

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

В. І. КЛОЧКО, А. А. КОЛОМІЄЦЬ

**ВИЩА МАТЕМАТИКА.
ЗБІРНИК ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ**

Збірник задач

Вінниця
ВНТУ
2021

УДК 519.2 (075)
К50

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 2 від 30.09.2021 р.)

Рецензенти:

Кичак В. М., доктор технічних наук,
Матяш О. І., доктор педагогічних наук,
Лисий М. В., кандидат фіз.-мат. наук

Клочко, В. І.

К50 Вища математика. Збірник прикладних задач : збірник задач / В. І. Клочко, А. А. Коломієць. – Вінниця : ВНТУ, 2021. – 105 с.
ISBN 978-966-641-888-6

У збірнику задач наведено мінімум теоретичного матеріалу та задачі, зміст яких у багатьох випадках орієнтований на фахові дисципліни, розв'язки з наперед заданою точністю, які називають наближеними методами інтегрування рівнянь. Наведені приклади не обмежують можливих варіантів задач, викладач може самостійно урізноманітнити зміст та збільшити кількість вправ.

Структура кожної теми спрямована на розвиток та поглиблення мислення студентів і практичної компоненти математичної компетентності майбутнього фахівця. Збірник задач може бути використаний під час вивчення курсу вищої математики ЗВО, а також для навчально-дослідницької роботи майбутніх бакалаврів та магістрів технічних спеціальностей.

Збірник призначено для викладачів та студентів усіх технічних спеціальностей.

УДК 519.2 (075)

ISBN 978-966-641-888-6

© ВНТУ, 2021

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Лінійна алгебра.....	5
2 Теорія функції однієї змінної. Графіки функцій.....	11
2.1 Лінії другого порядку.....	16
2.2 Функції Уолша.....	18
3 Вступ до математичного аналізу.....	22
3.1 Теорія границь.....	22
3.2 Диференціальне числення функції однієї змінної.....	24
4 Інтегральне числення функції однієї змінної.....	29
5 Диференціальні рівняння.....	37
5.1 Нелінійні диференціальні рівняння.....	49
6 Операційне числення.....	53
7 Ряди.....	63
8 Інтегральне числення функції багатьох змінних.....	70
9 Елементи теорії поля.....	71
10 Застосування функції комплексної змінної та перетворення Лапласа... ..	82
11 Теорія ймовірностей.....	84
Література.....	104

Вступ

Наведені у рукописі практичні вправи і приклади описують конкретні явища, фізичні процеси і факти щодо стану, розвитку і впровадження математичних моделей у виробничій діяльності, що обумовлює формування у студентів бажання і вміння самому взяти участь у їхньому вирішенні.

Багато завдань, які запропоновано у збірнику задач, підсилені ілюстраціями, що покращує його методологічну складову.

Завдання, запропоновані у збірнику задач, розраховані на формування у студентів вміння пошуку відповідного теоретичного матеріалу для розв'язання завдань, вміння конструювати алгоритми та розв'язки задач.

Задачі у збірнику підібрано різнопланові, від таких, що вимагають лише репродуктивної діяльності, до таких, які при розв'язуванні складуть значні труднощі для студентів технічного вузу.

Упровадження збірника задач в освітній процес сприятиме формуванню у студентів розуміння зв'язків між фундаментальними дисциплінами, такими як вища математика та спеціальними дисциплінами. А це насамперед підсилить їхню мотивацію до навчання і розуміння цілісності освітнього процесу.

1 ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

Приклад 1. На рисунку схематично зображено два трансформатори.

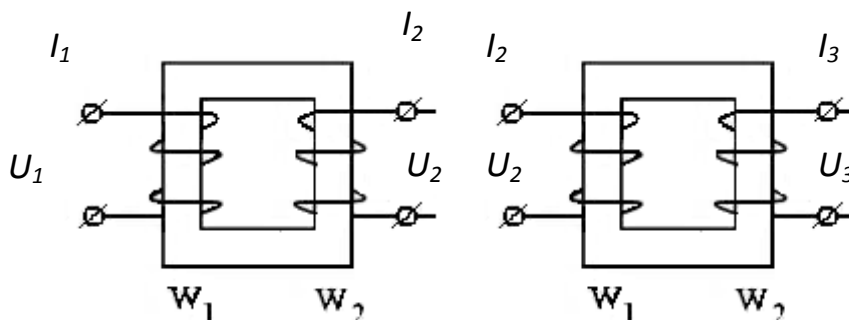


Рисунок 1.1 Схематичне зображення трансформаторів

Нехай на вході першого трансформатора подається напруга U_1 , сила струму I_1 , отримують з першого трансформатора напругу U_2 силу струму I_2 . Тоді рівняння, що описують цей процес, можна записати у вигляді:

$$\begin{cases} U_1 = \alpha_{11}U_2 + \alpha_{12}I_2, \\ I_1 = \alpha_{21}U_2 + \alpha_{22}I_2. \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} U_2 = \beta_{11}U_3 + \beta_{12}I_3, \\ I_2 = \beta_{21}U_3 + \beta_{22}I_3. \end{cases} \quad (1.2)$$

Системи рівнянь (1.1) і (1.2) описують процеси, що відбуваються в електричних схемах (рис. 1.1). Підставимо вирази для напруги U_2 та сили струму I_2 з системи (1.2) в систему (1.1).

$$\begin{cases} U_1 = \alpha_{11}(\beta_{11}U_3 + \beta_{12}I_3) + \alpha_{12}(\beta_{21}U_3 + \beta_{22}I_3), \\ I_1 = \alpha_{21}(\beta_{11}U_3 + \beta_{12}I_3) + \alpha_{22}(\beta_{21}U_3 + \beta_{22}I_3). \end{cases} \quad (1.3)$$

Відкриємо дужки в останній рівності, отримаємо:

$$\begin{cases} U_1 = \alpha_{11}\beta_{11}U_3 + \alpha_{11}\beta_{12}I_3 + \alpha_{12}\beta_{21}U_3 + \alpha_{12}\beta_{22}I_3, \\ I_1 = \alpha_{21}\beta_{11}U_3 + \alpha_{21}\beta_{12}I_3 + \alpha_{22}\beta_{21}U_3 + \alpha_{22}\beta_{22}I_3. \end{cases} \quad (1.4)$$

Згрупуємо коефіцієнти біля значень напруги U_3 та сили струму I_3

$$\begin{cases} U_1 = (\alpha_{11}\beta_{11} + \alpha_{12}\beta_{21})U_3 + (\alpha_{11}\beta_{12} + \alpha_{12}\beta_{22})I_3, \\ I_1 = (\alpha_{21}\beta_{11} + \alpha_{22}\beta_{21})U_3 + (\alpha_{21}\beta_{12} + \alpha_{22}\beta_{22})I_3. \end{cases} \quad (1.5)$$

Систему (5) перепишемо у такому вигляді

$$\begin{cases} U_1 = \gamma_{11}U_3 + \gamma_{12}I_3 \\ I_1 = \gamma_{21}U_3 + \gamma_{22}I_3 \end{cases}, \quad (1.6)$$

де коефіцієнти системи утворюють матрицю $C = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix}$.

Перепишемо (1.6) у вигляді $\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} U_3 \\ I_3 \end{pmatrix}$.

З іншого боку, якщо системам (1.1) і (1.2) поставити у відповідність

матриці $A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$ і $B = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}$, то елементи матриці $C = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix}$ є

результатом множення матриці A на матрицю B і обчислюються так

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= \alpha_{11}\beta_{11} + \alpha_{12}\beta_{21}, \\ \gamma_{12} &= \alpha_{11}\beta_{12} + \alpha_{12}\beta_{22}, \\ \gamma_{21} &= \alpha_{21}\beta_{11} + \alpha_{22}\beta_{21}, \\ \gamma_{22} &= \alpha_{21}\beta_{12} + \alpha_{22}\beta_{22}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Матриця C системи (1.6) $C = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix}$, утворена на основі матриць A і B за

допомогою певного правила формування її елементів. Так, наприклад,

$\gamma_{11} = \alpha_{11}\beta_{11} + \alpha_{12}\beta_{21}$ утворено шляхом додавання добутків елементів першого

рядка матриці A і першого стовпця елементів матриці B . Якщо прослідкувати

утворення решти елементів матриці C , то ми відмітимо аналогічну побудову

шляхом додавання добутків відповідних елементів рядків матриці A (першо-

го множника) і відповідного елемента стовпця матриці B (другого

множника).

Ймовірність того, що при кожному з 3-х незалежних вимірювань фізичної величини було допущено «припустиму» помилку, дорівнює $p = 0,1$. Знайти ймовірність того, що: 1) тільки при одному вимірюванні допущено неприпустиму помилку; 2) не більше, ніж при одному вимірюванні допущено неприпустиму помилку; 3) не менше, ніж при одному вимірюванні допущено неприпустиму помилку.

Задача 11.15

Ймовірність того, що добові витрати електроенергії певним підприємством перевищують норму, дорівнює $p = 0,2$. Знайти ймовірність того, що за 25 діб будуть зафіксовані 5 випадків перевитрат електроенергії.

Задача 11.16

Перевірити, чи є дана ламана многокутником розподілу ймовірностей.

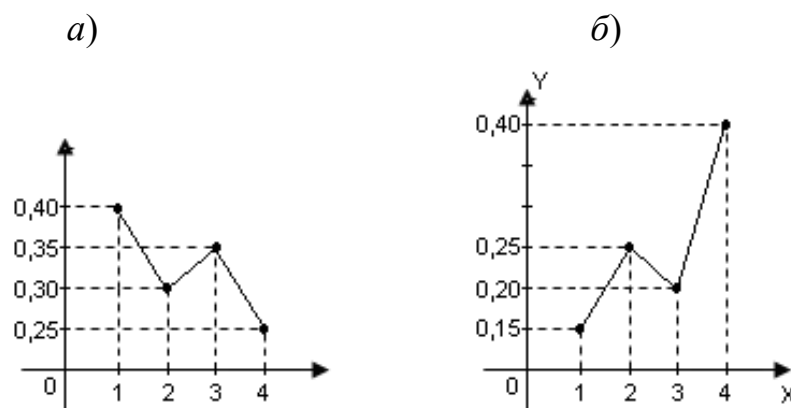


Рисунок 11.8

- І якщо так, то: 1) побудувати відповідний ряд розподілу ймовірностей;
 2) знайти функцію розподілу ймовірностей і побудувати її графік;
 3) обчислити ймовірність події $A = \{2, 3\}$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Андре Анго. Математика для радіоінженерів / Андре Анго. – М. :, 1965. – 780 с.
2. Буйвол В. М. Диференціальне числення функції однієї змінної / Буйвол В. М. – К., НАУ, 200. – 168 с.
3. Власенко К. В. Вища математика для майбутніх інженерів : навчальний посібник / К. В. Власенко ; за заг ред. проф. О. І. Скафи. – Донецьк : «Ноулідж», 2010. – 429 с.
4. Гриньов Б. В. Векторна алгебра: Підручник для вищих технічних навчальних закладів / Б. В. Гриньов, І. К. Кириченко / За ред. О. М. Литвина. – Харків : Гімназія, 2008. – 164 с.
5. Дубовик В. П. Вища математика : навчальний посібник / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К. : А. С. К, 2001. – 648 с.
6. Клочко В. І. Теорія ймовірностей. Частина 2. Індивідуальна та самостійна робота студентів : навчальний посібник / В. І. Клочко, А. А. Коломієць. – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 72 с.
7. Клочко В. І. Курс вищої математики з комп'ютерною підтримкою. Диференціальні рівняння : навчальний посібник / В. І. Клочко, З. В. Бондаренко. – Вінниця : ВНТУ, 2004.

Навчальне видання

**Клочко Віталій Іванович
Коломієць Альона Анатоліївна**

Вища математика. Збірник прикладних задач

Збірник задач

Рукопис оформила *А. Коломієць*

Редактор *О. Ткачук*

Оригінал-макет виготовлено *О. Дубовик*

Підписано до друку 12.10.2021.
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. 6,3.
Наклад 50 (1-й запуск 1–21) пр. Зам. № 2021-135.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
інформаційний редакційно-видавничий центр.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.
Тел. (0432) 65-18-06.
press.vntu.edu.ua;
Email: irvc.vntu@gmail.com.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.