці дуже близькі до гармонічних, а також тому, що складні коливання можна розкласти на гармонічні.

Розглянемо, наприклад, зв’язок між рухом по колу і гармонічним коливанням. Нехай матеріальна точка M рівномірно рухається по колу радіусом R з кутовою швидкістю ω. Розглянемо рух проекції цієї точки M' на осі OX (рис. 1, а):

$$x = Rsin\varphi = Rsin\omega t, \tag{2.1}$$

де $\varphi = \omega t$.

Якщо точка M почала свій рух по колу не з початкового положення M_0, а з довільного M_1 (рис. 1, б), то зміщення точки M' від положення рівноваги становитиме

$$x = Rsin(\omega t + \varphi_0) = Asin(\omega t + \varphi_0). \tag{2.2}$$

З рис. 1, б видно, що рух проекції точки M на вісь OY N також є гармонічним коливанням. Зміщення цієї точки N дорівнює

$$y = Acos(\omega t + \varphi_0). \tag{2.3}$$

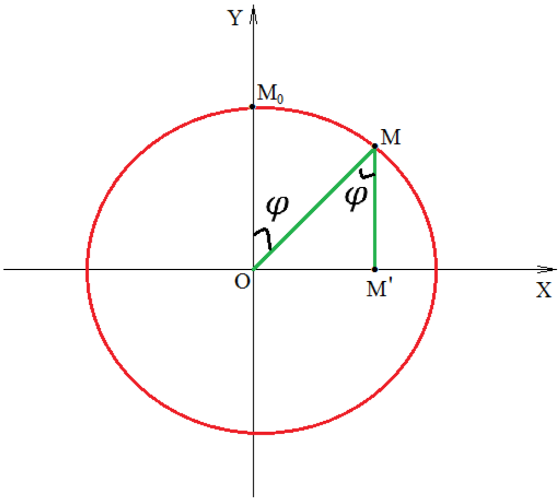

Рисунок 1, а

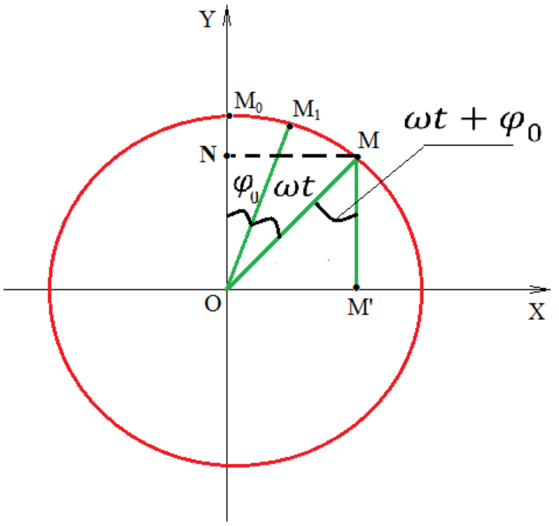

Рисунок 1, б

Вирази (2.2) і (2.3) є рівняннями гармонічного коливання в загальному вигляді.

Визначимо основні кінематичні елементи цього руху. Літерою x позначено відстань точки, що перебуває в коливальному русі, від положення рівноваги; її називають *зміщенням.* Максимальне зміщення точки від положення рівноваги називають *амплітудою коливання.* В нашому прикладі $x_{max} = R = A$.

Аргумент $(\omega t + \varphi_0)$ називають *фазою коливання,* а величину φ_0 – *початковою фазою коливання,* тобто це значення фази в початковий момент часу $(t = 0)$.

Фаза дає змогу визначити числове значення і напрямок зміщення, а отже, положення точки за коливального руху в будь-який момент часу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Воловик П. М. Фізика. Підручник для університетів. К. : Ірпінь: Перун, 2005. 864 с.

2. Савельев И. В. Курс общей физики : учеб. пос. В 3-х т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика. М. : Наука, 1986. 432 с.

3. Савельев И. В. Курс общей физики : учеб. пос. В 3-х т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. М. : Наука, 1988. 496 с.

4. Савельев И. В. Курс общей физики : учеб. пос. В 3-х т. Т. 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика атомного ядра и элементарных частиц. М. : Наука, 1987. 320 с.

5. Чертов А. Г., Воробьев А.А. Задачник по физике : учеб. пос. М. : Высш. шк., 1981. 496 с.

6. Зузяк П. М., Слободяник А. Д. Задачі з фізики. Програма курсу, контрольні завдання та методичні поради до розв'язування окремих задач : навч. пос. Вінниця : ВНТУ, 2003. 172 с.

7. Потапова М. В., Шахматова В. В. Факторы, влияющие на качество усвоения знаний и умений выпускников. *Физика в школе*. 2008. № 1.

8. Педагогика / под ред. Бабанского Ю. К . М., 1998.

9. Снычёва Л. В. Физика : учеб. пос для иностр. учащихся подготов. отд-ния. Ч. 1 (со словарем). Симферополь : Изд. центр КГМУ, 2000. 173 с.

10. Физика : учеб. пос. для студентов-иностранцев подготов. ф-тов вузов / Корочкина Л. Н., Каурова А. С., Шутенко Л. Д., Стасюк Б. П. М. : Высш. шк., 1983. 392 с.

11. Вердеревская Н. Н., Егорова С. П. Сборник задач и вопросов по физике : учеб. пос. Изд. 2-е, доп. и перераб. М. : Высш. шк., 1980. 216 с.

12. Методические указания к самостоятельной работе по физике для студентов-иностранцев подготовительного факультета / Сост. Е. И. Агеева, Г. И. Прокопова и др. Харьков : НТУ «ХПИ», 1992. 82 с.

13. Бондарь А. М., Чекарёв М. А., Троицкая В. В. Физика : метод, указания для студентов-иностранцев подготов. фак. Харьков : Межвузовое полиграф, предприятие, 1990. 126 с.

14. Гайдучок Г. М., Лободюк В. А., Рябошапка К. П. Довідник з фізики для учнів. К. : Рад.школа, 1981. 240 с.

15. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. М. : Наука, 1985.

16. Гончаренко С. У. Методика навчання фізики в середній школі. Механіка. К. : Рад. шк., 1984. 208 с.

17. Бендриков Г. О., Буховцев Б. Б., Мякишев Г. Я. Задачі з фізики для вступників до вузів. Київ : Вища школа, 1981. 368 с.

VII Додатки

ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ СТАЛІ

Нормальне прискорення
вільного падіння .... $g = 9.81\ м/с^2$

Гравітаційна стала .... $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ м^3/(кг \cdot с^2)$

Стала Авогадро .... $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}\ моль^{-1}$

Молярна газова стала .... $R = 8.31(Дж/моль \cdot К)$

Молярний об'єм газів при н.у. .... $V_{0m} = 22.4 \cdot 10^{-3}\ м^3/моль$

Стала Больцмана .... $k = 1.38 \cdot 10^{-23}\ Дж/К$

Стала Фарадея .... $F = 9.65 \cdot 10^{7}\ Кл/моль$

Елементарний заряд .... $e = 1.60 \cdot 10^{-19}\ Кл$

Маса електрона .... $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\ кг$

Питомий заряд електрона .... $e/m = 1.76 \cdot 10^{11}\ Кл/кг$

Швидкість світла у вакуумі .... $3.00 \cdot 10^{8}\ м/с$

Стала Стефана-Больцмана .... $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ Вт/(м^2 \cdot К^4)$

Стала закону зміщення Віна .... $b = 2.90 \cdot 10^{-3}\ м \cdot К$

Стала Планка .... $h = 6.63 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$
$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$

Стала Рідберга .... $R = 2.07 \cdot 10^{-18}\ с^{-1}$
$R' = 1.10 \cdot 10^{7}\ м^{-1}$

Борівський радіус .... $a = 5.29 \cdot 10^{-11}\ м$

Комптонівська довжина
хвилі електрона .... $\lambda_C = 2.43 \cdot 10^{-12}\ м$

Магнетон Бора .... $\mu_Б = 9.27 \cdot 10^{-24}\ Дж/Тл$

Енергія іонізації атома водню .... $E_i = 2.18 \cdot 10^{-18}\ Дж$

Атомна одиниця маси .... $1\ а.о.м. = 1.66 \cdot 10^{-27}\ кг$

Ядерний магнетон .... $\mu_N = 5.05 \cdot 10^{-27}\ А \cdot м^2$

Електрична стала .... $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ Ф/м$

Магнітна стала .... $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Гн/м$

Таблиці фізичних величин

Густина ρ твердих тіл і рідин (Мг/м^3, або г/см^3)

Тверді тіла

Алюміній......................................2,70

Вісмут..9,80

Вольфрам.....................................19,3

Залізо (чавун, сталь) 7,87

Золото..19,3

Кам’яна сіль.................................2,20

Латунь 8,55

Марганець....................................7,40

Мідь...8,93

Нікель..8,80

Платина..21,4

Свинець..11,3

Срібло..10,5

Уран...18,7

Рідини (при 15 °С)

Вода (дистильована при 4 °С) 1,00

Гліцерин.......................................1,26

Гас..0,8

Масло 0,9

Олія рицинова 0,96

Ртуть...13,6

Сірковуглець 1,26

Спирт..0,8

Ефір 0,7

Густина газів при нормальних умовах (кг/м^3)

Азот 1,25

Аргон.................................... 1,78

Водень.................................. 0,09

Повітря................................. 1,29

Гелій 0,18

Кисень.................................. 1,43

Діелектрична проникність ε

Вода..81

Масло (трансформаторне)...........2,2

Парафін 2,0

Слюда..7,0

Скло...7,0

Фарфор..5,0

Ебоніт..3,0

Показник заломлення *n*

Алмаз.................................... 2,42

Вода...................................... 1,63

Сірковуглець 1,33

Скло...................................... 1,50

Додаток А
ОСНОВНІ МАТЕМАТИЧНІ ФОРМУЛИ

1. Формули з алгебри та тригонометрії

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$Z = a + ib \qquad Z^* = a - ib$$

$$Z = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi) \qquad Z^* = \rho(\cos\varphi - i\sin\varphi)$$

$$Z = \rho e^{i\varphi} \qquad Z^* = \rho e^{-i\varphi}$$

$$|Z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad ZZ^* = |Z|^2$$

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \sin y \cos x \qquad \sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \cos y \qquad \cos(x-y) = \cos x \cos y + \sin x \cos y$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x \qquad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \qquad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin ax \sin bx = \frac{1}{2}\cos(a-b)x - \frac{1}{2}\cos(a+b)x$$

$$\sin ax \cos bx = \frac{1}{2}\sin(a+b)x + \frac{1}{2}\sin(a-b)x$$

2. Формули диференціального й інтегрального числень

$$\frac{d(uv)}{dx} = v\frac{d(u)}{dx} + u\frac{d(v)}{dx} \qquad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v\frac{d(u)}{dx} - u\frac{d(v)}{dx}}{v^2}$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1} \qquad \frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x} \qquad \frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$$

$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x \qquad \frac{d(\sin x)}{dx} = \cos x$$

$$\frac{d(ctgx)}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x} \qquad \frac{d(tgx)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1}x^{m+1} \quad \text{при } m \neq 0 \qquad \int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x \qquad \int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int \cos x dx = \sin x \qquad \int e^x dx = e^x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|tg\frac{x}{2}\right| \qquad \int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|tg\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x \qquad \int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n! \qquad \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}a^{-2}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}} \qquad \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}a^{-\frac{5}{2}}$$

$$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-ax} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}a^{-3/2} \qquad \int_0^\infty \frac{xdx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$\int_0^\infty x^{3/2} e^{-ax} dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}a^{-5/2} \qquad \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = 2{,}405$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \qquad \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$\int_0^\infty x e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a} \qquad \int_0^1 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0{,}225$$

$$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}a^{-3/2} \qquad \int_0^2 \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 0{,}225$$

∗Тут і далі стала інтегрування опускається.

3. Формули для наближених обчислень

Якщо *a<<1*, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a; \qquad \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a;$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a; \qquad e^a = 1 + a;$$

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a; \qquad \ln(1 + a) = a.$$

Якщо кут α малий *($\alpha < 5^o$* або *$\alpha < 0{,}1$ рад)* і виражений в радіанах, то в першому наближенні можна прийняти:

$$\sin\alpha = tg\alpha = \alpha, \quad \cos\alpha = 1.$$

Навчальне видання

Слободяник Анатолій Дмитрович

Тужанський Станіслав Євгенович

Сайчук Віктор Михайлович

ФІЗИКА
Теорія коливань та хвиль

Навчальний посібник

Рукопис оформив *А. Слободяник*

Редактор *В. Дружиніна*

Оригінал-макет підготувала *Т. Криклива*

Підписано до друку 05.11.2021.
Формат 29,7×42 ¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різографічний. Ум. друк. арк. 8,52.
Наклад 50 (1-й запуск 1-21) пр. Зам. № 2021-115.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
інформаційний редакційно-видавничий центр.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 65-18-06.
press.vntu.edu.ua;
E-mail: kivc.vntu@gmail.com

Свідоцтво суб’єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.