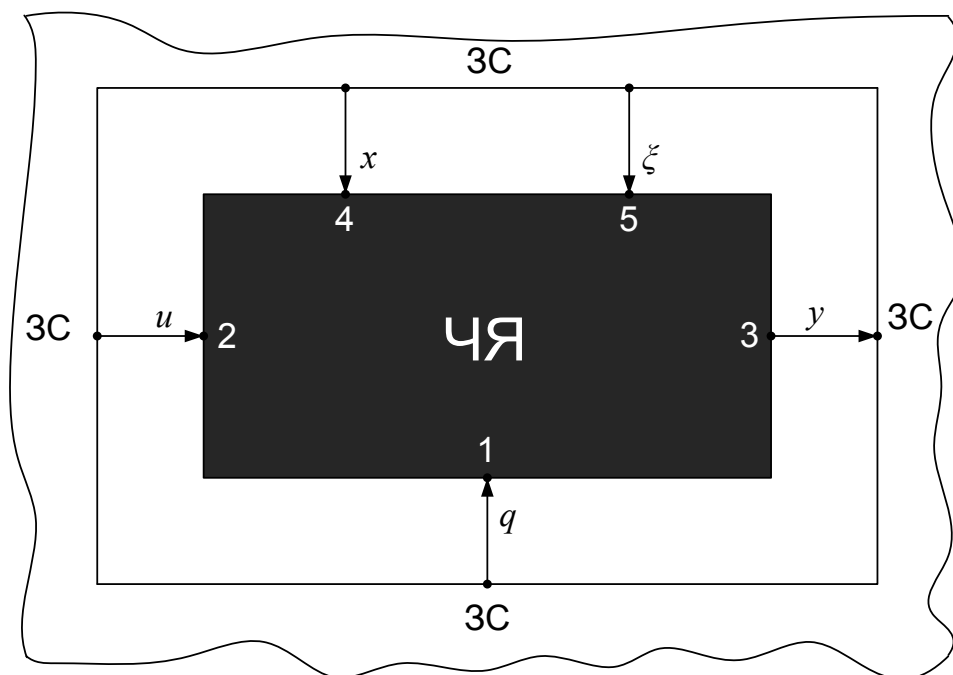


Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. Б. Мокін

МЕТОДОЛОГІЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. Б. Мокін

**МЕТОДОЛОГІЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ
НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

Підручник

Вінниця
ВНТУ
2023

УДК 004.681

М74

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України як підручник для студентів та аспірантів закладів вищої освіти, що спеціалізуються в галузі інформаційних технологій за спеціальностями 124 «Системний аналіз» та 126 «Інформаційні системи та технології» (протокол № 3 від 28 вересня 2023 р.)

Рецензенти:

Я. В. Іванчук, доктор технічних наук, професор (ВНТУ)

Р. Н. Квєтний, доктор технічних наук, професор (ВНТУ)

А. Я. Кулик, доктор технічних наук, професор (ВНМУ)

Мокін, Б. І.

М74 Методологія та організація наукових досліджень : підручник – вид. 3-є, змін. та доп. [Електронний ресурс] / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. Б. Мокін. – Вінниця: ВНТУ, 2023. – (PDF, 230 с.)

ISBN 978-617-8163-01-3 (PDF)

В підручнику з використанням ідеології системного аналізу викладена методологія та організація проведення наукового дослідження на усіх його етапах, починаючи з постановки задачі і закінчуючи формулюванням висновків та публікацією результатів у вигляді наукових статей, презентацій на наукових форумах та реалізації у вигляді винаходів та комп'ютерних програм.

Підручник є третім виданням однойменного навчального посібника тих же авторів, адаптованим шляхом внесення відповідних змін і доповнень до задач в галузі інформаційних технологій за спеціальностями 124 «Системний аналіз» та 126 «Інформаційні системи та технології», а тому може бути використаним студентами і аспірантами, які навчаються за цими спеціальностями

УДК 004.681

ISBN 978-617-8163-01-3 (PDF)

© ВНТУ, 2023

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ 1 СУТЬ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ, ЙОГО ВИДИ ТА ЕТАПИ.....	9
1.1 Означення науки, її значимість для людства	9
1.2 Класифікація наук	13
1.3 Суть, мета, об'єкт і предмет наукового дослідження	22
1.4 Види та етапи наукових досліджень	23
1.5 Методика і методологія наукового дослідження	26
РОЗДІЛ 2 ВИБІР ТЕМИ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ ДОЦІЛЬНОСТІ ЙОГО ПРОВЕДЕННЯ	33
2.1 Загальна характеристика проблематики наукових досліджень	33
2.2 Вибір теми наукового дослідження в рамках доступної проблематики	34
2.3 Інформаційний пошук та аналіз результатів, отриманих іншими науковцями	34
2.4 Обґрунтування доцільності проведення наукового дослідження за вибраною темою та формулювання задач наукового дослідження, розв'язання яких є необхідним для досягнення поставленої мети	37
РОЗДІЛ 3 СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ МЕТОДОЛОГІЇ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ	39
3.1 Загальна характеристика системного підходу	39
3.2 Приклади застосування системного аналізу на його першому етапі, на якому здійснюється вибір об'єкта та предмета дослідження, визначення мети і критеріїв оцінювання результатів та конкретизація задач дослідження	41
3.3 Приклади застосування системного аналізу на його другому етапі – етапі виділення об'єкта дослідження з зовнішнього середовища, побудови його структури та визначення характеру і поверхонь, ліній чи точок взаємодії цього об'єкта з зовнішнім середовищем	44
3.4 Зауваження відносно застосування системного аналізу на його третьому, четвертому та п'ятому етапах	48
РОЗДІЛ 4 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ В ОБ'ЄКТАХ ДОСЛІДЖЕННЯ	49
4.1 Класифікація об'єктів дослідження з метою моделювання процесів в них в задачах прогнозу, оцінювання стану та управління	49

4.2 Особливості моделювання статичних об'єктів дослідження	51
4.3 Математичні моделі лінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них	53
4.4 Математичні моделі лінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них	55
4.5 Математичні моделі нелінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них	57
4.6 Математичні моделі нелінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них	58
4.7 Математичні моделі лінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них	65
4.8 Математичні моделі лінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них	67
4.9 Особливості моделювання нелінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними та дискретними процесами в них	71
4.10 Особливості моделювання динамічних об'єктів з розподіленими параметрами	72
4.11 Особливості моделювання об'єктів з нечітко визначеними параметрами	75
4.12 Використання нейронної мережі для кібернетичного моделювання нелінійних залежностей	88
РОЗДІЛ 5 ІДЕНТИФІКАЦІЯ СИНТЕЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЇХ АДЕКВАТНОСТІ ПРОЦЕСАМ В ОБ'ЄКТАХ ДОСЛІДЖЕННЯ	92
5.1 Ідентифікація математичних моделей статичних характеристик об'єктів дослідження	92
5.2 Ідентифікація математичних моделей детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них	94
5.3 Ідентифікація математичних моделей детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них	96
5.4 Ідентифікація математичних моделей стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них	98

5.5 Ідентифікація математичних моделей стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них	101
5.6 Особливості ідентифікації математичних моделей нелінійних динамічних об'єктів	103
5.6.1 Ідентифікація статичної характеристики нелінійного об'єкта	105
5.6.2 Ідентифікація лінійної інерційної частини нелінійного динамічного об'єкта	109
5.7 Особливості ідентифікації математичних моделей динамічних об'єктів з розподіленими параметрами	111
5.8 Особливості ідентифікації нейронної мережі	112
5.9 Оцінювання адекватності математичних моделей процесам в об'єктах дослідження	114
5.10 Приклади розв'язання задач ідентифікації моделей з використанням програм, складених мовою Python	116
РОЗДІЛ 6 ОСОБЛИВОСТІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ТА ПРОЦЕДУР ОБРОБКИ ЙОГО РЕЗУЛЬТАТІВ	122
6.1 Експеримент як спосіб створення бази даних	122
6.2 Вимоги до засобів вимірювання параметрів об'єктів і процесів під час їх експериментального дослідження	123
6.3 Обробка результатів експериментальних досліджень	126
РОЗДІЛ 7 АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ В ОБ'ЄКТАХ ДОСЛІДЖЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ЇХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ	144
7.1 Загальна характеристика етапу аналізу процесів в об'єктах дослідження	144
7.2 Аналіз режимів в лінійних детермінованих об'єктах дослідження з неперервними процесами	145
7.3 Аналіз режимів в лінійних детермінованих об'єктах дослідження з дискретними процесами	149
7.4 Імітаційне моделювання процесів в об'єктах дослідження	156
7.5 Прогнозування дискретних стохастичних процесів	159
РОЗДІЛ 8 ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ОБ'ЄКТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ	168
8.1 Загальна характеристика 5-го етапу системного аналізу	168
8.2 Оптимізація режимних параметрів процесів в об'єктах дослідження	169
8.3 Пошук оптимальних умов протікання процесу в об'єктах дослідження на основі оптимальних планів активних експериментів	177
8.4 Методи статистичної теорії прийняття оптимальних рішень як засоби оптимального оцінювання стану стохастичних об'єктів дослідження	186

РОЗДІЛ 9 ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ПЛАНУВАННЯ ЗАХОДІВ З ЇХ РЕАЛІЗАЦІЇ	202
9.1 Узагальнення результатів, отриманих в науковому дослідженні	202
9.2 Оформлення наукових результатів за виконаною темою у вигляді наукового звіту за встановленими державними стандартами	203
9.3 Оформлення отриманих наукових результатів у вигляді, придатному для публікації в наукових журналах та презентації на наукових семінарах і наукових конференціях	204
9.4 Основні наукометричні бази, індекс цитування авторів наукових статей в них та імпаکت-фактор журналів, що публікують наукові статті	206
9.5 Особливості подання результатів, отриманих під час виконання науково-дослідної теми, при написанні кваліфікаційних дипломних робіт і дисертацій	208
9.6 Планування заходів з реалізації результатів наукового дослідження та вимоги до актів впровадження і заявок на їх продовження у розвиток	209
 РОЗДІЛ 10 ВІНАХІДНИЦТВО ЯК ЕВРИСТИЧНИЙ СПОСІБ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ	211
10.1 Загальна характеристика евристичного способу наукового дослідження	211
10.2 Спільні риси і відмінності наукового відкриття, винаходу, раціоналізаторської пропозиції та патентування корисних моделей і способів іншого застосування запатентованих винаходів чи корисних моделей	212
10.3 Особливості оформлення заявки на винахід (корисну модель)	214
 РОЗДІЛ 11 ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ	222
11.1 Організаційне забезпечення наукових досліджень і наукова та організаційна градація науковців	222
11.2 Матеріально-технічне та фінансове забезпечення наукових колективів	224
11.3 Оцінювання ефективності наукових досліджень	225
 СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	228

ВСТУП

На нинішньому етапі розвитку суспільства спеціалістам з вищою освітою уже недостатньо лише володіти певною сумою знань за отриманою спеціальністю і навиками їх застосування в задачах конструювання чи експлуатації. Сьогодні фірмам і підприємствам потрібні випускники університетів, здатні досліджувати об'єкти застосування їх знань з метою виявлення прихованих можливостей цих об'єктів та спрямування процесів в них у необхідному напрямку. Тому в навчальних програмах студентів усіх спеціальностей однією з ключових стала навчальна дисципліна «Методологія та організація наукових досліджень», метою викладання якої є навчити студентів як проводити наукові дослідження за вибраною темою, як ставити експерименти для створення бази даних та перевірки висунутих гіпотез, як обробляти експериментальні дані та використовувати їх при синтезі математичних моделей об'єктів дослідження та процесів в них, як ідентифікувати синтезовані математичні моделі й оцінювати їх достовірність, як здійснювати комп'ютерне моделювання та оптимізацію об'єктів і процесів в них з використанням цих математичних моделей, як генерувати винахідницькі ідеї та патентно закріплювати своє авторство на винаходи, як патентно закріплювати авторство на створенні комп'ютерні програми, як оцінювати економічний та інші ефекти від реалізації результатів наукових досліджень та організаційно забезпечувати ці дослідження і як використовувати всі ці отримані знання для створення нових інформаційних технологій.

Для кожного з цих напрямків отримання нових знань в даному підручнику викладено лекційний матеріал, приклади застосування та підрозділи для поглиблення знань самостійно, зокрема і з відсиланням до додаткової спеціальної літератури.

Потрібно зауважити, що після введення в навчальні програми спеціальностей інженерії у 70-х роках минулого століття навчальної дисципліни «Основи наукових досліджень» професорами різних технічних закладів вищої освіти було написано чимало навчальних посібників з однойменною чи подібною назвою, частину з яких ми наводили в списку рекомендованої літератури до 1-го [1] та 2-го [2] видань даного підручника, опублікованих, відповідно, у 2014 та 2015 роках і при написанні яких нами було використано також і частину матеріалу, почерпнутого з цих навчальних посібників. Адже у загальній методології наукових досліджень будь-якому автору неможливо не повторити багато чого з того, про що уже сказали автори інших навчальних посібників з цієї ж тематики. Але цей підручник буде суттєво відрізнятися від посібників, написаних іншими авторами з цієї ж

навчальної дисципліни. І ця відмінність полягатиме в тому, що при написанні даного підручника, по-перше, використано саме наш авторський підхід до викладення навчального матеріалу, а по-друге, при розв'язанні дослідницьких задач нами застосовуватимуться сучасні пакети прикладних програм `numpy`, `sympy`, `scipy`, `matplotlib`, створені в програмному середовищі Anaconda мовою Python і реалізовані з використанням інтерпретатора Spyder.

Ще однією особливістю нашого підручника є те, що у ньому при викладенні того чи іншого етапу досліджень не повторюється все те, що вже відомо з цього питання взагалі, а викладається лише той матеріал, якого достатньо для розв'язання поставленої задачі, тобто використовується принцип мінімальної достатності.

РОЗДІЛ 1

СУТЬ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ, ЙОГО ВИДИ ТА ЕТАПИ

1.1 Означення науки, її значимість для людства

Розпочнемо ми викладення навчальної дисципліни «Методологія та організація наукових досліджень» (у подальшому МОНД) з дефініції самого поняття «наука».

Означень цього поняття є досить багато, тож, аби не вступати в дискусію з їх авторами, ми обмежимося в нашому підручнику лише такими двома, які визнані головним державним органом управління в галузі освіти – Міністерством освіти і науки України (у подальшому МОН) та головним ідеологом науки – Інститутом філософії імені Г. С. Сковороди Національної академії наук України (у подальшому ІФ НАНУ).

Тож, згідно з «Великим тлумачним словником сучасної української мови» під редакцією В. Т. Бусела [3], виданим у видавництві ВТФ «Перун» у 2007 році, з грифом МОН, присвоєним у 2006 році, наука – це «одна з форм суспільної свідомості, що дає об'єктивне відображення світу; система знань про закономірності розвитку природи і суспільства та способи впливу на навколишній світ».

Більш розширене та поглиблене визначення поняття «наука», а також характеристику значимості його суті для людства, ми знаходимо у «Філософському енциклопедичному словнику» під редакцією В. І. Шинкарука [4], рекомендованому у 2002 році Вченою радою ІФ НАНУ і виданому видавництвом «Абрис» у цьому ж році. Згідно з цим джерелом наука – це «соціально-значуща сфера людської діяльності, що спрямована на виробництво та систематизацію знань про закономірності існуючого засобами теоретичного обґрунтування та емпіричного випробування і перевірки пізнавальних результатів для розкриття їх об'єктивного змісту (істинності, достовірності, інтерсуб'єктивності). Ці засоби передбачають різні варіанти використання теорій, концепцій, математичних екстраполяцій, дедуктивних структур взагалі, форм фактуальності (даних спостережень, експерименту, індуктивних висновків, досвіду як такого) або сукупного (в більшості випадків) застосування вказаних форм дослідження залежно від дисциплінарної інституалізації наукового знання».

А далі з цього ж джерела ми дізнаємось, що «Наука будує моделі, що імітують поведінку об'єктів, припускає можливість їх математичного подання, причинну матрицю подій, інтерпретаційні акти усвідомлення даних дослідження... Основними структурними компонентами науки як системи

знань є: 1) теорія, що систематизує емпіричний матеріал, дає його опис та пояснення, здійснює передбачення нових ефектів і можливих процесів, виявляє перспективи їх практичного використання; 2) науково-дослідна програма, що орієнтує науковий пошук, процес висування гіпотез, залучення традицій та нових підходів; 3) проєкт, що поєднує теорію та практику функціонування ідей з алгоритмами їх об'єктивізації та технологіями застосування. Розвиток науки характеризують: метод (як шлях дослідження, спосіб формування та усвідомлення); знання, відкриття (як форма прирощення знання); технологія (як спосіб використання знань)... Наука має дисциплінарну структуру, яка визначається поділом на галузі природознавства, суспільствознавства та технікознавства. Кожна з цих галузей має певну специфіку щодо об'єктів дослідження, співвіднесеності теоретичного та практичного знання, суб'єктивного та об'єктивного, вимог творчості. Наука впливає на формування світогляду з боку затвердження норм раціонального, критичного та адекватного бачення дійсності й, щодо цього, протилежна містицизму та марновірству. Водночас наука є чинником соціального та технічного прогресу, бо входить до складу продуктивних сил виробництва».

Як бачимо, в основі наведених дефініцій поняття «наука» лежить інше дуже важливе поняття – «знання». Тож варто і це поняття викласти, пославшись на вищевказаний «Філософський енциклопедичний словник», згідно з яким знання – це «особлива форма духовного засвоєння результатів пізнання (процесу відтворення дійсності), яка характеризується усвідомленням їх істинності. Сумнів в істинності пізнавального результату заперечує можливість зведення його до знання та перетворює на гадку. Знання як право на істину відповідальне перед зовнішнім (матеріально-практичним) і внутрішнім (логічною аргументацією та моделюванням) досвідом. Підміна верифікаційного критерію суб'єктивною впевненістю у безперечності пізнавального результату може призвести до заміни знання вірою. Однак і саме знання в процесі практичного використання перетворюється у переконання людей. Серед таких форм духовного засвоєння результатів пізнання, як гадка та віра, знання є адекватним виразом співвідношення абсолютної та відносної істини. Бувши реалізацією людської здатності до пізнання та усвідомлення істини, знання відрізняється від простої інформації тим, що потребує не тільки розв'язання проблеми адекватності певних уявлень дійсності, а й створення складної системи оцінок зв'язку пізнавального результату з минулим досвідом та перспективами подальшого пізнання, його внесення в сферу соціально-культурних цінностей та практичних потреб, методологічних і світоглядних орієнтирів, у певну галузь науки чи діяльності, цивілізацію взагалі. На противагу думці, яка може бути результатом суб'єктивної позиції, знання визначається соціально-практичним

процесом зведення одиничного досвіду до рівня загальнозначущого результату. За рівнем рефлексивності, доказовості та системної теоретизації знання поділяється на буденне (пов'язане з лексикою природних мов), конкретно наукове (таке, що визначається певними канонами експериментальної та дедуктивної достовірності, нормами каузального та математично-функціонального аналізу тощо) і філософське (яке характеризується всезагальністю, необхідністю та специфічними формами рефлексії)».

Звичайно, таке означення поняття «знання» важко запам'ятати і відтворити, наприклад, на екзамені дослівно. І ми процитували визначення цього поняття із філософського словника виключно лише заради того, щоб студент відчув його глибину і горизонти. А для практичного вжитку пропонуємо іншу трактовку цього поняття, взяту з вищезгаданого «Великого тлумачного словника української мови», згідно з яким знання – це «1. Обізнаність у чому-небудь, наявність відомостей про кого-небудь, що-небудь. 2. Сукупність відомостей з якої-небудь галузі, набутих у процесі навчання, дослідження і т. ін. 3. Пізнання дійсності в окремих її проявах і в цілому». На наш погляд, запам'ятати хоча б одне з цих трьох коротких означень під силу будь-якому індивідууму, котрий зумів стати студентом.

Традиційно завершують матеріал, присвячений означенню поняття «наука», приклади, що підтверджують значення науки для розвитку людства. І, як правило, серед цих прикладів у першу чергу звучить те, що от без наукових досліджень людство не змогло б відкрити і приборкати енергію атома, не змогло б стартувати у космос та передавати на відстань смислову і графічну інформацію про події та явища, що мають місце одночасно в різних куточках Землі та Космосу, не змогло б створити програми відтворення штучного інтелекту.

Підтверджуючи, що це дійсно так, ми одночасно хочемо звернути увагу студентів і на те, що наука стала значимою для людства набагато раніше, ніж були відкриті і взяті до вжитку вищеперераховані наукові досягнення. Вона стала значимою для людства уже тоді, коли древньогрецькі генії Сократ, Платон і Аристотель закладали основи філософії, а Піфагор та Архімед закладали основи математики і фізики. Адже і те, що сума квадратів катетів прямокутного трикутника дорівнює квадрату його гіпотенузи не витікало з повсякденного людського досвіду, а строго доведено уперше Піфагором, і завдяки саме його дослідженню стало науковим фактом. А те, що на тіло, занурене в рідину, діє виштовхувальна сила, яка дорівнює вазі виштовхненої цим тілом рідини, теж ніхто з людей до Архімеда не усвідомлював, а він усвідомив лише тому, що намагався пояснити та обґрунтувати усе, що бачив навколо себе, щоразу виходячи за межі набутого до нього людського досвіду. І лише після цього відкриття Архімеда люди зро-

зуміли, що кораблі можна будувати не лише з дерева, яке має питому вагу, меншу питомої ваги води, а й з металу, аби лише вага цього металу, використаного для обшивки корпусу корабля, була меншою ваги виштовхненої цим корпусом води. І, звичайно ж, без наукових положень, відкритих ще у середні віки Галілеєм, Коперніком і Бруно, не було б і досягнутих у наш час успіхів в освоєнні Космосу. І навіть середньовічні алхіміки, яких сучасна наука до категорії науковців не відносить, науковцями фактично були, оскільки негативний досвід їхніх досліджень дозволив уникнути багатьом науковцям-хімікам помилкових шляхів свого наукового пошуку і цим самим суттєво пришвидшити свій позитивний науковий пошук. І саме завдяки науковому пошуку людство проникає усе глибше і глибше у таїнства живої і неживої матерії і з елементів неживої матерії створює заміники усе більшої кількості органів природи живої, що рано чи пізно приведе до побудови кіборгізовано-людського суспільства, в якому кіборги будуть виконувати усю чорну, небезпечну і нудну та високоточну і силову роботу, а люди займатимуться в основному філософією, мистецтвом і активно відпочиватимуть. Але, не виключено, що як тільки кіборги навчаться створювати засоби власного відтворення, вони з категорії помічників людей перейдуть до категорії повелителів людей, помістивши останніх спочатку в прекрасні оздоровчі санаторно-курортні комплекси, які з часом перетворять спочатку в резервації, а потім у животворні виставкові павільйони, де наступним поколінням кіборгів і гостям Землі демонструватимуть етапи зародження і трансформації життя та розуму на нашій планеті. І точно так, як інквізиція середніх віків не змогла зупинити науковий прогрес, застосовуючи спалення єретиків на багаттях, ніякі сучасні законодавчі табу не зможуть зупинити нинішній стрімкий розвиток науки, який кінець-кінцем призведе до того, що людина зі статусу повелителя природи перейде у статус її раба, а жива природа трансформується у живоподібну. І людству в цілому, як і кожній людині, природою уготовано пройти шлях від суспільного народження через становлення, розквіт і угасання до суспільної смерті – і нічим цьому не зарадиш. І наше з вами щастя, що в історичному плані ми сьогодні знаходимось ще тільки на початковому етапі розквіту людства, тож ні за власне життя, ні за життя дітей, онуків, правнуків і навіть прапраправнуків, ми не станемо свідками перетворення людей в живі експонати виставок-музеїв, створених на Землі кіборгами 10-го чи 20-го покоління.

І, цілком можливо, що не варто нам землянам шукати контакти з іншими (неземними) цивілізаціями Всесвіту. Адже досягти Землі навіть з найближчої до нас планетної системи зірки Альфа Центавра можна, лише подолавши відстань у 4 світлових роки, тобто відстань, яку світловий про-

мін, який рухається зі швидкістю 300 тисяч кілометрів за секунду, долає за 4 земних роки. Тож дістатись Землі, стартувавши з планетної системи зірки Альфа Центавра, зможуть лише кіборги з такими ступенями розумових здібностей, технічної живучості і самовідновлення, для яких люди Землі становитимуть (як об'єкти зацікавленості) таку ж цінність, якою для нас є цінність таких земних об'єктів зацікавленості, якими є різноманітні піддослідні тварини. Тож і перспектива дружби і любові з цими неземними кіборгами у землян буде приблизно такою ж, якою вона є у нас під час контактів з нашими піддослідними.

1.2 Класифікація наук

Визначивши поняття «наука», ми одразу ж перейдемо до класифікації наук, оскільки, згідно з «Філософським енциклопедичним словником», класифікація – це «багатоступінчатий, послідовний поділ обсягу поняття з метою систематизації, поглиблення і отримання нових знань щодо членів поділу». І, згідно з цим же словником, у найбільш загальному вигляді всі науки за принципом цілеспрямованості та щодо практики поділяються на два взаємодоповнювальні класи, а саме: клас фундаментальних наук і клас прикладних, причому, як сказано у цьому словнику, «функція фундаментальних наук полягає у пізнанні основних законів реалізації дійсності, що розкривають сутність складних процесів і явищ, організацію базисних структур неживої, живої та мислячої природи; функція прикладних наук – у дослідженні на основі законів, отриманих фундаментальними науками, більш конкретних форм їхнього прояву і вирішенні проблем соціально-практичного характеру. Фундаментальні науки покликані пояснювати предметний світ, а прикладні, спираючись на їхні досягнення і результати, – відповідно перетворювати, змінювати і водночас оберігати його. Провідне місце у системі наук належить фундаментальним наукам, які у своєму розвитку випереджають, як правило, прикладні науки, охоплюючи передній край досліджень. Їхні закони і методи відзначаються більш загальним характером, ніж прикладних – більш спеціальних, конкретних. ... Об'єктивним критерієм ефективності фундаментальних наук виступає не тільки значний успіх у досягненні базових знань про об'єктивний світ, а й реальна чи потенціальна можливість практичного застосування цих знань. У свою чергу, ефективність прикладних наук визначається як міра задоволення практичних потреб, соціального замовлення й здатність пояснити процеси та явища довоколишнього світу. Здійснюваний поділ наук на фундаментальні і прикладні є загальноприйнятим і має принципово важливе значення, особливо у плані регулювання оптимального співвідношення їх-

нього розвитку. Нерідко він здійснюється за принципом «теоретичне – емпіричне». Існує також внутрішній поділ наук на фундаментальні і прикладні галузі».

А для визначення наступного рівня класифікації наук повернемося знову до самого означення поняття «наука», у якому, окрім іншого, зазначено (дивись вище), що «наука має дисциплінарну структуру, яка визначається поділом на галузі природознавства, суспільствознавства та технікознавства». Тож із цього випливає, що на наступному рівні наука поділяється ще на три класи: клас «природознавчих наук», клас «суспільствознавчих наук» і клас «технікознавчих наук». І більше на цьому рівні нічого не додає, оскільки, дійсно, суспільство освоює природу за допомогою техніки – і ніхто проти цього не зможе заперечити.

Щодо наступних рівнів класифікації, то їх ми визначимо, виходячи з наказу № 1057 від 14.09.2011 р. Міністерства освіти і науки України, який має назву «Про затвердження переліку наукових спеціальностей» і входить до нормативної бази атестаційного процесу науковців у нашій державі, опублікованої у № 12 за 2011 р. «Бюлетеня Вищої атестаційної комісії України».

Згідно з цією нормативною базою до класу «природознавчих наук», біля назв яких нижче в круглих дужках вказано їх порядковий номер як наукових галузей у вищевказаному «переліку», а у фігурних дужках – діапазон наукових підгалузей, належать:

- фізико-математичні науки – (01), {01-06};
- хімічні науки – (02), {00};
- біологічні науки – (03), {00};
- геологічні науки – (04), {00};
- сільськогосподарські науки – (06), {01-04};
- географічні науки – (11), {00};
- медичні науки – (14), {01-03};
- фармацевтичні науки – (15), {00};
- ветеринарні науки – (16), {00};
- архітектурні науки – (18), {00};

а до класу «суспільствознавчих наук» належать:

- історичні науки – (07), {00};
- економічні науки – (08), {00};
- філософські науки – (09), {00};
- філологічні науки – (10), {01-02};
- юридичні науки – (12), {00};
- педагогічні науки – (13), {00};

- мистецтвознавчі науки – (17), {00};
- психологічні науки – (19), {00};
- військові науки – (20), {01-02};
- науки про національну безпеку – (21), {01-08};
- соціологічні науки – (22), {00};
- політичні науки – (23), {00};
- науки про фізичне виховання і спорт – (24), {00};
- культурологічні науки – (26), {00};
- науки про соціальні комунікації – (27), {00}.

Що ж до класу «технікознавчих наук», які у вищевказаний «перелік» внесені як окрема наукова галузь з порядковим номером (05), то біля назви кожної наукової підгалузі цієї наукової галузі нижче у круглих дужках вказано її порядковий номер (як наукової підгалузі у даній науковій галузі) та у фігурних дужках – діапазон наукових спеціальностей у кожній науковій підгалузі. Тож підгалузями у цій галузі є:

- прикладна геометрія, інженерна графіка та ергономіка – (05.01), {01-04};
- машинознавство – (05.02), {01-10};
- обробка матеріалів у машинобудуванні – (05.03), {01-07};
- галузеве машинобудування – (05.05), {01-18};
- авіаційна та ракетно-космічна техніка – (05.07), {01-12};
- кораблебудування – (05.08), {01-03};
- електротехніка – (05.09), {01-13};
- прилади – (05.11), {01-17};
- радіотехніка та телекомунікації – (05.12), {01-20};
- інформатика, обчислювальна техніка та автоматизація – (05.13), {01-23};
- енергетика – (05.14), {01-14};
- розробка корисних копалин – (05.15), {01-13};
- металургія – (05.16), {01-06};
- хімічні технології – (05.17), {01-21};
- технологія харчової та легкої промисловості – (05.18), {01-19};
- транспорт – (05.22), {01-20};
- будівництво – (05.23), {01-20};
- геодезія – (05.24), {01-04};
- безпека життєдіяльності – (05.26), {01};
- електроніка – (05.27), {01-06};
- історія техніки – (05.28), {01}.

Звертаємо увагу на те, що наукові галузі у «природознавстві» та «супільствознавстві» з нульовими діапазонами наукових підгалузей мають у своїй структурі лише наукові спеціальності, найбільше яких – 25 – у біологічних науках. А ті наукові галузі з цих класів, які мають у своїй структурі ще й наукові підгалузі, мають теж у кожній науковій підгалузі наукові спеціальності, найбільше яких – 24 – у фізиці, яка є науковою підгалуззю фізико-математичних наук.

І якщо ми читаємо, що якісь наукові дослідження велись за науковою спеціальністю 05.13.06, то, згідно з вищезгаданим «переліком», це означає, що мається на увазі наукова спеціальність «Інформаційні технології» наукової підгалузі «Інформатика, обчислювальна техніка та автоматизація», що є структурною складовою наукової галузі «Технічні науки».

Усього вищевказаний «перелік» містить у собі 501 наукову спеціальність.

Потрібно зазначити, що офіційно затверджена класифікація наук приблизно раз у 5–10 років зазнає змін, оскільки деякі наукові спеціальності об'єднуються, деякі вилучаються, деякі трансформуються, деякі додаються. Те саме можна сказати і про окремі підгалузі та навіть галузі наук. Наприклад, попередній «перелік наукових спеціальностей», який налічував їх приблизно на 200 найменувань більше, було затверджено наказом № 377 від 23.06.2005 р. Вищої атестаційної комісії України, підпорядкованої Кабміну України, яка до 09.12.2010 р. була найвищим органом наукової атестації у нашій державі.

Нині чинний «перелік» у тих наукових спеціальностях, які перейшли у нього з «переліку» 2005 року, зберігає ті ж самі шифри, додаючи нові шифри лише до наукових галузей, підгалузей і наукових спеціальностей, що введені вперше. А шифри тих наукових підгалузей та наукових спеціальностей з «переліку» 2005 року, які у нині чинний «перелік» не ввійшли, з нього вилучені. Тож, наприклад, у науковій підгалузі «Прилади» наукової галузі «Технічні науки» із 17 наукових спеціальностей, які містив у собі «перелік» 2005 року, чинний «перелік» зберіг зі своїми шифрами лише 8, а у науковій підгалузі «Радіотехніка та телекомунікації» цієї ж наукової галузі «Технічні науки» із 20 наукових спеціальностей, які містив у собі «перелік» 2005 року, чинний «перелік» зберіг зі своїми шифрами лише 5.

Графічну інтерпретацію класифікації наук з повним переліком наукових галузей, наукових підгалузей і наукових спеціальностей через велику кількість усіх цих складових здійснити неможливо, але для кращого усвідомлення викладеного матеріалу ми на рис. 1 наводимо витяг з повного класифікаційного наукового «дерева», який містить на кожному з рівнів лише його окремі гілки.

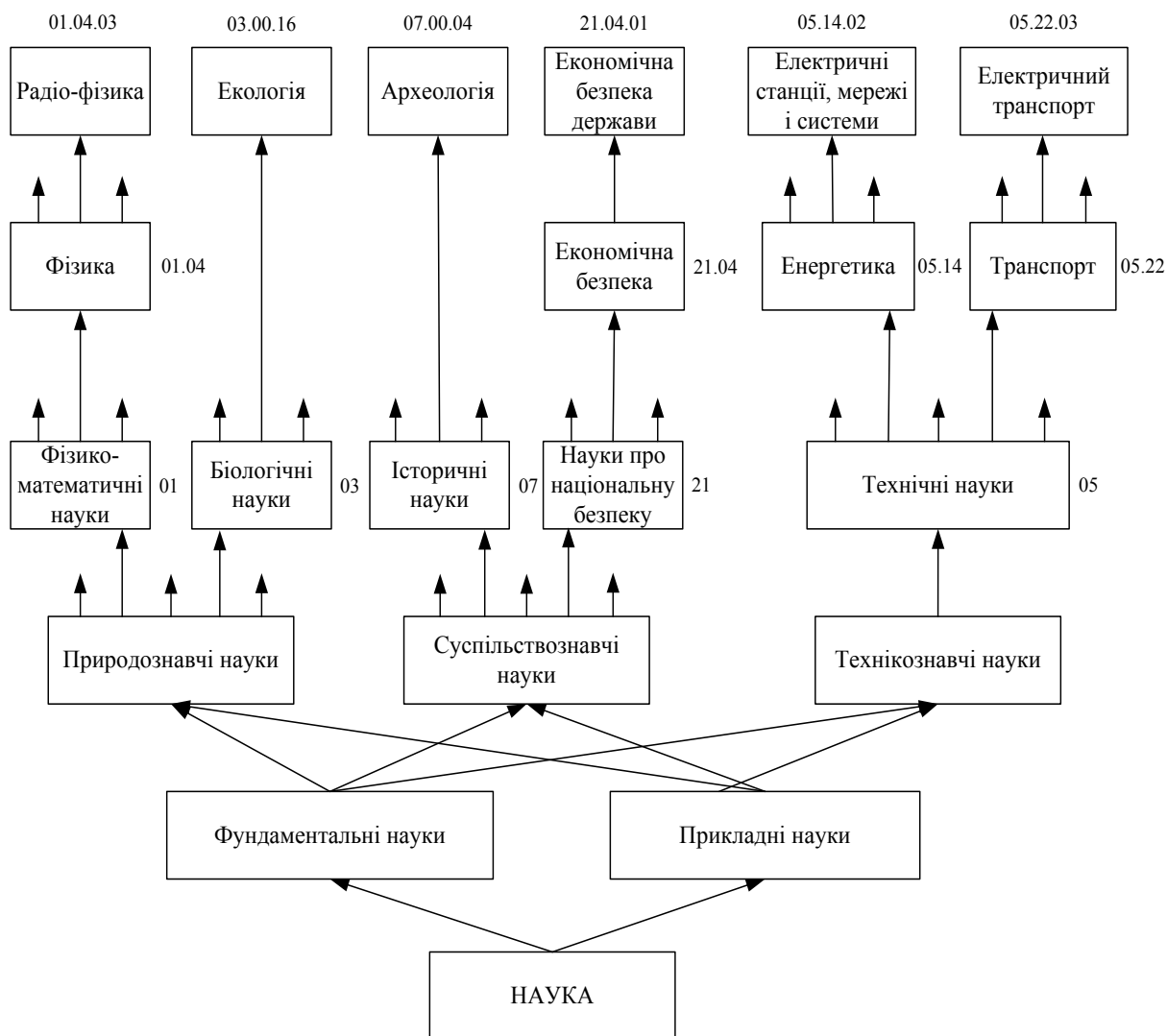


Рисунок 1 – Графічна інтерпретація класифікації наук у вигляді витягу з повного класифікаційного наукового «дерева»

У 1-му та 2-му виданнях цього підручника, які мали ще статус навчального посібника, характеризуючи галузі науки і наукові спеціальності, ми використовували приклади з їх переліку, який був чинним ще навіть під час написання 2-го видання. Але після прийняття у 2014 році Верховною Радою України нового Закону України про вищу освіту цей перелік залишився чинним лише для докторів наук, а на виконання вимог цього закону Кабінетом Міністрів України було затверджено новий перелік, характерною відмінністю якого від попереднього переліку є те, що він є єдиним переліком і для галузей знань і для спеціальностей як для освітніх галузей знань і спеціальностей, котрі присвоюються після закінчення закладів вищої освіти інженерам і магістрам, так і для наукових галузей

знань і спеціальностей, котрі присвоюються докторам філософії після закінчення аспірантури. Цей новий перелік галузей знань і спеціальностей виглядає так, як показано нижче. Перелік базується на напрямках існуючого Переліку з необхідним коригуванням та врахуванням вимог Міжнародної системи класифікації освіти (МСКО). Відповідно до нового Закону «Про вищу освіту» таке трактування відповідає означенню, за яким «галузь знань – основна предметна область освіти і науки, що містить групу споріднених спеціальностей, за якими здійснюється професійна підготовка», а «спеціальність – це складова галузі знань, за якою здійснюється професійна підготовка».

При цьому враховано, що основою для створення нового Переліку є: МСКО–2011; МСКО–2013: (Перелік напрямів -2006, Перелік спеціальностей -2010) та охарактеризований вище перелік наукових спеціальностей – і підготовка фахівців за запропонованим переліком спеціальностей перекриває потреби існуючих в країні видів економічної діяльності, а це і є основним завданням при наданні вищої освіти.

Структура нового Переліку охоплює:

– області освіти і підготовки (narrow field and training), які рекомендовані МСКО–2011 та уточнені МСКО–2013 (за кількістю відповідно 29);

– галузі знань (близько 40), які, відповідно до нового Закону «Про вищу освіту», відповідають означенню, за яким: «галузь знань – основна предметна область освіти і науки, що містить групу споріднених спеціальностей, за якими здійснюється професійна підготовка», та визначені з урахуванням вимог МСКО–2011 та уточнень МСКО–2013 спеціальності (орієнтовно 80), кожна з яких для всіх кваліфікаційних рівнів (бакалавр, магістр, доктор філософії (PhD)) має таку саму назву та узагальнений об'єкт діяльності, хоча зазвичай передбачає наявність різних програм підготовки за рівнями бакалавра, магістра і доктора філософії (PhD), які загалом мають забезпечити всі етапи існування об'єкта діяльності: проектування, виробництво, експлуатацію, відновлення, утилізацію та ліквідацію, а також покривати потреби суспільства при виконанні всіх видів економічної діяльності в країні.

Прийняття зазначеного Переліку спеціальностей забезпечило перехід на наскрізну номенклатуру галузей знань і спеціальностей для усіх рівнів підготовки (бакалавр, магістр, доктор філософії) і дозволило в 17 разів скоротити попередній перелік спеціальностей та привести чинний вітчизняний перелік до переліку програм підготовки у провідних країнах Європи». А далі подаємо тільки ту частину цього Переліку, яка відповідає галузі 12 Інформаційні технології:

Таблиця відповідності Переліку наукових спеціальностей (Перелік 2011) та Переліку галузей знань і спеціальностей, за якими здійснюється підготовка здобувачів вищої освіти, (Перелік 2015)

Перелік 2011			Перелік 2015	
Шифр	Галузь науки, група спеціальностей, спеціальність	Галузь науки, за якою присуджується науковий ступінь	Галузь знань	Спеціальність
01	ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНІ НАУКИ			
01.05.00	<i>Інформатика і кібернетика</i>			
01.05.01	Теоретичні основи інформатики та кібернетики	фізико-математичні	11 Математика та статистика	113 Прикладна математика
01.05.02	Математичне моделювання та обчислювальні методи	фізико-математичні, технічні	11 Математика та статистика 12 Інформаційні технології	113 Прикладна математика 121 Інженерія програмного забезпечення 122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології
01.05.03	Математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем	фізико-математичні, технічні	11 Математика та статистика 12 Інформаційні технології	113 Прикладна математика 121 Інженерія програмного забезпечення 122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології
01.05.04	Системний аналіз і теорія оптимальних рішень	фізико-математичні, технічні	11 Математика та статистика 12 Інформаційні технології	113 Прикладна математика 124 Системний аналіз
05	ТЕХНІЧНІ НАУКИ			
05.13.00	<i>Інформатика, обчислювальна техніка та автоматизація</i>			
05.13.05	Комп'ютерні системи та компоненти	Технічні	12 Інформаційні технології	123 Комп'ютерна інженерія

Перелік 2011			Перелік 2015	
Шифр	Галузь науки, група спеціальностей, спеціальність	Галузь науки, за якою присуджується науковий ступінь	Галузь знань	Спеціальність
			15 Автоматизація та приладобудування	151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
05.13.06	Інформаційні технології	Технічні	12 Інформаційні технології	122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології
05.13.09	Медична та біологічна інформатика і кібернетика	Технічні	12 Інформаційні технології	122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології
05.13.12	Системи автоматизації проектувальних робіт	Технічні	12 Інформаційні технології	122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології
			15 Автоматизація та приладобудування	151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
05.13.21	Системи захисту інформації	Технічні	12 Інформаційні технології	125 Кібербезпека
05.13.22	Управління проектами і програмами	Технічні	07 Управління та адміністрування	073 Менеджмент
			12 Інформаційні технології	124 Системний аналіз
05.13.23	Системи та засоби штучного інтелекту	Технічні	12 Інформаційні технології	122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології
10	ФІЛОЛОГІЧНІ НАУКИ			
10.02.21	Структурна, прикладна та математична лінгвістика	філологічні, фізико-математичні, технічні	03 Гуманітарні науки	035 Філологія
			11 Математика та статистика	113 Прикладна математика
			12 Інформаційні технології	124 Системний аналіз

Перелік 2011			Перелік 2015	
Шифр	Галузь науки, група спеціальностей, спеціальність	Галузь науки, за якою присуджується науковий ступінь	Галузь знань	Спеціальність
20	ВІЙСЬКОВІ НАУКИ			
20.01.05	Будівництво Збройних Сил	військові, технічні, економічні	07 Управління та адміністрування	074 Публічне управління та адміністрування
			12 Інформаційні технології	124 Системний аналіз
			25 Воєнні науки, національна безпека, безпека державного кордону	253 Військове управління (за видами Збройних Сил)
20.02.01	Військова географія	військові, фізико-математичні, технічні, географічні	12 Інформаційні технології	122 Комп'ютерні науки та інформаційні технології
			10 Природничі науки	103 Науки про Землю
			19 Архітектура та будівництво	193 Геодезія та землеустрій
			25 Воєнні науки, національна безпека, безпека державного кордону	253 Військове управління (за видами Збройних Сил)
21	НАЦІОНАЛЬНА БЕЗПЕКА			
21.05.01	Інформаційна безпека держави	Технічні	12 Інформаційні технології	125 Кібербезпека
21.07.01	Забезпечення державної безпеки України	технічні, юридичні	08 Право	081 Право
			25 Воєнні науки, національна безпека, безпека державного кордону	251 Державна безпека
			12 Інформаційні технології	125 Кібербезпека
21.07.02	Розвідувальна діяльність органів державної безпеки	фізико-математичні, технічні, юридичні, психологічні	05 Соціальні та поведінкові науки	052 Політологія 053 Психологія 054 Соціологія

Перелік 2011			Перелік 2015	
Шифр	Галузь науки, група спеціальностей, спеціальність	Галузь науки, за якою присуджується науковий ступінь	Галузь знань	Спеціальність
		логічні, військові, соціологічні, політичні	08 Право	081 Право
			11 Математичні науки	113 Прикладна математика
			12 Інформаційні технології	125 Кібербезпека
			25 Воєнні науки, національна безпека, безпека державного кордону	251 Державна безпека

1.3 Суть, мета, об'єкт і предмет наукового дослідження

Розпочнемо з розкриття суті наукового дослідження.

Згідно з уже згадуваним вище «Великим тлумачним словником сучасної української мови» дослід – це «відтворення якого-небудь явища, або спостереження за новим явищем у певних умовах з метою вивчення», досліджувати – це «піддавати що-небудь ретельному науковому розгляду з метою пізнання, виявлення чогось», а наука – це «система знань про закономірності розвитку природи і суспільства та способи впливу на навколишній світ».

Із процитованого вище випливає, що «наукове дослідження – це відтворення якого-небудь явища, спостереження за ним або піддання його ретельному розгляду з метою отримання нових знань про закономірності розвитку цього явища та способи впливу на нього чи його впливу на навколишнє середовище».

З цього означення одразу ж випливає, що:

- «метою наукового дослідження є отримання нових знань про явище, яке нас зацікавило, або їх підтвердження»,
- «об'єктом наукового дослідження є це явище в цілому», а
- «предметом наукового дослідження є окремі компоненти чи характеристики цього явища».

Наприклад, якщо наукове дослідження виконується в полі галузі інформаційних технологій за спеціальністю 124 «Системний аналіз», то одним із об'єктів дослідження може бути «повітряна маса заданого об'єму над мі-

ською вулицею навколо розміщення вуличних світлофорів», а предметом дослідження у цьому випадку можуть бути «математичні моделі процесів зміни концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло». Що ж до мети наукового дослідження у цьому випадку, то її можна визначити як «підвищення точності оцінювання в часі ступеня забрудненості повітря міських вулиць шкідливими викидами двигунів транспортних засобів».

Якщо ж наукове дослідження виконується в полі галузі інформаційних технологій за спеціальністю 126 «Інформаційні системи і технології», то одним із об'єктів дослідження можуть бути «процеси в інформаційній системі, що реалізує інформаційну технологію визначення в реальному часі концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло», а предметом дослідження у цьому випадку можуть бути «методи та засоби визначення в реальному часі концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло». Що ж до мети наукового дослідження у цьому випадку, то її можна визначити як «мінімізація ступеня забрудненості повітря міських вулиць шкідливими викидами двигунів транспортних засобів за рахунок доповнення системи керування вуличними світлофорами інформаційною системою, що реалізує інформаційну технологію визначення в реальному часі концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло».

1.4 Види та етапи наукових досліджень

У науковому світі найбільш вживаний поділ наукових досліджень на види здійснюється за: 1) принципом цілеспрямованості і стосовно практики; 2) способом отримання результатів; 3) джерелами фінансування.

Згідно зі згадуваним вище «Філософським енциклопедичним словником» за принципом цілеспрямованості і стосовно практики наукові дослідження поділяються на фундаментальні і прикладні. І що важливо, фундаментальними наукові дослідження можуть бути не лише тоді, коли вони проводяться в класі фундаментальних наук, а й тоді, коли вони проводяться в класі прикладних наук, але націлені на виявлення основоположних законів у цих науках. І навпаки, прикладними наукові дослідження можуть бути не лише тоді, коли вони проводяться в класі прикладних наук, а й то-

ді, коли вони проводяться в класі фундаментальних наук, але націлені на розробку способів застосування фундаментальних результатів на практиці.

Потрібно зазначити, що чинне законодавство України до царини наукових досліджень вводить не лише фундаментальні та прикладні наукові дослідження, але ще й науково-технічні розробки, які, згідно з Законом України (№3714-УІ від 08.09.2011 р.) «Про внесення змін до Закону України «Про наукову і науково-технічну діяльність», визначені так: «науково-технічні розробки – науково-технічна діяльність, спрямована на створення нових матеріалів, продуктів, процесів, пристроїв, технологій, систем і надання нових послуг або на істотне вдосконалення тих, що вже виробляються (надаються) чи введені в дію».

Важливим у цьому Законі України є також визначення таких категорій, як «наукова (науково-технічна) продукція», якою є «науковий та (або) науково-прикладний результат, призначений для реалізації», та «прикладні наукові дослідження», якими є «наукова діяльність, спрямована на одержання нових знань, що можуть бути використані для практичних цілей».

А за способом отримання результатів науковці поділяють усі наукові дослідження на теоретичні та експериментальні.

Теоретичні наукові дослідження – це наукові дослідження з об'єктами і суб'єктами, для яких попередньо уже сформульовано якісь базові моделі, принципи, постулати, аксіоми, гіпотези, сутністю яких є отримання нових знань про ці об'єкти чи суб'єкти шляхом застосування умовиводів, логічних, інформаційних чи математичних перетворень з базовими моделями в межах уже відомих принципів і постулатів та спираючись на сформульовані аксіоми. Образно кажучи, теоретичні наукові дослідження – це роздуми над уже пописаним трохи аркушем паперу з ручкою або олівцем чи з клавіатурою комп'ютера в руках в оточенні потрібних монографій і наукових журналів.

Експериментальні наукові дослідження – це наукові дослідження з об'єктами чи суб'єктами, про певні характеристики яких мало що відомо, а тому їх сутністю є отримання нових знань про ці характеристики шляхом спланованого спостереження за ними з використанням спеціально синтезованих зовнішніх впливів або без них та з подальшим обробленням результатів спостережень на основі відомих алгоритмів. Образно кажучи, експериментальні наукові дослідження – це споглядання за вилітанням бджіл із вулика за різних погодних умов, зі штриканням патичком у вічко вулика чи без цього, з різним форматом одягу того, хто штрикає, та з наступним аналізом наслідків.

І нарешті, за джерелами фінансування наукові дослідження поділяють на бюджетні, госпдоговірні та грантові.

Бюджетні наукові дослідження, у свою чергу, поділяють на два підвиди: ті, що виконуються за бюджетні кошти, що додатково виділяються з бюджету держави науковій організації чи установі з цільовим призначенням саме для фінансування виконання цих, виграних на відкритому конкурсі тем і обсягів наукових досліджень; та ті, що виконуються, наприклад, викладачами університетів в межах отриманої зарплати за основною посадою за індивідуальним планом наукових досліджень в межах робочого дня, але за межами часу, запланованого на проведення навчальних занять зі студентами. Нагадаємо, що викладач університету в Україні має 36-годинний робочий тиждень, внаслідок чого протягом навчального року він має відпрацювати 1550 годин, із яких, згідно з останнім варіантом закону про вищу освіту, 600 годин складає його навчальне навантаження, а решта витрачається на наукову роботу, методичну роботу та участь в організаційних і виховних заходах.

Господогвірні наукові дослідження – це наукові дослідження, що виконуються науковою організацією чи установою на замовлення іншої організації чи підприємства, з яким виконавцем наукового дослідження укладається господарський договір, що зумовлює тематику наукового дослідження та його вартість і термін виконання.

А грантові наукові дослідження – це такі наукові дослідження, для фінансування яких ради чи магістрати різних рівнів, а також різноманітні благодійні чи цільові фонди виділяють певні, попередньо узгоджені в межах проведення відповідного відкритого конкурсу, суми коштів у вітчизняній чи іноземній валюті – їх називають грантами, котрі науковцям, що виграли ці конкурси, потрібно використати строго за призначенням, визначеним умовами конкурсу та у визначений термін часу.

Тепер перейдемо до визначення етапів наукових досліджень, які, як буде показано нижче, при виконанні теоретичних наукових досліджень та експериментальних не збігаються.

Якщо теоретичні наукові дослідження проводяться згідно з ідеологією системного аналізу, то:

1-й етап – це етап постановки задач наукового дослідження та встановлення критеріїв оцінювання отриманих у подальшому результатів;

2-й етап – це етап виділення об'єкта дослідження з зовнішнього середовища, побудови його структури та визначення характеру і поверхонь, ліній чи точок взаємодії цього об'єкта з зовнішнім середовищем та встановлення можливих обмежень;

3-й етап – це етап побудови математичних моделей для опису процесів в об'єктах дослідження, придатних для оцінювання нинішнього чи попере-

днього станів цих об'єктів, або для управління процесами в них чи прогнозування їх майбутніх значень;

4-й етап – це етап аналізу процесів в об'єктах дослідження з використанням синтезованих математичних моделей;

5-й етап, який є підсумковим, – це етап оптимізації характеристик чи параметрів процесів в об'єктах дослідження з застосуванням встановлених на першому етапі критеріїв і визначених на третьому етапі математичних моделей та дотриманням заданих на другому етапі обмежень і урахуванням результатів аналізу, отриманих на четвертому етапі.

Приклади застосування системного аналізу у наукових дослідженнях в галузі інформаційних технологій будуть наведені при розкритті змісту одного з наступних розділів.

Що ж до етапів виконання експериментальних наукових досліджень, то згідно з усталеною практикою, вони є такими:

1-й етап – це визначення цілеспрямованості експериментального наукового дослідження та необхідності формування спеціальних зовнішніх впливів на об'єкт чи суб'єкт цього дослідження, тобто встановлення чи воно є способом підтвердження або спростування гіпотез, чи воно є способом створення бази даних, і чи достатньо лише пасивно спостерігати за процесами, які нас цікавлять, чи потрібно активно впливати на ці процеси;

2-й етап – це розроблення плану проведення експериментів з застосуванням теорії їх оптимального планування;

3-й етап – це формування вимог до засобів вимірювання параметрів об'єктів і процесів при експериментальному дослідженні та вибір цих засобів;

4-й етап – це безпосереднє проведення експериментів на об'єктах чи суб'єктах дослідження і фіксація результатів цих експериментів;

5-й етап – це обробка результатів експериментальних досліджень;

Приклади експериментальних наукових досліджень в галузі інформаційних технологій з розкриттям усіх визначених вище 5 етапів будуть наведені при розкритті змісту одного з наступних розділів.

1.5 Методика і методологія наукового дослідження

Для того, щоб усвідомити різницю між поняттями «методика» та «методологія», розпочнемо аналіз цих понять з їх означення.

Згідно з вищезгаданим «Великим тлумачним словником сучасної української мови» методика – це «документ, який описує послідовність методів, правил і засобів виконання роботи», а методологія – це «сукупність

методів дослідження, що застосовуються в будь-якій науці відповідно до специфіки об'єкта її пізнання».

Порівнюючи ці означення одразу ж помічаємо, що, по-перше, «методика» націлена на виконання будь-якої роботи, у той час як «методологія» пов'язана виключно лише з виконанням науково-дослідної роботи, а по-друге, «методологія» уособлює в собі увесь арсенал можливостей виконання науково-дослідної роботи у певній науковій галузі, у той час як «методика» (у націленості на науково-дослідну роботу у цій же галузі) лише здійснює певний конкретизований вибір із цього арсеналу та встановлює послідовність і черговість використання елементів цього вибору.

Поняття «методологія» складається з двох частин – «метод», що грецькою мовою означає «шлях дослідження», і «логія», що тією ж грецькою мовою означає «вчення», тобто, дослівно, «методологія» – це вчення про шляхи дослідження.

Основним об'єктом вивчення для методології, згідно з вищезгаданим «Філософським енциклопедичним словником», є «продуктивний, творчий та дієвий метод, його сутність та сфера функціонування, структура та взаємодія з іншими методами й елементами пізнавального інструментарію, його відповідність характеру досліджуваного об'єкта та зв'язок з пізнавальною метою або цілями практичної діяльності».

А, згідно з тим же «Філософським енциклопедичним словником», метод – це «систематизований спосіб досягнення теоретичного чи практичного результату, розв'язання проблем чи одержання нової інформації на основі певних регулятивних принципів пізнання та дії, усвідомлення специфіки досліджуваної предметної галузі і законів функціонування її об'єктів»

Як бачимо, основою цього означення є «систематизований спосіб досягнення» мети. А спосіб, згідно з означенням «Великого тлумачного словника сучасної української мови», це – «певна дія, прийом або система прийомів, яка дає можливість зробити, здійснити що-небудь, досягти чогось», тобто, фактично, спосіб – це реалізація однієї чи кількох взаємопов'язаних процедур.

Практично у кожному з навчальних посібників, присвячених методології чи організації наукових досліджень, наведених нами у списку літератури до 1-го видання [1], в число однопроцедурних способів дослідження входять:

спостереження – як спосіб пізнання об'єктивного світу без втручання у його процеси;

вимірювання – як спосіб визначення числового значення величини шляхом порівняння з еталоном;

порівняння – як спосіб встановлення загального чи розходжень в матеріальних об'єктах;

розрахунок – як спосіб визначення числового значення величини шляхом виконання математичних дій за відомими співвідношеннями, що пов'язують параметри матеріальних об'єктів з параметрами їхніх режимів функціонування;

абстрагування – як спосіб виділення основних властивостей матеріальних об'єктів шляхом їх виокремлення з другорядних;

ідеалізація – як спосіб пізнання об'єкта дослідження шляхом заміни його реальних характеристик ідеальними, котрі у природі через існуючі обмеження досягнутими бути не можуть, але наближення до яких для об'єкта дослідження бажане чи, навпаки, небажане;

формалізація – як спосіб відображення параметрів і характеристик об'єктів дослідження у середовище однієї з відомих штучних мов, за допомогою встановлених правил якої дослідження процесів у цих об'єктах можна замінити дослідженням взаємодії між словами вибраної штучної мови;

конкретизація – як спосіб руху під час дослідження від загального до конкретного;

узагальнення – як спосіб виділення головного поняття або головного результату з множини усіх понять чи результатів, які вибудовуються в процесі дослідження об'єкта;

еквівалентування – як спосіб подання одного об'єкта дослідження іншим, у якомусь сенсі рівноцінним, тобто об'єктом однієї і тієї ж або іншої природи, але з подібними характеристиками, які можуть відрізнятись лише масштабом і (або) розмірністю;

умовивід – як спосіб міркування, за допомогою якого від одного або кількох вихідних висловлень (суджень), тобто думок, які щось стверджують або заперечують, і які можуть бути істинними або хибними, застосовуючи певні правила доведення, переходять до нового висловлення (судження), яке теж може бути істинним або хибним.

А багатопроцедурними способами дослідження, які уже підпадають під визначення методів дослідження, і які ми назвемо методами дослідження 1-го рівня, є:

індукція – як метод виведення загальних тверджень шляхом логічного умовиводу за певними правилами, застосованими до відомих одиничних фактів;

дедукція – як метод вичленення часткового з загального шляхом логічного умовиводу за певними правилами, застосованими до загальних характеристик об'єкта дослідження;

синтез – як метод об'єднання за певними правилами окремих елементів пізнання в єдине ціле з заданими властивостями;

аналіз – як метод пізнання об'єкта шляхом розчленування його на складові частини та дослідження цих складових.

Що ж до методів дослідження більш високого 2-го рівня, складовими яких можуть бути і окремі чи усі методи дослідження попереднього 1-го рівня, то до них, у першу чергу, відносять:

гіпотетичний метод – як метод дослідження, застосування якого починається з формулювання певного судження про причину, що викликала відомий нам наслідок, яке іменують гіпотезою, і подальших умовиводів, за допомогою яких висунуто гіпотезу або підтверджують, або спростовують;

аксіоматичний метод – як метод дослідження, застосування якого починається з висунення певних вихідних припущень, істинність яких приймаються без доведення і які називають аксіомами (в природознавчих та технікознавчих науках) або постулатами (в суспільствознавчих науках), і подальших умовиводів, за допомогою яких отримуються нові наукові результати;

історичний метод – як метод дослідження об'єктів, процеси і явища в яких розвиваються в хронологічному порядку;

метод моделювання – як метод дослідження об'єктів, який починається з побудови моделей (натурних, фізичних, математичних чи кібернетичних) процесів в об'єкті, що досліджується, адекватних чи еквівалентних процесам цього об'єкта, та заміни досліджень на об'єкті дослідженнями на моделі і завершується приведенням результатів, отриманих моделюванням, до умов функціонування об'єкта.

А до наступного класу методів дослідження, ще більш високого рівня, який визначимо як 3-й, доцільно віднести лише два методи – метод системного аналізу, що застосовується при теоретичних дослідженнях і складається з 5-и етапів, описаних в підрозділі 1.4, та метод експериментальних досліджень, що застосовується при дослідженнях, пов'язаних з постановкою експериментів, і теж складається з 5-и етапів, що теж описані у підрозділі 1.4.

І завершує структурну піраміду методів дослідження, зображену на рис. 2, діалектичний метод, котрий належить до найвищого 4-го рівня і базується на трьох філософських законах – законі єдності та боротьби протилежностей, законі переходу кількості в якість та законі заперечення заперечення, які в діалектичному методі можуть проявлятися поодиноці, парами й усі три одночасно.

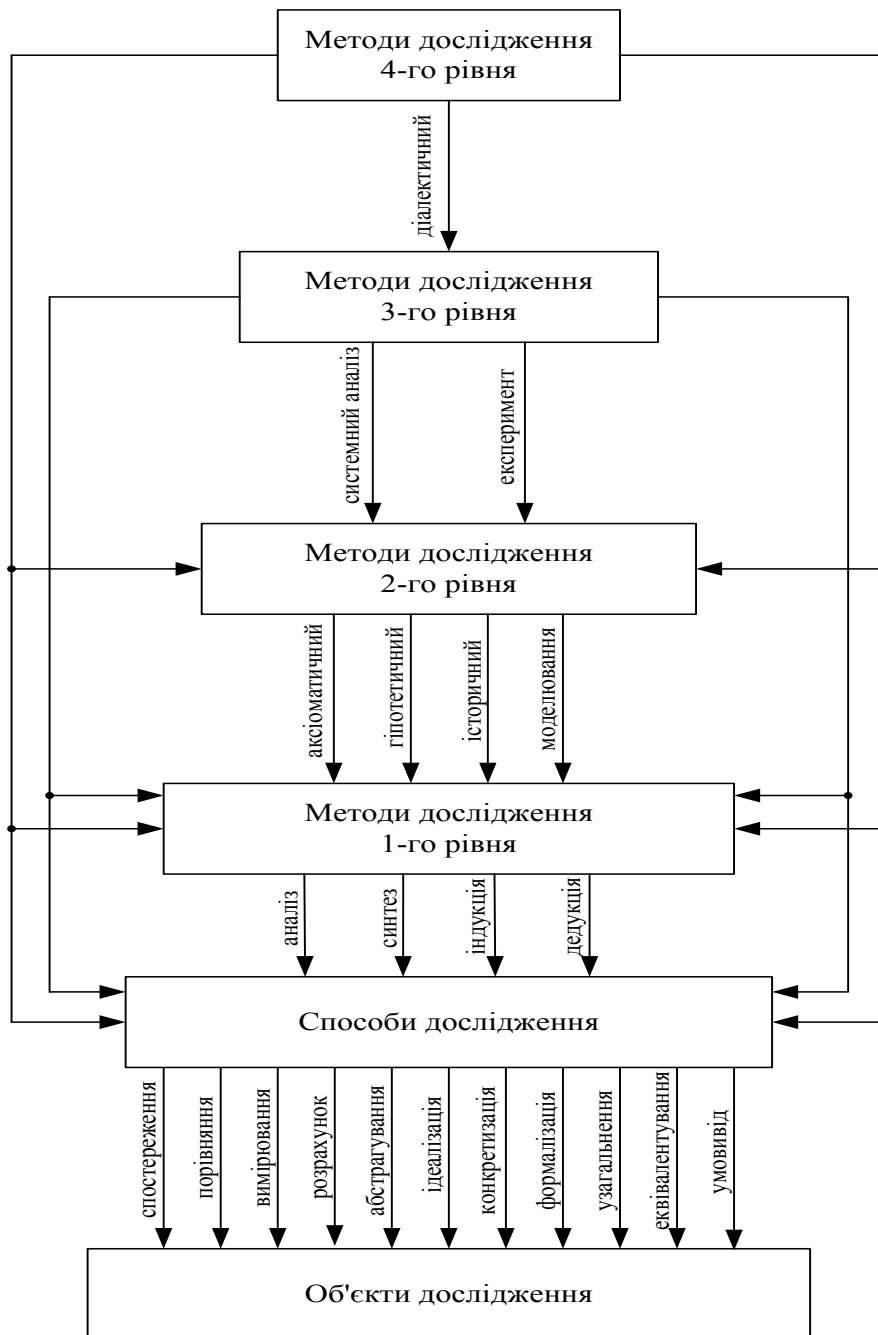


Рисунок 2 – Структура піраміди методів дослідження об'єктів

Діалектичний метод проявляється у якійсь мірі у будь-якому методі дослідження нижчого рівня, і оскільки без його свідомого чи підсвідомого застосування не обходиться жоден науковець у своїх дослідженнях, то підтвердженням готовності науковця проводити наукові дослідження на найвищому рівні у західних наукових системах є отримання цим науковцем наукового ступеня доктора філософії (в проєкції на якусь конкретну наукову галузь), що присуджується йому в результаті успішного захисту підготовленої одноосібно дисертації.

Застосовуючи один чи кілька методів дослідження різних рівнів і публікуючи у наукових журналах чи монографіях їх результати група науковців, які можуть жити і займатись науковими дослідженнями в одній науковій організації чи в різних, зокрема і розташованих в різних країнах, створює теорію, яка, згідно з «Філософським енциклопедичним словником», є «формою вірогідних наукових знань, що дає цілісне і систематичне уявлення про закономірності та сутнісні характеристики об'єктів», або «особливою сферою людської діяльності та її результатів, яка містить сукупність ідей, поглядів, концепцій, вчень, уявлень про об'єктивну діяльність, протистоїть практиці як предметно-чуттєвій діяльності і водночас перебуває з нею в органічній єдності».

І далі у цьому ж «Філософському енциклопедичному словнику» акцентується увага на тому, що теорія є «найрозвиненішою і найдосконалішою формою організації наукового знання. Серед інших форм теорія вирізняється багатьма ознаками і насамперед будовою та пізнавальними функціями. В процесі пізнання теорія виступає як система понять, висловлень, умовиводів, зведених до єдиного об'єднавчого начала, роль якого відіграє певна узагальнювальна ідея. Характерним для будови теорії є те, що всі її твердження і поняття поділяються на дві групи. Перша, кількісно невелика, охоплює сукупність вихідних понять і тверджень, що лежать в основі теорії і формулюють фундаментальні закони чи властивості об'єктів, які вивчає теорія. Вихідні твердження називаються принципами, постулатами або аксіомами.

Другу групу становить сукупність похідних понять і тверджень теорії, що з тією чи іншою силою логічної необхідності впливають з вихідних тверджень. Похідні твердження називаються логічними наслідками, висновками або теоремами. Прийнятий спосіб логічного встановлення істинності теорії (спосіб доведення) тісно пов'язує між собою всі поняття та твердження і створює логічну структуру теорії, надаючи їй характеру цілісної, відносно замкнутої системи знання. Щодо пізнання, то теорія є істинним знанням. Вона є узагальненням об'єктивних фактів, досвіду, суспільно-історичної практики людей, формулює закони, що визначають відношення між об'єктами. Теорія є формою систематизації наукових знань, способом опису об'єктивної дійсності та засобом пояснення її закономірностей. Теорія здатна передбачати нові явища, закономірності, тенденції розвитку тощо. Кожна розвинена наука будується з багатьох відносно самостійних і пов'язаних між собою теорій За характером відношення до дійсності розрізняють теорії змістовні, коли теорія є відображенням конкретної частини реальності, і формальні, коли теорія виступає тільки як форма, безпосередньо не пов'язана з тією чи іншою предметною областю.

Формальні теорії, що їх розглядають як сукупність упорядкованих знаків, називають знаковими або логістичними системами; коли ж упорядковану сукупність знаків розглядають у зв'язку з певними їх значеннями, то такі формальні теорії називають мовами. Серед сукупності теорій, споріднених за своїм предметом, виділяють фундаментальні теорії, які займають провідне місце в тій чи іншій науці. Вони є основою її розвитку, формують спосіб мислення, який панує в цій науці В сучасних умовах теорія виступає основною формою розвитку науки. Теорія виникає, як правило, у вигляді гіпотези на базі узагальнення наукових фактів. Гіпотеза переростає в теорію внаслідок перевірки її за допомогою досліду, спостереження, практичного застосування».

РОЗДІЛ 2

ВИБІР ТЕМИ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ ДОЦІЛЬНОСТІ ЙОГО ПРОВЕДЕННЯ

2.1 Загальна характеристика проблематики наукових досліджень

Ні у кого не викликає сумнівів аксіоматичне твердження або постулат, що будь-яка наука розвивається завдяки вирішенню проблем, що виникають у ній, якщо, згідно з «Філософським енциклопедичним словником», розуміти під проблемою «клас завдань, що потребують практичного розв'язання в нестандартних умовах», і що «для наукової проблеми характерне усвідомлення суперечності між знанням і дійсністю або суперечності у самому знанні», зняття якої ускладнюється ще й тому, що «при розв'язанні проблеми може не бути попередньо заданого методу».

Але оскільки наукова проблема – це цілий клас наукових завдань, то в процесі їх розв'язання його попередньо розбивають на підкласи, кожний із яких містить у собі лише кілька взаємопов'язаних наукових завдань, розв'язання яких приводить до узагальненого результату, кінцевого для кожного конкретного підкласу, але проміжного для класу в цілому. Науковці домовились називати підкласи наукових завдань, на які розбивається наукова проблема, науковими темами. Тож кожна наукова проблема у своїй структурі містить не менше двох наукових тем, а кожна наукова тема у своїй структурі містить не менше двох наукових завдань. Як правило, науковці при проведенні наукового дослідження намагаються об'єднувати в одній науковій темі не більше 7 наукових завдань, а у одній науковій проблемі не більше 7 наукових тем. Якщо науковцю вдалося розв'язати наукову тему, то отриманих результатів йому достатньо для того, щоб написати і захистити дисертацію на здобуття наукового ступеня доктора філософії (раніше – кандидата наук), якщо ж науковцю вдалося розв'язати наукову проблему, то отриманих результатів йому достатньо для того, щоб написати і захистити дисертацію на здобуття наукового ступеня доктора наук, який в усіх країнах світу є найвищим. Співвідношення докторів наук до докторів філософії вважається оптимальним для науково розвиненої і некорумпованої держави, якщо воно тримається в межах 1 до 7. Якщо ж воно стає більшим 1 до 5, то це свідчить про високий рівень корупції у науковій сфері держави, а якщо меншим 1 до 10, то це свідчить про низький рівень її розвитку.

2.2 Вибір теми наукового дослідження в рамках доступної проблематики

Вибирати тему наукового дослідження доводиться у першу чергу студентам 5-го року навчання, що навчаються за програмами магістерської підготовки наукового напрямку, аспірантам, які щойно вступили до аспірантури, науковим працівникам науково-дослідних організацій кожні 2–3 роки при затвердженні тематики наукових підрозділів, дослідження за якою фінансуватимуться з якогось джерела, науково-педагогічним працівникам закладів вищої освіти щороку при затвердженні індивідуальних планів роботи та працівникам установ, організацій і підприємств, допитливість розуму яких виходить за межі посадових інструкцій.

Альтернатив вибору теми наукового дослідження у бажаючих такі дослідження проводити всього три: 1) або погодитись з пропозицією наукового керівника, до якого вас прикріпили на період виконання планової для підрозділу теми, дослідження за якою фінансуються, чи написання дисертації, якою він погодився керувати за умови, що саме він сформулює наукову тему вашої дисертації, виходячи з власних пріоритетів і уподобань; 2) або, начитавшись наукової літератури певного напрямку, ви самі знаходите тему, запитань з якої виникло більше, ніж вдалося віднайти відповідей у прочитаній літературі, і вам захотілось віднайти ці відповіді самому; 3) або у практичній роботі, працюючи з використанням певних технологій та обладнання, ви зіткнулись з явищами чи процесами, характеристик яких немає ні в технологічних картах, ні у паспортах обладнання, а подальше якісне чи безпечне використання цих технологій і обладнання без отримання відповідей на питання, що виникли, ставиться під сумнів; – тобто, або вам тему наукових досліджень формулює науковий керівник, до якого вас прикріпили, або цю тему ви формулюєте собі самі, виходячи з власних уявлень про ступінь завершеності досліджень по ній, або цю тему вам підказує об'єкт вашої роботи, не усі режими функціонування якого прописані в супутній йому документації і літературі.

На завершення обговорення цього підпункту потрібно зауважити, що назва наукової теми не має бути занадто довгою, але, водночас, вона має містити в собі предмет та мету дослідження.

2.3 Інформаційний пошук та аналіз результатів, отриманих іншими науковцями

Після того, як тема наукового дослідження вибрана, перше, що зобов'язаний зробити дослідник, – це здійснити інформаційний пошук результатів, отриманих іншими дослідниками у напрямку досягнення мети,

заради якої дослідник вирішив розпочати свої дослідження за вибраною науковою темою.

Ще кілька років тому це було зробити непросто і супроводжувалось значними затратами часу, але нині, коли кожний серйозний український науковий журнал має в інтернеті або свій сайт, або свою сторінку на сайті Національної науково-технічної бібліотеки імені Вернадського, на якому викладається повний зміст кожного його числа, а з публікаціями іноземних науковців є можливість ознайомитись завдяки входженню основних іноземних наукових журналів в одну з міжнародних наукометричних баз типу Scopus, на здійснення інформаційного пошуку багато часу витратити не доводиться, адже процес пошуку з використанням стандартних інтернет-пошуковиків є автоматизованим.

У процесі пошуку досліднику доведеться мати справу з матеріалами чотирьох типів, а саме:

1) матеріали, стосовно яких, не зважаючи на близькість їхньої анотації до вибраної дослідником наукової теми, при знайомстві з їхнім змістом з'ясовується, що цієї теми вони не стосуються;

2) матеріали, знайомство з якими допомагає краще усвідомити суть об'єкта чи методу наукового дослідження за вибраною темою;

3) матеріали, з яких можна взяти передумови для подальших власних досліджень, тобто це «плечі», на які ви встаєте, щоб бачити далі;

4) матеріали, в яких викладено результати дослідження, виконаного іншим дослідником за цією ж науковою темою або темою, близькою до неї за об'єктом дослідження і поставленою метою.

Тож, відштовхнувшись від назви наукового матеріалу та його анотації і віднайшовши в процесі пошуку якесь джерело інформації, дослідник має спочатку лише проглянути його зміст «по діагоналі» і віднести це джерело до одного з чотирьох вказаних вище «електронних кошиків».

На матеріали, що потрапили до 1-го електронного кошика, потрібно обов'язково навісити ярлик «не за темою», аби з часом знову не витратити час на ознайомлення з ними, коли у якомусь контексті вони знову потраплять на очі.

З матеріалами, що потрапили до 2-го електронного кошика, потрібно ознайомитись детально, аби глибоко вникнути у суть процесів чи явищ, що мають місце в об'єкті наукового дослідження, або методів, що використані під час дослідження; на них потрібно навісити ярлик «характеристика об'єкта і методів його дослідження».

З матеріалів, що потрапили до 3-го електронного кошика, потрібно вписати ті результати, які будуть у подальшому використані як «стартові» передумови для вашого дослідження; на них потрібно навісити ярлик «вихідні передумови».

Матеріали, що потрапили до 4-го електронного кошика, потребують особливої уваги, а їх вивчення має завершуватись критичними оцінками, які пояснюють, чому вас не задовольняють отримані у цих матеріалах результати, і чим зумовлене ваше рішення шукати власний шлях розкриття суті вибраної наукової теми; на них потрібно навісити ярлик «конкуренти і майбутні опоненти».

Розпочинати інформаційний пошук потрібно з ознайомлення з найсвіжішими науковими статтями та винаходами за вибраною темою наукового дослідження, списки використаної літератури в яких підкажуть вам шлях поглиблення пошуку. Інформація нині дуже швидко обновлюється, але не потрібно дослухатись до науковців, які радять не брати до уваги інформаційні джерела, старші 10 років за віком, оскільки, проігнорувавши джерела інформації, яким уже 20 чи 30 років, можна запропонувати шлях розв'язання наукової теми, який іншим дослідником уже був пройдений 20 чи 30 років тому, і на який у джерелах, не старших 10 років, уже перестали посилатись. І навіть якщо сьогодні ви цілком самостійно одержите науковий результат, він все одно буде кваліфікуватись як плагіат, якщо іншим науковцем він був отриманий і опублікований раніше, ніж опублікували цей результат без посилання на його публікацію ви. А звинувачення у плагіаті для науковця є найстрашнішим – у разі виявлення плагіату у дисертації, поданій до захисту, вона знімається з розгляду без права її захисту у подальшому. А за плагіат, виявлений у дисертації, успішно захищеній багато років тому, наукового ступеня позбавляється науковець, який його вчинив, незалежно від терміну давності і відсутності тієї наукової спеціалізованої вченої ради, яка багато років тому позитивно оцінила цю дисертацію. І, якщо, завершуючи роботу над дисертацією, ви раптом виявили, що маєте такі ж результати, які отримані відносно того ж об'єкта дослідження і тим же методом іншим науковцем, який раніше за вас і опублікував ці результати, то негайно знайдіть якісь не враховані тим іншим науковцем характеристики чи параметри об'єкта дослідження, виконайте додаткове дослідження з урахуванням цих нових обставин і опублікуйте ваші результати з обов'язковим посиланням на ті результати, які цей інший науковець опублікував до вас; і лише після цього подавайте свою дисертацію до захисту.

Інформаційний пошук за вибраною науковою темою, результати дослідження якої кладуться в основу дисертації на здобуття наукового ступеня доктора філософії, вважається виконаним на достатньому рівні, якщо він охоплює десь біля 150 джерел наукової інформації. Виходячи з цього, для магістерської дисертації з технічних наук достатнім можна вважати їх число вдвічі менше, а для дисертації доктора наук бажано мати їх десь за 200.

Оскільки більшість із прочитаного з часом забувається, то для зменшення витрат часу на відновлення забутого шляхом повторного прочитан-

ня, прочитані матеріали потрібно структурувати та робити з них «вижимки», залишаючи у цих «вижимках» лише головне і відфільтровуючи другорядне. Такі «вижимки» можуть мати вигляд анотації, ключових слів, цитати або конспекту.

Анотація наукової публікації являє собою одне–два, максимум три речення, які характеризують основний результат, досягнутий у науковому дослідженні, описаному у цій науковій публікації.

Ключові слова наукової публікації – це 5–7, максимум 11 слів термінологічного характеру, що характеризують мету і предмет наукового дослідження та основний метод, який у цьому дослідженні застосовується.

Цитата – це дослівний виклад певного витягу з чужої наукової публікації, яка корелюється з темою авторського наукового дослідження, переважно гуманітарного характеру. Використовуючи цитати, аби не бути звинуваченим у плагіаті, потрібно не забувати вказувати, з якого джерела вони взяті.

А конспект – це стислий переказ прочитаної наукової публікації, позбавлений емоцій, повторів, тавтологій та пояснень очевидного.

Якщо наукова публікація була прочитана уважно, і зміст її науковцем був осягнутий, то навіть якщо цей зміст з часом «перекочував» з оперативної пам'яті у глибинну, його легко відновити в оперативній пам'яті знову, діставши з глибинної за допомогою ознайомлення з одним із чотирьох видів «вижимки» цього змісту, наведених вище. Причому, якщо для відновлення змісту раніше прочитаного наукового твору через місяць–два науковцям з високим рівнем пам'яті достатньо буде лише глянути на анотацію чи ключові слова, то зі збільшенням відрізка часу, що пройшов після першого ознайомлення, навіть їм доведеться ще раз прочитати цитату або ж уважно переглянути конспект.

2.4 Обґрунтування доцільності проведення наукового дослідження за вибраною темою та формулювання задач наукового дослідження, розв'язання яких є необхідним для досягнення поставленої мети

Завершальною фазою інформаційного пошуку за вибраною темою наукового дослідження і визначеною його метою є обґрунтування доцільності проведення цього дослідження та формулювання наукових задач, в результаті розв'язання яких поставлена мета буде досягнута.

Звичайно, не є неможливим і те, що, ознайомившись з більшістю результатів, досягнутих іншими науковцями, які досліджували аналогічну наукову тему, ви переконаєтесь у тому, що ваш науковий керівник, який сформулював вам цю наукову тему, не знав, що ця тема уже досліджена у тому напрямку, в якому він хотів, щоб проводили наукове дослідження ви. У цьому випадку він запропонує вам іншу наукову тему, і вам знову дове-

детсь здійснювати інформаційний пошук, але уже за новою темою. Однак такі випадки мають місце рідко, в основному лише тоді, коли як наукового керівника кафедра призначила вам науковця, який сам не так давно почав займатись дослідженням наукової проблематики, до якої належить сформульована ним для вас тема. Набагато частіше такі випадки трапляються тоді, коли ви самі, ознайомившись з якоюсь науковою публікацією, вирішили, що у ній не досліджено ту тему, яку вам хотілось би досліджувати, а більш детальний інформаційний пошук покаже, що те, що вам хотілось досліджувати, уже досліджено. І дуже часто це трапляється тоді, коли ви тему наукових досліджень обираєте собі самі, виходячи з практики експлуатації якогось обладнання чи технології. У цьому випадку, як правило, інформаційний пошук приводить до того, що ви віднайдете наукові результати, отримані кимось до вас, в яких містяться відповіді і на питання підвищення ефективності чи надійності цього обладнання і на питання, як позбавитись виявлених вами недоліків технології. Тож і у цьому випадку, коли тему наукових досліджень ви обираєте самі, виходячи з нужд виробництва, вам краще звернутись за попередньою оцінкою її перспективності до одного з колишніх ваших викладачів із числа авторитетних професорів, і лише після отримання від нього схвальної оцінки приступати до поглибленого інформаційного пошуку.

Тож далі ми розглядатимемо лише випадки, коли інформаційний пошук підтвердив, що тема наукових досліджень вибрана правильно, тобто, що є певне коло питань, на які ви не знайшли відповідей у наукових роботах інших авторів, які теж займались науковими дослідженнями у цьому ж науковому напрямку.

І саме окреслення цього кола питань і складатиме суть обґрунтування доцільності проведення наукового дослідження за вибраною темою. Однак окреслення кола питань, на які не знайдено відповідей у роботах інших науковців, не означає, що у своєму науковому дослідженні ви зобов'язані віднайти усі ці відповіді. А залежно від поставленої вами або вам мети у своєму науковому дослідженні ви маєте віднайти відповіді лише на ту частину питань із цього кола, які прокладають шлях до поставленої мети.

Тож даний етап наукового дослідження необхідно завершити формулюванням задач, розв'язання яких дасть відповіді на всі ті питання, які відібрані вами для досягнення поставленої мети.

РОЗДІЛ 3

СИСТЕМНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ МЕТОДОЛОГІЇ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

3.1 Загальна характеристика системного підходу

Згідно з «Великим тлумачним словником української мови» системний підхід – це «спосіб теоретичного та практичного дослідження, при якому кожний об'єкт розглядається як система».

А згідно з «Філософським енциклопедичним словником» система – це «сукупність визначених елементів, між якими існує закономірний зв'язок чи взаємодія. Якісні характеристики цих елементів становлять зміст системи, сукупність закономірних зв'язків між елементами – внутрішню форму або структуру системи Системи можуть утворювати окремі тіла, явища, процеси, що вступають між собою у взаємодію, обмінюються енергією або речовиною, виконують спільну функцію тощо; окремі думки, наукові положення, абстрактні об'єкти, між якими встановлені співвідношення взаємозалежності, підпорядкування, послідовності, вивідності тощо. Для об'єктів, які характеризуються як система, найважливішими рисами є внутрішня розчленованість та функціональна цілісність. Найпоширенішим є поділ систем на матеріальні, що існують в об'єктивній реальності, та ідеальні, що є виразом людської свідомості, мислення.

Після такого означення поняття «система» варто розширити і до філософської суті визначене вище поняття «системний підхід». Тож, згідно з «Філософським енциклопедичним словником», системний підхід – це «загальнонаукова методологічна концепція, особлива стратегія наукового пізнання і практичної діяльності, яка зорієнтовує останніх на розгляд складних об'єктів як деяких систем. Системний підхід формулює певні методологічні принципи, які забезпечують системну спрямованість наукового дослідження і практичного освоєння об'єкта, а саме: а) принцип цілісності, згідно з яким досліджуваний об'єкт розглядається як щось розчленоване на окремі частини, органічно інтегровані в єдине ціле; б) принцип примату цілого над його складовими частинами, який означає, що ціле визначає функції як окремих компонентів, так і системи взагалі; в) принцип ієрархичності, який постулює субстанційну відносність розрізнення системи та її елементів, оскільки кожен елемент може виступати складним об'єктом і бути системою нижчого рівня в той час, як кожна система – виступати елементом системи більш високого рівня, внаслідок чого предметна область теорії набуває вигляду деякої ієрархії систем; г) принцип полісистемності, за яким кожен складний об'єкт може розглядатися як деяка сукуп-

ність систем, вписаних одна в одну. Реалізуючись через множину системних понять і категорій, системний підхід розгортається в системну методологію», яку прийнято називати системним аналізом. У свою чергу, згідно з «Великим тлумачним словником сучасної української мови» системний аналіз – це «сукупність методологічних засобів, що їх використовують для підготовки та обґрунтування рішень з приводу складних проблем різного характеру».

В практиці наукових досліджень усі вищенаведені філософські та лінгвістичні обґрунтування системного підходу зводяться до його реалізації у вигляді 5-етапного алгоритму, який уже згадувався раніше, але який доцільно повторити. Першим у цьому алгоритмі є етап постановки задач наукового дослідження в конкретній галузі. На цьому етапі здійснюється вибір об'єкта та предмета дослідження, визначаються мета і критерії оцінювання досягнутих результатів та конкретизуються задачі дослідження.

На другому етапі застосування системного аналізу здійснюється виділення об'єкта дослідження з зовнішнього середовища, визначається його структура та характер і поверхні, лінії чи точки взаємодії цього об'єкта з зовнішнім середовищем, а також встановлюються можливі обмеження.

На третьому етапі системного аналізу розробляються математичні моделі для опису процесів в об'єктах дослідження, придатні для оцінювання нинішнього чи попереднього станів цих об'єктів, або для управління процесами в них чи прогнозування їх майбутніх значень.

На четвертому етапі системного аналізу як методології дослідження здійснюється аналіз процесів в об'єктах дослідження з використанням розроблених на попередньому етапі математичних моделей.

А на останньому п'ятому етапі системного аналізу здійснюється оптимізація характеристик чи параметрів процесів в об'єктах дослідження з застосуванням встановлених на першому етапі критеріїв і визначених на третьому етапі математичних моделей та дотриманням заданих на другому етапі обмежень і з урахуванням результатів, отриманих на четвертому етапі.

Дехто з авторів навчальних посібників, наведених у бібліографії до цього підручника, характеризуючи системний аналіз як методологію наукового дослідження, обмежується лише першими 4-ма етапами, не відносячи до системного аналізу визначений нами п'ятим етап оптимізації, але ми належимо до числа тих науковців, які і оптимізацію характеристик чи процесів в об'єктах дослідження вносять в загальну методологію системного аналізу.

3.2 Приклади застосування системного аналізу на його першому етапі, на якому здійснюється вибір об'єкта та предмета дослідження, визначення мети і критеріїв оцінювання результатів та конкретизація задач дослідження

Як перший приклад застосування системного аналізу на його першому етапі розглянемо випадок, коли науковий керівник пропонує своєму аспіранту в галузі інформаційних технологій за спеціальністю 124 «Системний аналіз» наукову тему: «Системний аналіз ступеня забруднення повітряних мас вздовж міських вулиць та способів підвищення його точності». Об'єктом дослідження у цьому випадку буде «повітряна маса заданого об'єму над міською вулицею в околі розміщення вуличних світлофорів», а предметом дослідження буде «сукупність математичних моделей процесів зміни концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло». Що ж до мети наукового дослідження у цьому випадку, то її можна визначити як «підвищення точності оцінок в часі ступеня забрудненості повітря міських вулиць шкідливими викидами двигунів транспортних засобів».

А для того, щоб поставлену мету досягти, нам доведеться шляхом проведення досліджень знайти відповіді на такі запитання:

1. Чи достатньо в процесі дослідження врахувати лише оксиди вуглецю, що викидаються в повітря усіма видами транспортних засобів з двигунами внутрішнього згорання, окисли свинцю, що викидаються в повітря транспортними засобами з бензиновими двигунами внутрішнього згорання, та окисли сірки, що викидаються в повітря транспортними засобами з дизельними двигунами внутрішнього згорання, та чи потрібно враховувати ще й якісь інші компоненти забруднення, наприклад пил з дорожнього покриття чи алергенний пилок з дерев, що ростуть повз доріг?

2. За якими параметрами забрудненого повітря в реальному часі або, що одне і те ж, в темпі процесу його експериментального дослідження можна визначати концентрації забруднюючих речовин із числа внесених нами до їх множини?

3. З використанням яких методів можна синтезувати математичні моделі, які пов'язуватимуть між собою доступні для вимірювання параметри забрудненого повітря з концентраціями забруднюючих речовин?

4. З використанням якого критерію та як переконатись, що синтезовані математичні моделі адекватно віддзеркалюватимуть реально існуючі зв'язки між параметрами, що експериментально вимірювались в темпі процесу, з концентраціями, заради визначення яких і здійснюється системний аналіз ступеня забруднення повітря вздовж міських вулиць?

5. Як з використанням побудованих математичних моделей синтезувати структуру кібернетичної моделі, здатної прогнозувати шляхом комп'ютерного моделювання концентрації забруднюючих речовин в темпі процесу їх надходження у вуличну повітряну масу?

6. Якщо результати комп'ютерного моделювання свідчать, що математичні моделі, які створені нами для оцінювання концентрацій забруднюючих речовин в повітряній масі, несуть неприйнятні для подальшого використання похибки, то які зміни необхідно внести в ці моделі для підвищення точності отримуваних з їх використанням оцінок концентрацій забруднюючих речовин?

7. У якому вигляді потрібно подати результати дослідження, щоб вони були позитивно оцінені замовником цього дослідження чи організацією, від якої ви бажаєте отримати позитивний відгук?

Якщо ж наукове дослідження виконується в полі галузі інформаційних технологій за спеціальністю 126 «Інформаційні системи і технології», і науковий керівник визначив аспіранту наукову тему: «Інформаційна система для оцінювання ступеня забруднення повітряних мас вздовж міських вулиць та його мінімізації», то об'єктом дослідження стають «процеси в інформаційній системі, що реалізує інформаційну технологію визначення в реальному часі концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло», а предметом дослідження у цьому випадку стають «методи та засоби визначення в реальному часі концентрацій шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при старті на зелене світло». Що ж до мети наукового дослідження у цьому випадку, то її можна визначити як «мінімізація ступеня забруднення повітря міських вулиць шкідливими викидами двигунів транспортних засобів за рахунок доповнення системи керування вуличними світлофорами інформаційною системою, що реалізує інформаційну технологію визначення в реальному часі концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло».

А для того, щоб поставлену мету досягти, досліднику доведеться шляхом проведення досліджень знайти відповіді на такі запитання:

1. Які інформаційні системи для оцінювання ступеня забруднення повітряних мас вздовж міських вулиць уже розроблені та які вже втілені в практику?

2. Як експериментально визначити для конкретної міської вулиці множину шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засо-

бів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло, концентрації яких перевищують допустимі норми?

3. Які математичні моделі процесів зміни концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло, вже втілені в інформаційні технології, покладені в основу вже розроблених інформаційних систем даного класу?

4. Яку інформаційну технологію потрібно вибрати та за яким критерієм і як синтезувати структуру інформаційної системи для оцінювання ступеня забруднення повітряних мас вздовж міських вулиць після конкретизації забруднюючих речовин

5. Як адаптувати відомі моделі процесів зміни концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло, до умов синтезу структури інформаційної системи, що втілює інформаційну технологію, побудовану з використанням цих математичних моделей?

6. Як і за яким критерієм синтезувати математичну модель, що мінімізуватиме ступінь забрудненості повітряної маси вздовж міської вулиці шкідливими речовинами, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та стартуванні на зелене світло?

7. Як ідентифікувати математичну модель, яка синтезується, що мінімізуватиме ступінь забрудненості повітряної маси вздовж міської вулиці шкідливими речовинами, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло, та як визначати її достовірність?

8. Як для досягнення мінімуму ступеня забрудненості повітряної маси вздовж міської вулиці шкідливими речовинами, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло, вбудувати розроблену інформаційну систему в систему керування міськими світлофорами?

9. Як синтезувати структуру імітаційної моделі системи керування міськими світлофорами з вбудованою інформаційною системою оцінювання ступеня забрудненості повітряної маси вздовж міської вулиці шкідливими речовинами, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло, та з використанням цієї моделі оцінити ефективність реалізованої інформаційної технології?

10. У якому вигляді потрібно подати результати дослідження, щоб вони були позитивно оцінені замовником цього дослідження чи організацією, від якої ви бажаєте отримати позитивний відгук?

3.3 Приклади застосування системного аналізу на його другому етапі – етапі виділення об'єкта дослідження з зовнішнього середовища, побудови його структури та визначення характеру і поверхонь, ліній чи точок взаємодії цього об'єкта з зовнішнім середовищем

Згідно з постулатами технічної кібернетики будь-який об'єкт дослідження можна подати у вигляді чорного ящика **ЧЯ** (рис. 3), який контактує з зовнішнім середовищем **ЗС** у п'яти точках, що можуть у багатовимірному випадку бути і множинами і навіть поверхнями, а саме: у точці **1** живлення, в якій до об'єкта дослідження з зовнішнього середовища надходить енергія або маса q ; у точці **2** входу, в якій зовнішнє середовище протягом часу t здійснює цілеспрямований керувальний вплив u на об'єкт дослідження; у точці **3** виходу, в якій об'єкт дослідження протягом цього ж часу здійснює цілеспрямований вихідний вплив y на зовнішнє середовище; у точці **4** прикладення основного збурення x , в якій зовнішнє середовище протягом часу t здійснює основний прогнозований чи навіть програмований вплив на процес в об'єкті дослідження; у точці **5** прикладення узагальненої завади ζ , в якій зовнішнє середовище намагається протягом цього ж часу додатково до основного, але неконтрольовано, збурити процес в об'єкті дослідження. Варто відзначити, що точка **5** може бути або окремою точкою взаємодії об'єкта дослідження з зовнішнім середовищем або може бути приведеною до точки **1**, або може бути приведеною до точки **2**, або може бути приведеною до точки **3**, або може бути приведеною у певній пропорції взаємодії до двох чи навіть усіх цих трьох точок одночасно.

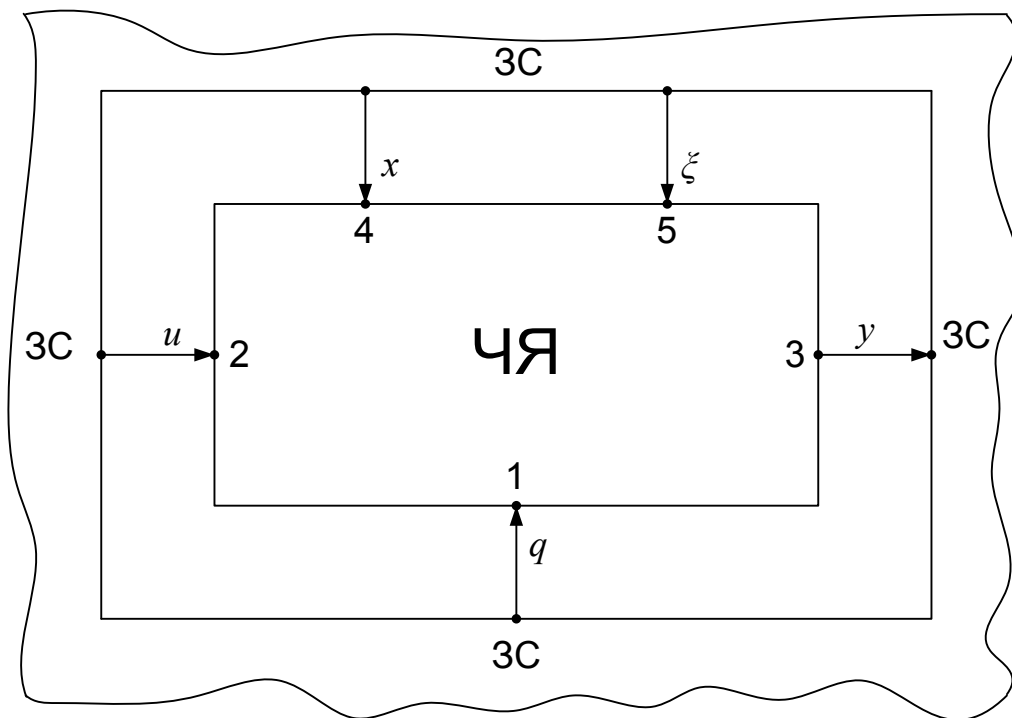


Рисунок 3 – Графічна інтерпретація виділення об'єкта дослідження з зовнішнього середовища

В разі подання об'єкта дослідження у вигляді чорного ящика його узагальнена математична модель матиме вигляд

$$y = f(q, u, x, \xi, t), \quad (3.1)$$

де f – функція, яка може у собі нести не лише лінійність чи нелінійність та якісь алгебраїчні, логічні чи нечіткі комбінації змінних, але й операції диференціювання чи інтегрування якихось із цих змінних.

А узагальнений критерій J оцінювання результатів у цьому випадку матиме вигляд

$$J = F(q, u, x, y), \quad (3.2)$$

де F – функціонал, який найчастіше має вигляд визначеного у часі інтеграла від певної комбінації аргументів цього функціонала або операцію визначення найменшого чи найбільшого значення цієї комбінації аргументів на попередньо визначеному відрізку часу.

Якщо ж предмет дослідження, з точки зору технічної кібернетики, може бути поданим у вигляді так званого «сірого ящика», яким є «чорний ящик» з відомою структурою (рис. 4), то його математична модель матиме вигляд

$$\begin{cases} y = f_2(z, x, \xi); \\ z = f_1(q, u) \end{cases} \quad (3.3)$$

для структури без внутрішнього системного зворотного зв'язку, наведеної на рис. 4, а,

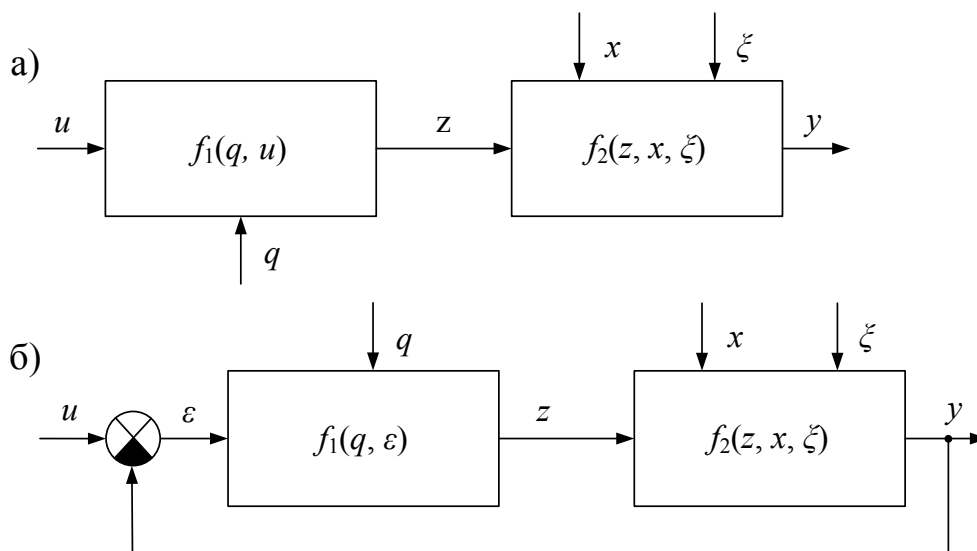


Рисунок 4 – Графічна інтерпретація об'єкта дослідження, який може бути поданим у вигляді «сірого ящика»

або

$$\begin{cases} y = f_2(z, x, \xi); \\ z = f_1(q, \varepsilon); \\ \varepsilon = u - y \end{cases} \quad (3.4)$$

для структури з внутрішнім системним зворотним зв'язком, наведеної на рис. 4, б.

А критерієм оцінювання результатів може бути, наприклад, функціонал

$$J_T = \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt \quad (3.5)$$

чи

$$y_T \rightarrow \max \quad (3.6)$$

для структури без внутрішнього системного зворотного зв'язку, наведеної на рис. 4, а, або, наприклад, функціонал

$$J_T = \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon^2(t) dt \quad (3.7)$$

чи

$$\varepsilon_T \rightarrow \min \quad (3.8)$$

для структури з внутрішнім системним зворотним зв'язком, наведеної на рис. 4, б.

Виходячи з викладеного вище, для об'єкта дослідження у вигляді «повітряної маси заданого об'єму над міською вулицею в околі розміщення вуличних світлофорів» в галузі інформаційних технологій за спеціальністю 124 «Системний аналіз» за визначеною у підрозділі 3.2 науковою темою: «Системний аналіз ступеня забруднення повітряних мас вздовж міських вулиць та способів підвищення його точності» точка **1** буде збігатися з точками поверхні виділеної повітряної маси, через які транспортний потік входить в цю повітряну масу з зовнішнього середовища, точки **2** та **4** збігатимуться з точкою **1**, точка **3**, в якій об'єкт здійснює вплив на зовнішнє середовище, буде збігатися з точками розміщення органів дихання живих організмів в межах виділеної повітряної маси, а точка **5**, до якої з зовнішнього середовища прикладатимуться випадкові збурення ξ , зумовлені раптовими поривами вітру, збігатиметься з усією поверхнею повітряної маси, виділеної над дорогою.

Знову ж таки, виходячи з викладеного вище, для об'єкта дослідження у вигляді «процесів в інформаційній системі, що реалізує інформаційну технологію визначення в реальному часі концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло» в галузі інформаційних технологій за спеціальністю 126 «Інформаційні системи і технології» за визначеною у підрозділі 3.2 науковою темою: «Інформаційна система для оцінювання ступеня забруднення повітряних мас вздовж міських вулиць та його мінімізації» точка **1** буде збігатися з точками поверхні виділеної повітряної маси, через які транспортний потік входить в цю повітряну масу з зовнішнього середовища, точка **2** збігатиметься з точками встановлення приладів для автоматичного запису в темпі процесу параметрів повітряного потоку в межах виділеної повітряної маси, за значеннями яких обчислювальний блок інформаційної системи з використанням закладених в нього математичних моделей визначатиме концентрації шкідливих викидів транспортних засобів, що проїжджатимуть чи стоятимуть в межах радіуса вимірювань цих приладів, точка **3**, в якій об'єкт здійснює вплив на зовнішнє середовище буде збігатися з точкою встановлення світлофорів, точка **4** збігатиметься з точкою **1**, а точка **5**, до якої з зовнішнього середовища прикладатимуться випадкові збурення ξ , зумовлені раптовими поривами вітру, збігатиметься з усією поверхнею повітряної маси, виділеної над дорогою.

На цьому ж етапі системного аналізу потрібно визначити також обмеження на всі координати (або якусь їх частину), що характеризують процеси в об'єкті дослідження, з урахуванням ще й характеристик зовнішнього середовища у точках їх контакту.

У випадку, пов'язаному з дослідженнями процесів у «повітряній масі заданого об'єму над міською вулицею в околі розміщення вуличних світлофорів» потрібно буде врахувати обмеження, зумовлені нижніми і верхніми межами вимірювальної шкали приладів, що використовуватимуться під час експериментального дослідження повітряної маси на забруднення шкідливими викидами транспортних засобів, а у випадку, пов'язаному з дослідженнями «процесів в інформаційній системі, що реалізує інформаційну технологію визначення в реальному часі концентрації шкідливих речовин, що викидаються двигунами транспортних засобів при гальмуванні на червоне світло світлофорів та при стартуванні на зелене світло» потрібно буде врахувати не лише обмеження, зумовлені нижніми і верхніми межами вимірювальної шкали приладів, що використовуватимуться для точного вимірювання параметрів повітряної маси, за якими обчислюватимуться в темпі процесу концентрації забруднюючих речовин, але потрібно буде врахувати також обмеження, зумовлені мінімальними та максималь-

ними часовими діапазонами вмикання світлофорів та максимально допустимими проміжками часу, необхідного для реалізації обчислювальних алгоритмів в мікропроцесорній складовій інформаційної системи.

3.4 Зауваження відносно застосування системного аналізу на його третьому, четвертому та п'ятому етапах

Відносно застосування системного аналізу на його третьому етапі – етапі побудови математичних моделей для опису процесів в об'єктах дослідження, придатних для оцінювання нинішнього чи попереднього станів цих об'єктів, або для управління процесами в них чи прогнозування їх майбутніх значень, на його четвертому етапі – етапі аналізу процесів в об'єктах дослідження з використанням синтезованих математичних моделей, та на його п'ятому етапі – етапі оптимізації характеристик чи параметрів процесів в об'єктах дослідження з застосуванням встановлених на першому етапі критеріїв і визначених на третьому етапі математичних моделей та дотриманням заданих на другому етапі обмежень і врахуванням результатів, отриманих на четвертому етапі, у цьому місці даного підручника доцільно зробити нижченаведене зауваження.

Щоб будувати математичні моделі процесів в об'єктах дослідження, потрібно спочатку, скориставшись відповідними навчальними посібниками, наприклад [5], поновити в пам'яті методи синтезу цих моделей та методи їх ідентифікації; щоб аналізувати процеси з використанням синтезованих моделей, потрібно спочатку, скориставшись відповідними навчальними посібниками, наприклад [6–12], поновити в пам'яті пакети прикладних програм типу Mathcad чи MATLAB або Python в напрямку їхнього застосування для комп'ютерного моделювання динамічних процесів; а щоб оптимізувати характеристики чи параметри процесів в об'єктах дослідження, потрібно спочатку, скориставшись відповідними навчальними посібниками, наприклад [13], поновити в пам'яті методи оптимізації, адекватні поставленій задачі.

При викладенні матеріалу в наступних розділах підручника ми, окрім орієнтації на його 1-е та 2-е видання ще у статусі навчального посібника, у першу чергу будемо орієнтуватись також на викладене в наших роботах [5, 10, 11, 13, 15].

РОЗДІЛ 4 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОЦЕСІВ В ОБ'ЄКТАХ ДОСЛІДЖЕННЯ

4.1 Класифікація об'єктів дослідження з метою моделювання процесів в них в задачах прогнозу, оцінювання стану та управління

Спочатку наголосимо на тому, що під термінологічним словосполученням «математична модель процесу в об'єкті дослідження» ми розуміємо одне математичне рівняння чи їх сукупність, що пов'язує між собою одну або кілька змінних, які характеризують впливи зовнішнього середовища на об'єкт дослідження у його вхідних точках, та одну або кілька змінних, які характеризують вплив цього об'єкта дослідження у вихідній точці на зовнішнє середовище як його реакцію на вхідні впливи, за умови, що розв'язком цього рівняння є функція, графік якої відрізняється від графіка процесу в об'єкті дослідження лише масштабом. Очевидно, що процес завжди розвивається у часі t і характеризує динаміку об'єкта дослідження, а тому будь-яка його математична модель як одну зі змінних завжди матиме крім уже згадуваних q, u, y, x, ξ ще й час t .

Залежно від задачі, що розв'язується, кожен процес у будь-якому об'єкті дослідження в загальному вигляді може описуватись однією з трьох узагальнених математичних моделей, а саме: в задачі прогнозування наступних значень процесу y_k з використанням його попередніх значень $y_{k-i}, i = 1, 2, \dots, n$ ця узагальнена модель матиме вигляд

$$f_y(y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-n}, q, \xi_k) = 0, \quad k = 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

або

$$y_k = \varphi_y(y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-n}, q, \xi_k), \quad k = 1, 2, \dots; \quad (4.2)$$

в задачі оцінювання стану об'єкта дослідження ця узагальнена модель матиме вигляд

$$f_o(y, q, x, t) = 0 \quad (4.3)$$

або

$$y = \varphi_o(q, x, t); \quad (4.4)$$

а в задачі управління процесом ця узагальнена модель матиме вигляд

$$f_u(y, q, x, \xi, u, t) = 0 \quad (4.5)$$

або

$$y = \varphi_u(q, x, \xi, u, t). \quad (4.6)$$

Не зайвим буде ще раз нагадати, що функції $f_{(*)}$, $\varphi_{(*)}$ у виразах (4.1)–(4.6) можуть бути і функціоналами, і нести в собі операції відносно аргументів не лише алгебраїчні, логічні чи нечіткі, але й операції диференціювання та інтегрування. Крім того і змінні у виразах (4.1)–(4.6), і функції у цих виразах можуть бути як скалярами, так і векторами.

Незалежно від того, для розв'язання якої задачі – прогнозування, оцінювання стану чи управління – створюється математична модель об'єкта дослідження, кожний з цих об'єктів відносять до одного з вісімнадцяти класів, а саме:

- 1) клас лінійних статичних об'єктів (ЛСО);
- 2) клас нелінійних статичних об'єктів (НСО);
- 3) клас лінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них (ЛДДОЗПНП);
- 4) клас лінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них (ЛДДОЗПДП);
- 5) клас нелінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них (НДДОЗПНП);
- 6) клас нелінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них (НДДОЗПДП);
- 7) клас лінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них (ЛСДОЗПНП);
- 8) клас лінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них (ЛСДОЗПДП);
- 9) клас нелінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них (НСДОЗПНП);
- 10) клас нелінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них (НСДОЗПДП);
- 11) клас лінійних детермінованих динамічних об'єктів з розподіленими параметрами і неперервними процесами в них (ЛДДОРПНП);
- 12) клас лінійних детермінованих динамічних об'єктів з розподіленими параметрами і дискретними процесами в них (ЛДДОРПДП);
- 13) клас лінійних стохастичних динамічних об'єктів з розподіленими параметрами і неперервними процесами в них (ЛСДОРПНП);
- 14) клас лінійних стохастичних динамічних об'єктів з розподіленими параметрами і дискретними процесами в них (ЛСДОРПДП);
- 15) клас нелінійних стохастичних динамічних об'єктів з розподіленими параметрами і неперервними процесами в них (НСДОРПНП);
- 16) клас нелінійних стохастичних динамічних об'єктів з розподіленими параметрами і дискретними процесами в них (НСДОРПДП);

17) клас об'єктів з нечіткими параметрами і лінгвістичними оцінками змінних з застосуванням нечіткого виведення Мамдані (ОНПЛЗ-М);

18) клас об'єктів з нечіткими параметрами і лінгвістичними оцінками змінних з застосуванням нечіткого виведення Сугено (ОНПЛЗ-С).

Виділення перших 16 класів об'єктів у цій класифікації зумовлено 4-ма ознаками, першою з яких є вигляд статичної характеристики об'єкта (лінійна чи нелінійна), другою ознакою є врахування чи неврахування збурень випадкового характеру (детермінований чи стохастичний), третьою ознакою є наявність чи відсутність запізнення реакції об'єкта на вхідний вплив (зосереджені параметри чи розподілені), а четвертою ознакою є характер проходження у часі внутрішніх процесів в об'єкті (неперервний чи дискретний).

Виділення 17-го і 18-го класів об'єктів у цій класифікації зумовлено відсутністю кількісної інформації про всі параметри об'єкта і одночасно наявністю лише якісної інформації про один, декілька чи всі параметри цього об'єкта.

В наступних підрозділах цього розділу ми наведемо або приклади математичних моделей об'єктів дослідження, які можуть бути віднесеними до одного з визначених класів, або вказівки як ці математичні моделі можна побудувати для об'єктів дослідження, що не охоплені прикладами.

4.2 Особливості моделювання статичних об'єктів дослідження

До статичних об'єктів відносять такі об'єкти дослідження, в яких реакція на вхідний вплив настає миттєво і при подачі вхідного сигналу x вихідна координата y об'єкта миттєво досягає свого найбільшого стійкого значення. Тобто, в статичних об'єктах при подачі на їхній вхід двох різного значення вхідних сигналів x_1 , x_2 перехід вихідної координати від значення y_1 , що відповідає значенню вхідного сигналу x_1 , до значення y_2 , що відповідає значенню вхідного сигналу x_2 , здійснюється миттєво без перехідного процесу. І якщо при збільшенні вдвічі (чи у більше число разів) значення вхідного сигналу збільшується вдвічі (чи у таке ж число разів) значення вихідної координати статичного об'єкта, то такий статичний об'єкт називають лінійним статичним об'єктом (ЛСО), а якщо при зміні значення вхідного сигналу значення вихідної координати змінюються непропорційно, то такий статичний об'єкт називають нелінійним статичним об'єктом (НСО).

Залежність вихідної координати y від вхідного сигналу x називають статичною характеристикою статичного об'єкта і позначають $y = f(x)$, тобто задають цю залежність функцією, у якій, на відміну від функцій (4.2), (4.4), (4.6), відсутні в явному вигляді аргументи часу t , завад ξ та

управління u , а аргумент q трансформується у коефіцієнти, що стоять біля основного аргументу x . Очевидно, що графіки статичної характеристики різних ЛСО матимуть однакову структуру і завжди є прямими лініями (чи відрізками прямих ліній в діапазоні існування значень вхідного сигналу x), як це показано на рис. 5, а, а графіки статичної характеристики різних НСО (рис. 5, б) матимуть різну структуру і вигляд, зокрема можуть бути і такими, як для прикладу, показаного на рис. 5, б.

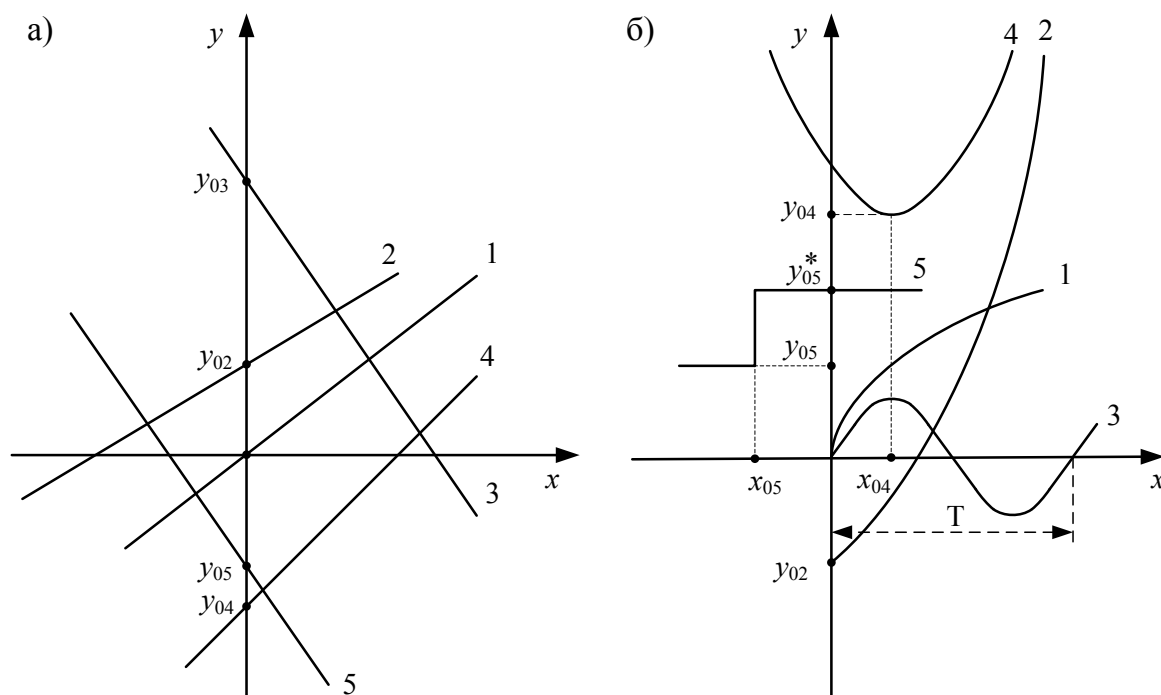


Рисунок 5 – Приклади графіків статичних характеристик лінійних (а) та нелінійних (б) статичних об'єктів дослідження

Із рис. 5, а видно, що статичну характеристику будь-якого ЛСО, яка і буде його математичною моделлю, можна задати однією і тією ж функцією

$$y = y_{0i} + k_i x, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, \quad (4.7)$$

у якій

$$y_{01} = 0, \quad y_{02} > 0, \quad y_{03} > 0, \quad y_{04} < 0, \quad y_{05} < 0, \quad (4.8)$$

$$k_1 > 0, \quad k_2 > 0, \quad k_3 < 0, \quad k_4 > 0, \quad k_5 < 0, \quad (4.9)$$

а статична характеристика кожного НСО, яка також буде його математичною моделлю, задається функцією, структура якої є відмінною хоча б у чомусь від інших. Так, для НСО, графіки статичних характеристик яких наведені на рис. 5, б, відповідні їм математичні моделі матимуть вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} y = k_{01}\sqrt{x}; \\ y = y_{02} + k_{02}x^2; \\ y = k_{03} \sin \omega x; \\ y = y_{04} + k_{04}(x - x_{04})^2; \\ y = \begin{cases} y_{05}, & \forall x \in (-\infty, x_{05}]; \\ y_{05}^*, & \forall x \in (x_{05}, \infty), \end{cases} \end{array} \right. \quad (4.10)$$

$$\text{де} \quad y_{02} < 0, \quad y_{04} > 0, \quad y_{05} > 0, \quad y_{05}^* > 0, \quad x_{04} > 0, \quad x_{05} < 0, \quad (4.11)$$

$$k_{01} > 0, \quad k_{02} > 0, \quad k_{03} > 0, \quad k_{04} > 0, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (4.12)$$

Прикладом лінійного статичного об'єкта є електронний підсилювач в структурі інформаційної системи, а прикладом нелінійного статичного об'єкта є електронне реле у цій же інформаційній системі.

Потрібно зауважити, що і електронний підсилювач, і електронне реле, якщо вони розглядатимуться не як елементи інформаційних систем (на обробку сигналів у яких витрачається значний час), а як елементи інформаційних систем, сигнали в яких обробляються без запізнення, а тому процеси в них зіставні за швидкістю протікання при переході від одного значення вхідного сигналу до іншого з перехідними процесами в інших елементах цієї системи, уже не будуть статичними об'єктами, а мають розглядатись як динамічні об'єкти.

Потрібно звернути увагу також і на те, що статична характеристика об'єкта у вигляді лінії $y = f(x)$ у разі залежності його вихідної координати від двох вхідних перетворюється на поверхню $y = f(x_1, x_2)$, а в разі залежності його вихідної координати від n вхідних координат перетворюється на гіперповерхню $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

4.3 Математичні моделі лінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них

Цей клас об'єктів дослідження ми уже раніше визначили як клас ЛДДОЗПНП. Математичними моделями цього класу об'єктів на осі часу t є звичайні диференціальні рівняння n -го порядку, що мають вигляд

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad (4.13)$$

для розв'язання яких, тобто для знаходження залежності $y(t)$ при заданій функції $x(t)$ потрібно задавати ще й початкові умови

$$y(0) = y_0, \quad y'(0) = y'_0, \quad y''(0) = y''_0, \quad \dots, \quad y^{(n-1)}(0) = y_0^{(n-1)}. \quad (4.14)$$

Якщо перетворити рівняння (4.13) за Лапласом при нульових початкових умовах, то ми прийдемо до рівняння

$$Y(p) = W(p) \cdot X(p) \quad (4.15)$$

комплексної змінної p , в якому $X(p)$ – перетворений за Лапласом вхідний сигнал $x(t)$ ЛДДОЗПНП, $Y(p)$ – перетворена за Лапласом реакція $y(t)$ ЛДДОЗПНП на цей вхідний сигнал, а $W(p)$ – передаточна функція ЛДДОЗПНП, яка має вигляд

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + 1} \quad (4.16)$$

і несе всю ту ж інформацію про ЛДДОЗПНП, що і диференціальне рівняння (4.13). А це означає, що і передаточна функція $W(p)$ також є математичною моделлю цього ЛДДОЗПНП, але на комплексній площині.

Оскільки операції диференціювання та інтегрування є оберненими одна до одної, то диференціальному рівнянню (4.13) на осі часу t буде однозначно відповідати інтегральне рівняння

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(t - \tau) g(\tau) d\tau, \quad (4.17)$$

в якому $g(t)$ – вагова характеристика або, що одне і те ж, імпульсна перехідна функція ЛДДОЗПНП, яка є оберненим перетворенням за Лапласом передаточної функції ЛДДОЗПНП, тобто,

$$g(t) = L^{-1}\{W(p)\}. \quad (4.18)$$

Тож інтегральне рівняння (4.17) та імпульсна перехідна функція (4.18) теж є математичними моделями ЛДДОЗПНП на осі часу t .

Якщо у передаточній функції дійсну частину комплексної змінної p прирівняти нулю, тобто у вираз (4.16) замість комплексної змінної p підставити лише її уявну частину $j\omega$ –

$$W(j\omega) = W(p) \Big|_{p=j\omega}, \quad (4.19)$$

то отримаємо амплітудно-фазову частотну характеристику (АФЧХ) ЛДДОЗПНП, яка є комплексною функцією кругової частоти ω і виділення з якої дійсної $\text{Re}\{\cdot\}$ та уявної $\text{Im}\{\cdot\}$ частин –

$$\begin{cases} P(\omega) = \text{Re}\{W(j\omega)\}; \\ Q(\omega) = \text{Im}\{W(j\omega)\} \end{cases} \quad (4.20)$$

приводить до формування пари математичних моделей ЛДДОЗПНП на частотній осі – його дійсної частотної характеристики (ДЧХ) $P(\omega)$ та уявної частотної характеристики (УЧХ) $Q(\omega)$.

Приведення ж АФЧХ до показникової форми, тобто до форми

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \quad (4.21)$$

приводить до формування ще й другої пари математичних моделей ЛДДОЗПНП на частотній осі – його амплітудної частотної характеристики (АЧХ) $A(\omega)$ та фазової частотної характеристики (ФЧХ) $\varphi(\omega)$, які, як відомо, пов'язані з ДЧХ та УЧХ цього ж об'єкта співвідношеннями:

$$A(\omega) = \sqrt{(P(\omega))^2 + (Q(\omega))^2}, \quad (4.22)$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}. \quad (4.23)$$

Із наведених математичних моделей ЛДДОЗПНП в процесі системного аналізу потрібно використовувати ту з них, яка буде найбільш адекватною умовам наукової задачі, що розв'язується.

4.4 Математичні моделі лінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них

Оскільки дискретний вхідний вплив і дискретна реакція на нього в динамічних об'єктах описуються решітчастими функціями, відповідно $x[kT]$, $y[kT]$, в яких T – період дискретності, а $k = 0, 1, 2, \dots$, і які при нормуванні часу t цим періодом дискретності перетворюються у решітчасті функції $x[k]$, $y[k]$, то аналогами похідних $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ на множині решітчастих функцій будуть їх перші обернені різниці

$$\begin{aligned} \nabla x[k] &= x[k] - x[k-1], \\ \nabla y[k] &= y[k] - y[k-1], \\ k &= 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (4.24)$$

а аналогами других похідних $\frac{d^2x}{dt^2}$, $\frac{d^2y}{dt^2}$ – другі обернені різниці

$$\begin{aligned}\nabla^2 x[k] &= \nabla x[k] - \nabla x[k-1] = x[k] - 2x[k-1] + x[k-2], \\ \nabla^2 y[k] &= \nabla y[k] - \nabla y[k-1] = y[k] - 2y[k-1] + y[k-2], \\ k &= 0, 1, 2, \dots\end{aligned}\quad (4.25)$$

(і цей процес можна продовжити за аналогією і на похідні більш високих порядків), то диференціальне рівняння (4.13) на множині решітчастих функцій легко приводиться до різницевого рівняння

$$\begin{aligned}y[k] + a_{n-1}^* y[k-1] + \dots + a_0^* y[k-n] &= \\ = b_m^* x[k] + b_{m-1}^* x[k-1] + \dots + b_0^* x[k-m], \quad k &= 0, 1, 2, \dots,\end{aligned}\quad (4.26)$$

яке часто записують у вигляді

$$\begin{aligned}y[k] &= -a_{n-1}^* y[k-1] - \dots - a_0^* y[k-n] + b_m^* x[k] + \\ &+ b_{m-1}^* x[k-1] + \dots + b_0^* x[k-m], \quad k = 0, 1, 2, \dots,\end{aligned}\quad (4.27)$$

оскільки у такому вигляді воно придатне для розв'язання рекурентним способом.

І рівняння (4.26), і рівняння (4.27) є математичними моделями ЛДДОЗПДП, заданими на осі дискретного часу.

Очевидно, що чим меншим буде період дискретності T , тим менше відрізнятимуться значення $y[kT]$, знайдені з різницевого рівняння (4.27), від значень $y(t_k)$, знайдених із диференціального рівняння (4.13).

Якщо ж до різницевого рівняння (4.26) застосувати Z -перетворення

$$\begin{cases} Y(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y[k] z^{-k}; \\ X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x[k] z^{-k}, \end{cases}\quad (4.28)$$

то при нульових початкових умовах отримаємо рівняння

$$\begin{aligned}Y(z) + a_{n-1}^* z^{-1} Y(z) + a_{n-2}^* z^{-2} Y(z) + \dots + a_0^* z^{-n} Y(z) &= \\ = b_m^* X(z) + b_{m-1}^* z^{-1} X(z) + \dots + b_0^* z^{-m} X(z),\end{aligned}\quad (4.29)$$

яке можна записати і так –

$$Y(z) = W(z) \cdot X(z) \quad (4.30)$$

де

$$W(z) = \frac{b_m^* + b_{m-1}^* z^{-1} + b_{m-2}^* z^{-2} + \dots + b_0 z^{-m}}{1 + a_{n-1}^* z^{-1} + a_{n-2}^* z^{-2} + \dots + a_0^* z^{-n}} \quad (4.31)$$

дискретна передаточна функція ЛДДОЗПДП, яка теж є математичною моделлю цього об'єкта і несе стільки ж інформації про нього, як і різницеве рівняння (4.26).

4.5 Математичні моделі нелінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них

В загальному вигляді до класу НДДОЗПДП входять усі динамічні об'єкти, математичними моделями яких є нелінійні диференціальні рівняння, тобто диференціальні рівняння, в які як члени входять якісь степені похідних, або їх добутки з іншими похідними чи зі змінними з лівої чи правої частин цих рівнянь, наприклад:

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + a_0 y = b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad (4.32)$$

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y^2 = b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad (4.33)$$

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} y + a_0 y = b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x, \quad (4.34)$$

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y + b_1 \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dx}{dt} + b_0 x = 0, \quad (4.35)$$

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y x + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x = 0. \quad (4.36)$$

Характерною особливістю нелінійних диференціальних рівнянь є те, що до них не можна застосувати лінійне перетворення за Лапласом і синтезувати адекватну цьому рівнянню передаточну функцію чи частотні характеристики, а тому для їх розв'язання в загальному випадку потрібно застосовувати чисельні методи, які завжди є наближеними. Тому при розв'язанні цих рівнянь завжди постає питання збіжності отриманих наближених розв'язків до точного розв'язку, який аналітично бути поданим не може.

4.6 Математичні моделі нелінійних детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них

Оскільки кожен похідну при дискретизації диференціального рівняння можна подати через алгебраїчну суму такої кількості зсунутих дискрет, якою є порядок похідної, то піднесення до степеня похідної чи її перемноження на похідну іншого порядку чи на вхідну або на вихідну змінну приводить до появи в різницевому аналозі нелінійного диференціального рівняння значної кількості добутоків дискрет, зсунутих на різну кількість кроків, наприклад, для нелінійного диференціального рівняння (4.32) матимемо аналог у вигляді різницевого рівняння

$$\begin{aligned} a_2^*(y[k] - 2y[k-1] + y[k-2]) + a_1^*(y[k] - y[k-1])^2 + a_0^*y[k] = \\ = b_1^*(x[k] - x[k-1]) + b_0^*x[k], \end{aligned} \quad (4.37)$$

або

$$\begin{aligned} (a_2^* + a_0^*)y[k] + a_2^*y[k-2] + a_1^*(y[k])^2 - 2(a_2^* + a_1^*y[k])y[k-1] + \\ + a_1^*(y[k-1])^2 = (b_1^* + b_0^*)x[k] - b_1^*x[k-1], \end{aligned} \quad (4.38)$$

яке і буде математичною моделлю НДДОЗПДП.

Очевидно, що нелінійним диференціальним рівнянням (4.33)–(4.36) можна у такий же спосіб поставити у відповідність аналогічні різницеві рівняння, які також можуть відігравати роль математичних моделей НДДОЗПДП.

Але крім різницевих рівнянь для аналізу процесів в НДДОЗПДП у багатьох практично важливих випадках можна застосовувати і секвенційні моделі, спосіб побудови яких в силу недостатньої інформації про нього в навчальних посібниках ми розглянемо детальніше, скориставшись уже забутими роботою І. А. Біргера «Технічна діагностика», опублікованою у 1978 році, та роботою Д. А. Поспелова «Логічні методи аналізу і синтезу схем», опублікованою у 1968 році.

Почнемо з нагадування про те, що змінні або функції, які мають лише два значення («так» або «ні», «істинне» або «хибне») прийнято називати логічними або булевими – їх вивченням займається математична логіка.

Введемо деякі основні поняття алгебри логіки, які нам потрібні будуть у подальшому. І почнемо з визначення логічної змінної.

Логічна змінна – це величина, яка може мати лише одне з двох значень: «нуль» або «одиниця», причому її одиничне значення визнають таким, що відповідає поняттю «істинне», а нульове значення відповідає поняттю «хибне».

Диз'юнкцією двох логічних змінних A і B називають логічну величину D , яка є логічною сумою цих змінних і яка є істинною ($D = 1$), якщо істинною є хоча б одна зі змінних A чи B . Операція логічного додавання відпо-

відає в алгебрі висловлень сполучнику «Або» і може бути записаною одним із трьох варіантів:

$$D = A \vee B, \quad D = A \cup B, \quad D = A + B. \quad (4.39)$$

Кон'юнкцією двох логічних змінних A і B називають логічну величину C , яка є логічним добутком цих змінних і яка є істинною ($C = 1$) лише у тому випадку, коли істинними є обидві ці змінні. Операція логічного перемноження відповідає в алгебрі висловлень сполучнику «І» і може бути записаною одним із трьох варіантів:

$$C = A \wedge B, \quad C = A \cap B, \quad C = A \cdot B. \quad (4.40)$$

Логічним запереченням логічної змінної A є логічна змінна \bar{A} , яка є істинною ($\bar{A} = 1$), якщо A є хибним ($A = 0$) і навпаки. Операція логічного заперечення в алгебрі висловлень відповідає частці «Не» і записується пропоставленням риски над логічною змінною, що заперечується.

Логічні операції «Або», «І», «Не» є основними (базовими) операціями булевої алгебри, оскільки їх комбінацією можна записати будь-яку булеву функцію, яка за своїм кінцевим результатом також є логічною змінною.

До числа найпростіших і найбільш вживаних булевих функцій відносять логічні змінні, які є результатами логічних операцій імплікації, що позначається

$$A \rightarrow B, \quad A \supset B \quad (4.41)$$

і читається: «Якщо A , то B », та еквівалентності, що позначається

$$A \equiv B \quad (4.42)$$

і читається: « A є тотожним B ».

У випадку запису у вигляді булевих функцій імплікація (M) та еквівалентність (N) записуються так:

$$M = (A \rightarrow B), \quad (4.43)$$

$$N = (A \equiv B). \quad (4.44)$$

І імплікація і еквівалентність через визначені вище базові операції булевої алгебри виражаються так:

$$M = (A \rightarrow B) = \bar{A} + B, \quad (4.45)$$

$$N = (A \equiv B) = A \cdot B + \bar{A} \cdot \bar{B}. \quad (4.46)$$

Таблиця істинності усіх чотирьох, розглянутих вище логічних операцій з двома логічними змінними, має такий вигляд:

A	B	$A + B$	$A \cdot B$	$A \rightarrow B$	$A \equiv B$
0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1

А далі нагадаємо, що тавтологіями називаються булеві вирази, що залишаються істинними незалежно від істинності чи хибності логічних змінних, що входять у ці вирази, наприклад

$$C = A + \bar{A}. \quad (4.47)$$

Для спрощення булевих виразів використовують такі правила: правило абсорбції –

$$\begin{cases} A + A = A, \\ A \cdot A = A; \end{cases} \quad (4.48)$$

правило комутативності –

$$\begin{cases} A + B = B + A, \\ A \cdot B = B \cdot A; \end{cases} \quad (4.49)$$

правило асоціативності –

$$\begin{cases} (A + B) + C = A + (B + C), \\ (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C); \end{cases} \quad (4.50)$$

правило дистрибутивності –

$$\begin{cases} A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C, \\ A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C); \end{cases} \quad (4.51)$$

правило поглинання –

$$\begin{cases} A \cdot B + A \cdot \bar{B} = A, \\ (A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A, \\ A + A \cdot B = A, \\ A \cdot (A + B) = A; \end{cases} \quad (4.52)$$

правило об'єднання з універсальною множиною –

$$A + 1 = 1; \quad (4.53)$$

правило перетину з універсальною множиною –

$$A \cdot 1 = A; \quad (4.54)$$

правило заперечення де Моргана –

$$\begin{cases} \overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}, \\ \overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}. \end{cases} \quad (4.55)$$

Усі ці правила (4.48)–(4.55) легко доводяться за допомогою діаграм Венна, на яких кожна логічна змінна зображається заштрихованим кругом всередині квадрата, яким зображається універсальна множина. Якщо ж якась логічна змінна заперечується, то штрихується вся та частина квадрата, яка знаходиться за межами круга логічної змінної, що заперечується. Тотожність, що витікає з кожного правила, підтверджується збігом тих частин квадрата для лівої і правої частин тотожності, які матимуть однакову штриховку.

Але і ці логічні тотожності, і будь-які інші, отримані шляхом перетворень булевих функцій в процесі виконання логічних операцій, зручніше перевіряти не за допомогою діаграм Венна, а використовуючи зображуючі числа аргументів булевих функцій, для визначення яких спочатку розглянемо, що собою являє базис булевої функції.

Так ось, базисом булевої функції називають множину усіх можливих значень її аргументів. І якщо булева функція містить в собі n логічних змінних, то її базис складається з 2^n чисел «0» або «1».

Математики і логіки домовились записувати базис булевої функції, дотримуючись таких правил:

для булевої функції двох аргументів $f(A, B)$ –

$$\begin{cases} A \rightarrow 0101, \\ B \rightarrow 0011; \end{cases} \quad (4.56)$$

для булевої функції трьох аргументів $f(A, B, C)$ –

$$\begin{cases} A \rightarrow 01010101, \\ B \rightarrow 00110011, \\ C \rightarrow 00001111. \end{cases} \quad (4.57)$$

Дотримуючись показаної у виразах (4.56), (4.57) закономірності, записують і базиси булевих функцій, що залежать від більшої кількості аргументів – очевидно, що для 4 аргументів базис буде мати 4 рядки по 16 оди-

ниць і нулів у кожному, з розміщенням цих одиниць і нулів за показаною вище закономірністю, при цьому число однакових цифр у кожному блоці кожного рядка буде дорівнювати 2^{i-1} , де i – номер рядка.

Кожний рядок базису булевої функції являє собою двійкове число, яке називають зображувальним числом аргументу і позначають символом #, що ставиться біля символа, яким позначається аргумент. Наприклад, для базису (A, B, C) –

$$\begin{cases} \#A = 01010101, \\ \#B = 00110011, \\ \#C = 00001111. \end{cases} \quad (4.58)$$

Для зображувальних чисел справедливими є логічні операції «Або», «І», «Не», що виконуються порозрядно. Наприклад у базисі (4.57):

$$\#A \wedge \#B = (01010101) \wedge (00110011) = 00010001, \quad (4.59)$$

$$\#B \vee \#C = (00110011) \vee (00001111) = 00111111, \quad (4.60)$$

$$\overline{\#A} = 10101010. \quad (4.61)$$

Кожен стовпець базису також являє собою двійкове число, яке дорівнює десятковому номеру цього стовпця при його формуванні в порядку зростання ваги розрядів знизу – вверху, а тому для базису (4.56) – це номери від 0 до 3, для базису (4.57) – це номери від 0 до 7, для базису булевої функції від чотирьох аргументів – це номери від 0 до 15, і за цією ж закономірністю далі.

Зображувальні числа булевої функції утворюються внаслідок виконання відповідних логічних операцій над зображувальними числами аргументів.

Покажемо, як за допомогою логічних операцій над зображувальними числами правої і лівої частин кінцевої логічної тотожності, отриманої шляхом проміжних перетворень, можна пересвідчитись у правильності кінцевого результату цих перетворень. Для прикладу розглянемо одну з тотожностей (нижню) правила дистрибутивності (4.51).

Зображувальне число лівої частини цієї тотожності після усіх логічних перетворень, виконаних з зображувальними числами аргументів, у кінцевому варіанті матиме вигляд:

$$\begin{aligned} \#(A + BC) &= \#A + \#(BC) = \#A + (\#B \cdot \#C) = 01010101 + \\ &(00110011 \cdot 00001111) = 01010101 + 00000011 = 01010111. \end{aligned} \quad (4.62)$$

Зображувальне число правої частини цієї тотожності після усіх логічних перетворень, виконаних з зображувальними числами аргументів, у кінцевому варіанті матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
\#[(A+B) \cdot (A+C)] &= \#(A+B) \cdot \#(A+C) = (\#A + \#B) \cdot (\#A + \#C) = \\
&= (01010101 + 00110011) \cdot (01010101 + 00001111) = \\
&= 01110111 \cdot 01011111 = 01010111.
\end{aligned}
\tag{4.63}$$

Порівнюючи отримані в виразах (4.62), (4.63) кінцеві результати логічних перетворень над зображувальними числами логічних функцій, що стоять у лівій і правій частинах виразу (4.51), бачимо, що вони є тотожними – це означає, що і самі ці логічні функції теж є тотожними.

Легко бачити, що логічні перетворення зображувальних чисел аргументів логічних функцій будь-якої складності дуже просто алгоритмізуються і програмуються для виконання комп'ютером – саме тому цей спосіб перевірки правильності виконаних логічних перетворень став основним в алгебрі логіки.

А тепер, маючи вже певні знання алгебри логіки, на прикладі покажемо, як можна синтезувати булеву діагностичну функцію (БДФ) F та побудувати з її використанням діагностичний пристрій для оцінювання справного D_1 чи несправного D_2 стану об'єкта, що діагностується.

Нагадаємо, що діагностичний пристрій являє собою прилад, який, моделюючи зв'язки ознак несправностей і станів об'єкта, що діагностується, дозволяє нам оцінити, в якому стані – справному чи несправному – цей об'єкт знаходиться. Цілком очевидно, що цей діагностичний пристрій має усі ознаки інформаційної системи, а діагностична функція, що реалізується цим пристроєм, є його математичною моделлю, яка є одночасно і дискретною, і нелінійною.

Нехай, наприклад, три деяких ознаки, що можуть мати лише одне з двох значень, які ми позначимо «1» та «0», характеризують (справний D_1 чи несправний D_2) стани об'єкта, що діагностується. Найвність j -ої ($j=1,2,3$) ознаки будемо позначати K_j , розуміючи при цьому, що $K_j=1$, а відсутність цієї ознаки будемо позначати $\overline{K_j}$, розуміючи при цьому, що $\overline{K_j}=0$.

Нехай несправний стан об'єкта D_2 має місце при тих наборах ознак $K_j, j=1,2,3$, що показані у таблиці несправностей цього об'єкта, яку ми зафіксуємо як:

Таблиця несправностей об'єкта, що діагностується

Стан	K_1	K_2	K_3
D_2	1	0	0
D_2	0	1	0
D_2	0	0	1

Синтезуємо БДФ F для цього об'єкта таким чином, щоб умова її істинності ($F = 1$) характеризувала його справний стан D_1 , а умова її хибності ($\overline{F} = 0$) характеризувала його несправний стан D_2 . Очевидно, що, маючи таблицю несправностей об'єкта, простіше віднайти \overline{F} , адже, об'єднуючи логічними операціями рядки цієї таблиці, матимемо

$$\overline{F} = (K_1 \cdot \overline{K_2} \cdot \overline{K_3}) \vee (\overline{K_1} \cdot K_2 \cdot \overline{K_3}) \vee (\overline{K_1} \cdot \overline{K_2} \cdot K_3). \quad (4.64)$$

Застосовуючи операцію заперечення «Не» до обох частин тотожності (4.64), отримаємо

$$\overline{\overline{F}} = F = \overline{(K_1 \cdot \overline{K_2} \cdot \overline{K_3}) \vee (\overline{K_1} \cdot K_2 \cdot \overline{K_3}) \vee (\overline{K_1} \cdot \overline{K_2} \cdot K_3)}. \quad (4.65)$$

А застосовуючи до правої частини тотожності (4.65) правило заперечення де Моргана (4.55) в його нижньому варіанті, матимемо:

$$F = \overline{(K_1 \cdot \overline{K_2} \cdot \overline{K_3}) \cdot (\overline{K_1} \cdot K_2 \cdot \overline{K_3}) \cdot (\overline{K_1} \cdot \overline{K_2} \cdot K_3)}. \quad (4.66)$$

Застосовуючи ж до кожної складової під рискою у правій частині тотожності (4.66) правило заперечення де Моргана (4.55) в його верхньому варіанті, матимемо:

$$F = (\overline{K_1} \vee K_2 \vee K_3) \cdot (K_1 \vee \overline{K_2} \vee K_3) \cdot (K_1 \vee K_2 \vee \overline{K_3}). \quad (4.67)$$

Згідно з БДФ (4.67) будь-які сполучення ознак K_1, K_2, K_3 , які приводять до $F = 1$, свідчитимуть, що об'єкт знаходиться у справному стані, а які приводять до $F = 0$, свідчитимуть, що об'єкт знаходиться у несправному стані.

Для того, щоб переконатись, що ми правильно здійснили усі проміжні логічні перетворення на шляху отримання БДФ у формі (4.67), порівняємо результати, отримані за допомогою логічних операцій над зображувальними числами аргументів у правій частині виразу (4.64) з наступною інверсією та над зображувальними числами аргументів у правій частині виразу (4.67).

Нескладно переконатись, що зображувальне число для виразу (4.64) буде дорівнювати

$$\#\overline{F} = 01101000. \quad (4.68)$$

Заперечуючи (4.68), будемо мати

$$\#\overline{\overline{F}} = \#F = \overline{01101000} = 10010111. \quad (4.69)$$

Нескладно також переконатись у тому, що зображувальне число для правої частини виразу (4.67) буде дорівнювати

$$\#F = 10010111. \quad (4.70)$$

Порівнюючи вирази (4.69) та (4.70), бачимо, що вони є ідентичними, що свідчить про правильність усіх логічних перетворень, здійснених нами при синтезі БДФ та приведенні її до вигляду (4.67).

На рисунку 6 наведена структурна схема діагностичного пристрою, який реалізує БДФ (4.67).

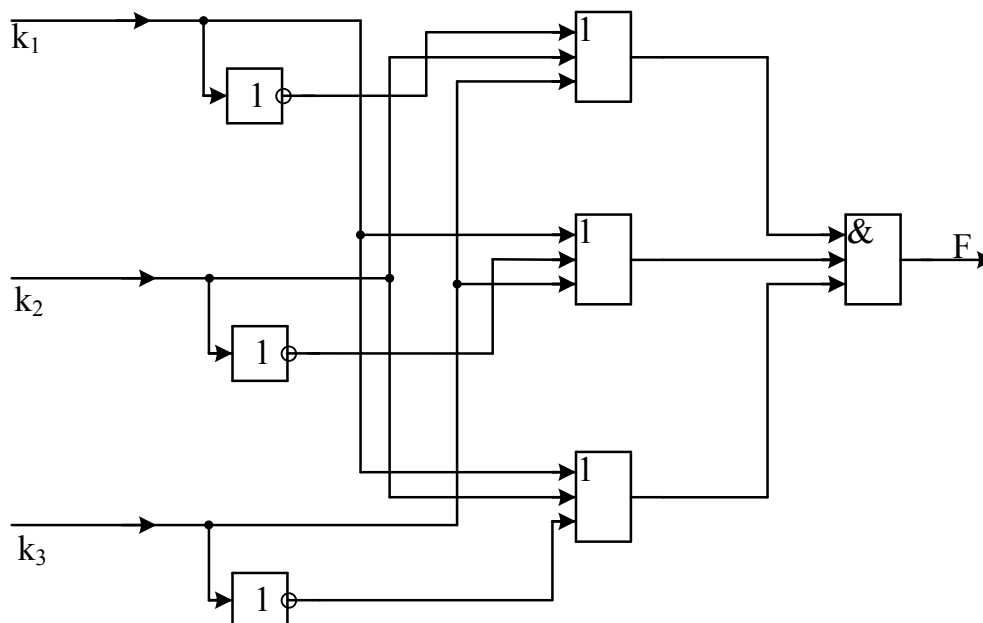


Рисунок 6 – Структурна схема діагностичного пристрою на основі БДФ, синтезованої за трьома ознаками стану об'єкта

Аналогічно синтезуються БДФ з більшою кількістю діагностичних ознак $K_j, j = 1, 2, 3, \dots, n$ та з більшою кількістю рядків у таблиці несправностей об'єкта, що діагностується.

4.7 Математичні моделі лінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них

Для ЛСДОЗПНП аналогом інтегрального рівняння (4.17), яке пов'язує між собою детермінований вхідний $x(t)$ і детермінований вихідний $y(t)$ сигнали та вагову характеристику $g(t)$ ЛДДОЗПНП, є рівняння Вінера-Хопфа

$$R_{yx}(\tau) = \int_0^{\infty} R_x(\tau - \theta) g(\theta) d\theta, \quad (4.71)$$

яке пов'язує вагову характеристику $g(t)$ ЛСДОЗПНП з кореляційною функцією $R_x(\tau)$ центрованого (відніманням математичного очікування m_x)

стаціонарного стохастичного вхідного сигналу $x(t)$ та взаємною кореляційною функцією $R_{yx}(\tau)$ між цим же вхідним сигналом $x(t)$ та також центрованим (відніманням математичного очікування m_y) стаціонарним стохастичним вихідним сигналом $y(t)$.

Нагадаємо, що оцінки цих кореляційних функцій можна знайти за співвідношеннями:

$$R_x^*(\tau) = \frac{1}{T_p - \tau} \int_0^{T_p - \tau} x(t)x(t - \tau)dt, \quad (4.72)$$

$$R_{yx}^*(\tau) = \frac{1}{T_p - \tau} \int_0^{T_p - \tau} y(t)x(t - \tau)dt, \quad (4.73)$$

в яких T_p – відрізок часу, на якому зафіксовані реалізації центрованих (шляхом віднімання відповідного математичного очікування) стаціонарних стохастичних процесів $x(t)$ та $y(t)$.

Традиційно рівняння Вінера-Хопфа (4.71) при попередньо розрахованих за співвідношеннями (4.72), (4.73) оцінках кореляційних функцій $R_x^*(\tau)$, $R_{yx}^*(\tau)$ розв'язують відносно невідомої вагової характеристики $g(t)$ ЛСДОЗПНП, або, замінивши інтеграл в (4.71) кінцевою сумою і склавши систему алгебраїчних рівнянь відносно дискрет усіх трьох функцій, що входять у це рівняння, або перетворюючи обидві частини рівняння Вінера-Хопфа за Фур'є і, знаходячи амплітудно-фазову частотну характеристику (АФЧХ) $W(j\omega)$ з виразу

$$W(j\omega) = \frac{S_{yx}^*(j\omega)}{S_x^*(\omega)}, \quad (4.74)$$

в якому $S_x^*(\omega)$ – оцінка спектральної густини стохастичного процесу $x(t)$, а $S_{yx}^*(j\omega)$ – оцінка взаємної спектральної густини стохастичних процесів $x(t)$ та $y(t)$, які знаходяться за співвідношеннями:

$$S_x^*(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x^*(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (4.75)$$

$$S_{yx}^*(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{yx}^*(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (4.76)$$

друге з яких часто не забезпечує достатньої точності, оскільки у багатьох практичних задачах лівий «хвіст» (при $\tau \leq 0$) оцінки взаємної кореляцій-

ною функції $R_{yx}^*(\tau)$ не може бути розрахований з достатньою для прийнят-ного обчислення інтеграла (4.76) точністю. Тож вираз (4.74) рекомендо-вано використовувати лише у випадках отримання коротких і достатньо гладких лівих «хвостів» оцінки взаємної кореляційної функції $R_{yx}^*(\tau)$.

Звертаємо увагу на те, що рівняння Вінера-Хопфа було виведене «батьком кібернетики» Вінером шляхом мінімізації критерію

$$J = \frac{1}{T} \int_0^T \left(y(t) - \int_0^\infty x(t-\tau)g(\tau)d\tau \right)^2 dt, \quad (4.77)$$

тобто з рівняння

$$\frac{dJ}{dg} = 0, \quad (4.78)$$

тож вагова характеристика $g(t)$ ЛСДОЗПНП, яка знаходиться шляхом розв'язання рівняння Вінера-Хопфа, являє собою вагову характеристику фільтра, котрий відфільтровує стохастичну складову вхідного сигналу $x(t)$, залишаючи у вихідному сигналі $y(t)$ лише детермінований тренд, стосовно якого уже можна скласти і диференціальне рівняння, для чого від отриманих з виразів (4.71), (4.74) функцій $g(t)$, $W(j\omega)$ спочатку потрібно перейти до передаточної функції $W(p)$, а уже від неї шляхом формального оберненого переходу від співвідношення (4.16) до диференціального рівняння (4.13).

Не лишнім буде відзначити, що Хопф рівняння Вінера-Хопфа вивів шляхом множення обох частин рівняння (4.17) на $x(t-\theta)$ та інтегрування і нормування отриманих добутків на інтервалі $T_p - \tau$.

4.8 Математичні моделі лінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них

Широкий клас математичних моделей ЛСДОЗПДП являють собою авторегресійні рівняння [14] типу

$$y[k] = \phi_1 y[k-1] + \phi_2 y[k-2] + \dots + \phi_p y[k-p] + \xi[k], \quad (4.79)$$

в яких $y[k]$ – центрований часовий ряд, а $\xi[k]$ – імпульс білого шуму, сформований у відносний момент часу k , і які, введенням оператора B зсуву на одну одиницю відносного часу назад

$$y[k-1] = By[k] \quad (4.80)$$

можна привести до вигляду

$$\Phi(B)y[k] = \xi[k], \quad (4.81)$$

де

$$\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p - \quad (4.82)$$

оператор авторегресії порядку p . Саме тому авторегресійне рівняння (4.79) в текстах скорочено записують як АР(p).

Ввівши оператор $\Psi(B)$, обернений до оператора $\Phi(B)$, тобто такий, що

$$\Psi(B) = \Phi^{-1}(B), \quad (4.83)$$

від авторегресійної моделі ЛСДОЗПДП шляхом множення зліва обох частин рівняння (4.81) на $\Phi^{-1}(B)$ можна перейти до моделі фільтра

$$y[k] = \Psi(B) \cdot \xi[k], \quad (4.84)$$

за допомогою якого з дискретної послідовності імпульсів білого шуму можна сформувати дискретну послідовність з наперед заданими властивостями.

Для підвищення чутливості авторегресійної моделі (4.79) у її правій частині іноді враховують не один імпульс білого шуму, взятий у момент відносного часу k , а враховують ще й зважену суму кількох попередніх імпульсів, тобто записують авторегресійну модель у вигляді

$$y[k] = a_1 y[k-1] + a_2 y[k-2] + \dots + a_p y[k-p] + \xi[k] - \theta_1 \xi[k-1] - \dots - \theta_q \xi[k-q], \quad (4.85)$$

або

$$\Phi(B)y[k] = \Theta(B) \cdot \xi[k] \quad (4.86)$$

де

$$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q - \quad (4.87)$$

оператор ковзного середнього порядку q . В текстах модель вигляду (4.85) чи (4.86) називають моделлю авторегресії – ковзного середнього і позначають АРКС (p, q).

При практичному моделюванні авторегресійні моделі найчастіше використовують як моделі прогнозування наступних значень вихідної координати об'єкта дослідження на основі інформації про її попередні значення.

Всі моделі часових рядів, що побудовані вище, створювались за умови стаціонарності цих рядів. Але у повсякденному житті постійно стикаємося і з нестаціонарними випадковими процесами. Наприклад, це процеси пуску або гальмування будь-якого технологічного обладнання, яке реалізує технологічний процес стохастичного характеру.

Покажемо, що такі нестационарні випадкові процеси, які при їх дискретизації перетворюються на часові ряди, можна досить адекватно описувати за допомогою моделі, в якій закладені оператори авторегресії – проінтегрованого ковзного середнього.

Для їх синтезу припустимо, що у моделі АРКС(p, q), поданій виразом (4.86), оператор $\Phi(B)$ має d кратних коренів, що дорівнюють одиниці.

У цьому випадку, згідно з теоремою Вієтта, оператор $\Phi(B)$ можна записати у вигляді

$$\Phi(B) = (1 - B)^d \cdot (1 - \phi_1^* B - \phi_2^* B^2 - \dots - \phi_l^* B^l), \quad (4.88)$$

де

$$d + l = p. \quad (4.89)$$

Позначимо

$$\Phi^*(B) = 1 - \phi_1^* B - \phi_2^* B^2 - \dots - \phi_l^* B^l. \quad (4.90)$$

З урахуванням виразів (4.88) та (4.90) рівняння (4.86) можна переписати так

$$\Phi^*(B) \cdot (1 - B)^d z_t = \Theta(B) a_t, \quad (4.91)$$

де z_t – значення часового ряду в момент часу t , a_t – імпульс білого шуму в цей же момент часу t

Оскільки, згідно з виразом (4.80)

$$(1 - B)^d = \nabla^d, \quad (4.92)$$

тобто, $(1 - B)^d$ є різницеvim оператором із зсувом назад порядку d , то рівняння

$$(1 - B)^d z_t = \nabla^d z_t \quad (4.93)$$

задає нову змінну w_t , яка пов'язана з z_t співвідношенням

$$w_t = \nabla^d z_t. \quad (4.94)$$

Підставляючи вираз (4.94) у рівняння (4.91), отримуємо

$$\Phi^*(B) w_t = \Theta(B) a_t. \quad (4.95)$$

Очевидно, що вираз (4.95) задає модель АРКС(l, q) відносно w_t , який можна переписати і так

$$w_t = \phi_1^* w_{t-1} + \phi_2^* w_{t-2} + \dots + \phi_l^* w_{t-l} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}. \quad (4.96)$$

Рівняння (4.94), (4.95) задають модель нестационарного часового ряду z_t у вигляді авторегресії – проінтегрованого ковзного середнього порядку (l, q, d) . Скорочено: модель АРПКС (l, q, d) .

Звертаємо увагу на те, що вже перша різниця ∇z_t значень будь-якого нестационарного часового ряду z_t має менший ступінь нестационарності, ніж сам часовий ряд z_t . Ще менший ступінь нестационарності матиме друга різниця $\nabla^2 z_t$, яка є різницею перших різниць $\nabla(\nabla z_t)$ цього часового ряду z_t .

Підвищуючи порядок d різниці $\nabla^d z_t$, рано чи пізно дійдемо до такого її значення w_t , яке вже являтиме собою стаціонарний часовий ряд відносно w_t . На рисунку 7 наведена графічна інтерпретація цього факту.

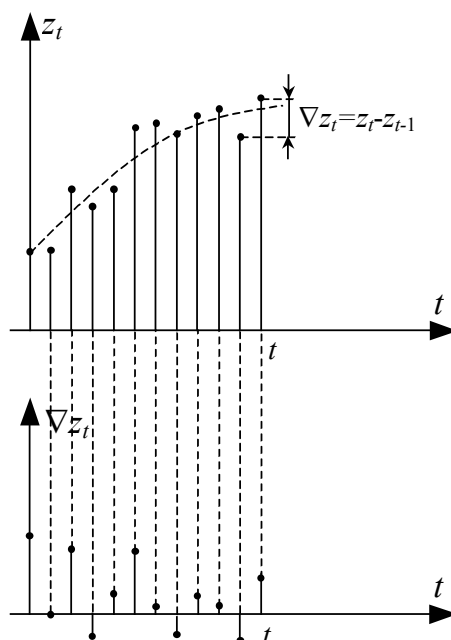


Рисунок 7 – Графічна інтерпретація перетворення нестационарного часового ряду z_t у стаціонарний часовий ряд для його різниці ∇z_t

Зрозуміло, що з моделі АРПКС (l, q, d) (4.94), (4.95) при $d = 0$ отримаємо модель АРКС (p, q) .

Дамо пояснення чому у назві моделі АРПКС (l, q, d) має місце слово «проінтегроване» стосовно ковзного середнього.

Нагадаємо, що оберненим оператором для ∇ є оператор суми S . Тому, отримавши w_t з рівняння (4.95), для переходу до часового ряду z_t потрібно координату w_t просумувати d разів, оскільки, помножуючи рівняння (4.94) зліва на ∇^{-d} , матимемо

$$z_t = \nabla^{-d} w_t = S^d w_t. \quad (4.97)$$

Зрозуміло, що найскладнішим завданням під час використання моделі АРПКС(l, q, d) є визначення числового значення параметра інтегрування d , або, в інших термінах, визначення кількості різниць, які потрібно послідовно взяти від нестационарного часового ряду z_t , щоб перетворити його у стаціонарний ряд відносно якоїсь різниці цього ряду. Очевидно, що його потрібно визначати шляхом обчислення математичного очікування (середнього значення) кожної наступної різниці цього часового ряду аж поки не отримаємо це математичне очікування рівним нулю – ця різниця уже і буде задавати той дискретний стаціонарний ряд, для якого буде справедливою математична модель у вигляді авторегресії.

4.9 Особливості моделювання нелінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними та дискретними процесами в них

Загальних методів побудови математичних моделей для нелінійних стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними та дискретними процесами в них не існує. Ці моделі створюються безпосередньо під задачі. Але існує один підхід, який є достатньо загальним і дозволяє розв'язувати широкий клас задач відносно цих класів динамічних об'єктів, – цей підхід оснований на лінеаризації нелінійних характеристик об'єктів дослідження в околі робочої точки і здійснення дослідження лінеаризованого об'єкта у цьому околі на основі математичних моделей, розроблених для лінійних динамічних об'єктів.

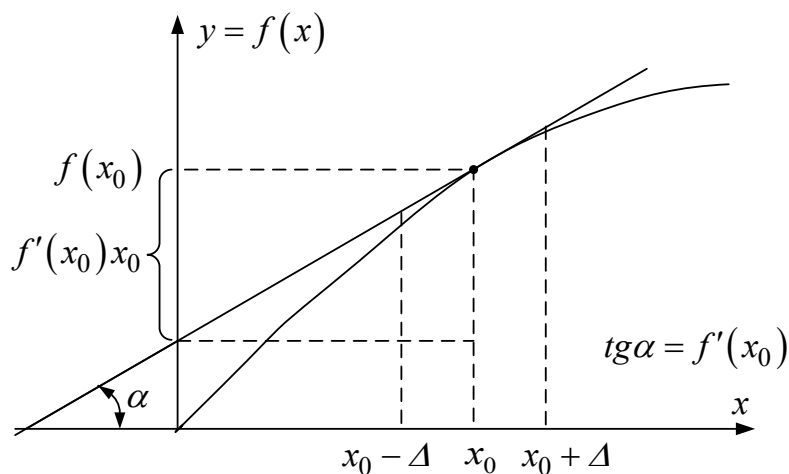


Рисунок 8 – Графічна інтерпретація лінеаризації нелінійної статичної характеристики об'єкта дослідження

Математично лінеаризація являє собою розкладення нелінійної статичної характеристики $y = f(x)$ об'єкта дослідження, графік якої зображено на рис. 8, в околі $(x_0 - \Delta, x_0 + \Delta)$ робочої точки x_0 у степеневий ряд Тейлора

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots \quad (4.98)$$

і утримання з цього ряду лише перших двох членів

$$f(x) \approx (f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0) + f'(x_0) \cdot x, \quad (4.99)$$

що задають рівняння прямої лінії. А геометрично лінеаризація являє собою заміну кривої $y = f(x)$ дотичною в робочій точці x_0 , яка в її околі $(x_0 - \Delta, x_0 + \Delta)$ задає значення y , що майже не відрізняються від відповідних значень $f(x)$, а, точніше, відрізняються лише з допустимою похибкою.

Після лінеаризації статичної характеристики об'єкта подальше його дослідження здійснюють з застосуванням математичних моделей, розроблених для лінійних об'єктів і представлених нами у попередніх підрозділах.

4.10 Особливості моделювання динамічних об'єктів з розподіленими параметрами

На виході динамічного об'єкта з розподіленими параметрами реакція на вхідний сигнал появляється з деяким запізненням, зумовленим необхідністю розвитку процесу в цьому об'єкті не лише у часі, але і у одно-, дво- чи тривимірному просторі. У зв'язку з цим математичні моделі таких процесів у вигляді диференціальних рівнянь містять у собі або аргументи з запізненням у часі, або частинні похідні всіх незалежних змінних, що характеризують протікання процесу у часі та просторі. Наприклад, для процесу розповсюдження напруги $u(x, t)$ і струму $i(x, t)$ вздовж довгої лінії електропередачі з просторовою координатою x справедливою є математична модель у вигляді системи двох диференціальних рівнянь 1-го порядку в частинних похідних, які витікають із першого та другого законів Кірхгофа у вигляді:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = Ri(x, t) + L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t}; \\ -\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} + Gu(x, t) + C \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}, \end{cases} \quad (4.100)$$

в яких R , L , G , C – погонні значення, відповідно, опору, індуктивності, провідності та ємності лінії електропередачі при поданні її елемента довжиною dx Г-подібною заступною схемою, зображеною на рис. 9.

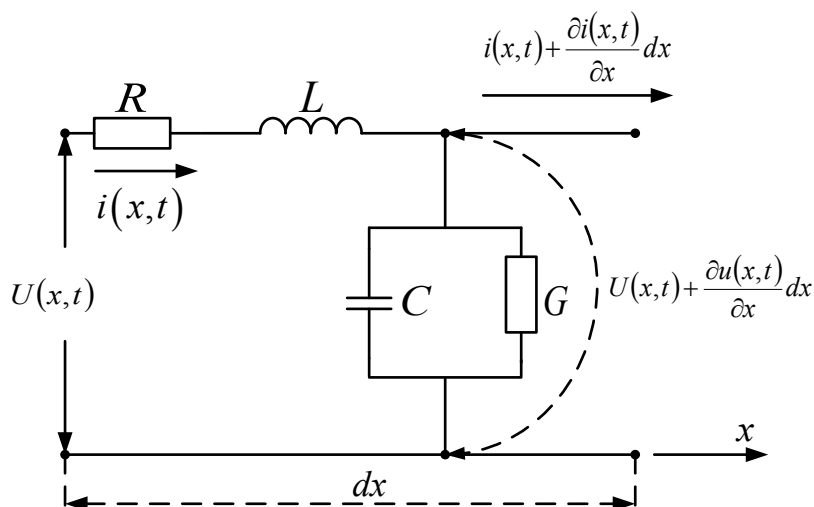


Рисунок 9 – Г-подібна заступна схема елемента dx довгої лінії електропередачі

Потрібно відзначити, що цю систему двох диференціальних рівнянь 1-го порядку можна привести до одного диференціального рівняння 2-го порядку в частинних похідних, що має вигляд

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - LC \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - (RC + GL) \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} - GRu(x,t) = 0 \quad (4.101)$$

відносно напруги $u(x,t)$, або

$$\frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial x^2} - LC \frac{\partial^2 i(x,t)}{\partial t^2} - (RC + GL) \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} - GRi(x,t) = 0 \quad (4.102)$$

відносно струму $i(x,t)$. Варто нагадати також і про те, що для отримання однозначного розв'язку диференціальних рівнянь (4.100) або (4.101) чи (4.102) потрібно задавати початкові та граничні умови, які, наприклад, для рівнянь (4.100) матимуть вигляд

$$\begin{cases} u(x,0) = u_0(x); \\ i(x,0) = i_0(x), \end{cases} \quad (4.103)$$

$$\begin{cases} u(0,t) = u_0(t); \\ u(l,t) = u_l(t). \end{cases} \quad (4.104)$$

В нашому навчальному посібнику [5] показано, як математичні моделі (4.101), (4.102) адаптувати до описання процесів в задачах механіки, пневматики і теплотехніки, скориставшись тим, що для гідравлічних і пневматичних систем аналогом електричної напруги $u(x, t)$ є тиск $p(x, t)$, аналогом електричного струму $i(x, t)$ є об'ємна витрата $Q(x, t)$, параметри L, C, R визначаються через площу поперечного перерізу труби, динамічний коефіцієнт в'язкості газу чи рідини, через густину газу чи рідини та швидкість розповсюдження звуку в газі чи рідині, а параметр G прирівнюється до нуля.

Що ж до механічних систем, то аналогом електричної напруги $u(x, t)$ для них є швидкість руху тіла $v(x, t)$, аналогом електричного струму $i(x, t)$ є сила $F(x, t)$, яка діє на тіло, а аналогами індуктивності L , активного опору R та ємності C , відповідно, є податливість n , механічна провідність тертя h та маса m , причому для тросів без внесення суттєвих похибок допустимо прирівнювати механічну провідність тертя нулю.

Що ж до динамічних об'єктів з розподіленими параметрами, які можна розглядати як такі, в яких відбувається лише затримка появи реакції на виході, що зумовлена транспортуванням маси, енергії чи інформації вздовж однієї з просторових координат об'єкта, то як їхні математичні моделі можна застосовувати диференціальні рівняння в звичайних похідних, але з часовою затримкою τ_3 , яка враховується у правій частині рівняння. В загальному вигляді така модель для лінійних детермінованих динамічних об'єктів з розподіленими параметрами на часовій осі записується у вигляді

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = b_m \frac{d^m x(t - \tau_3)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t - \tau_3)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t - \tau_3)}{dt} + b_0 x(t - \tau_3), \quad \forall t \geq \tau_3, \quad (4.105)$$

а на комплексній площині (після перетворення рівняння (4.105) за Лапласом) – у вигляді

$$Y(p) = W(p) \cdot W_3(p) \cdot X(p), \quad (4.106)$$

де передаточна функція $W(p)$ має вигляд (4.16), а передаточна функція $W_3(p)$ ланки чистого запізнювання, що формує аргумент $t - \tau_3$, має вигляд

$$W_3(p) = e^{-\tau_3 p}. \quad (4.107)$$

4.11 Особливості моделювання об'єктів з нечітко визначеними параметрами

Часто доводиться створювати математичні моделі об'єктів, один або кілька системних чи режимних параметрів яких не мають чітко вираженого кількісного значення. При моделюванні таких об'єктів за математичні моделі доцільно використовувати бази знань у вигляді нечітких логічних рівнянь на основі правил виведення Мамдані, або на основі правил виведення Сугено, побудованих, виходячи з трактування вхідних і вихідних змінних як лінгвістичних змінних (ЛЗ), заданих на відрізку $[0, 1]$ їх відносних значень розбиттям на підмножини, що називаються термами, міра належності значень u лінгвістичної змінної до кожного з яких в межах від нуля до одиниці задається функціями належності $\mu(u)$, конкретизованими для кожного терму.

Наприклад, якщо вхідними змінними об'єкта є такі лінгвістичні змінні, як «вік» і «зріст», то імена термів для першої з них можна задати сукупністю «дуже молодий (ДМ)», «молодий (М)», «середній (Се)», «похилий (П)», «старий (Ст)», «дуже старий (ДС)», а імена термів другої з них можна задати сукупністю «дуже низький (ДН)», «низький (Н)», «середній (С)», «вищий середнього (ВС)», «високий (В)», «дуже високий (ДВ)». Потрібно зазначити, що розмірність цих сукупностей можна зменшити, викинувши імена термів, що містять слово «дуже...», або збільшити, додавши імена термів, які містять словосполучення «менший... але більший...» або словосполучення «більший... але менший...», які застосовуються до термів, що розташовані поряд у початково заданій їх множині.

Універсальну множину значень для лінгвістичної змінної «вік» можна задати в межах від нуля до одиниці, ділячи вік кожної конкретної людини на 100 років, а універсальну множину значень для лінгвістичної змінної «зріст» можна задати в межах від нуля до одиниці, ділячи зріст кожної конкретної людини на 220 см.

Функції належності лінгвістичної змінної до кожного з термів у більшості випадків графічно задають або у вигляді бічних сторін трикутника (рис. 10, а для ЛЗ «вік»), або у вигляді бічних сторін і верхньої основи трапеції (рис. 10, б для ЛЗ «вік»), або у вигляді бічних сторін оберненої параболи

$$\mu(u) = \frac{1}{1 + \left(\left(\frac{u-c}{a} \right)^b \right)^2}, \quad (4.108)$$

(рис. 10, в для ЛЗ «вік»), або у вигляді бічних сторін квазідзвоноподібної функції

$$\mu(u) = e^{-\left(\left(\frac{u-c}{a}\right)^b\right)^2} \quad (4.109)$$

(рис. 10, г для ЛЗ «вік»).

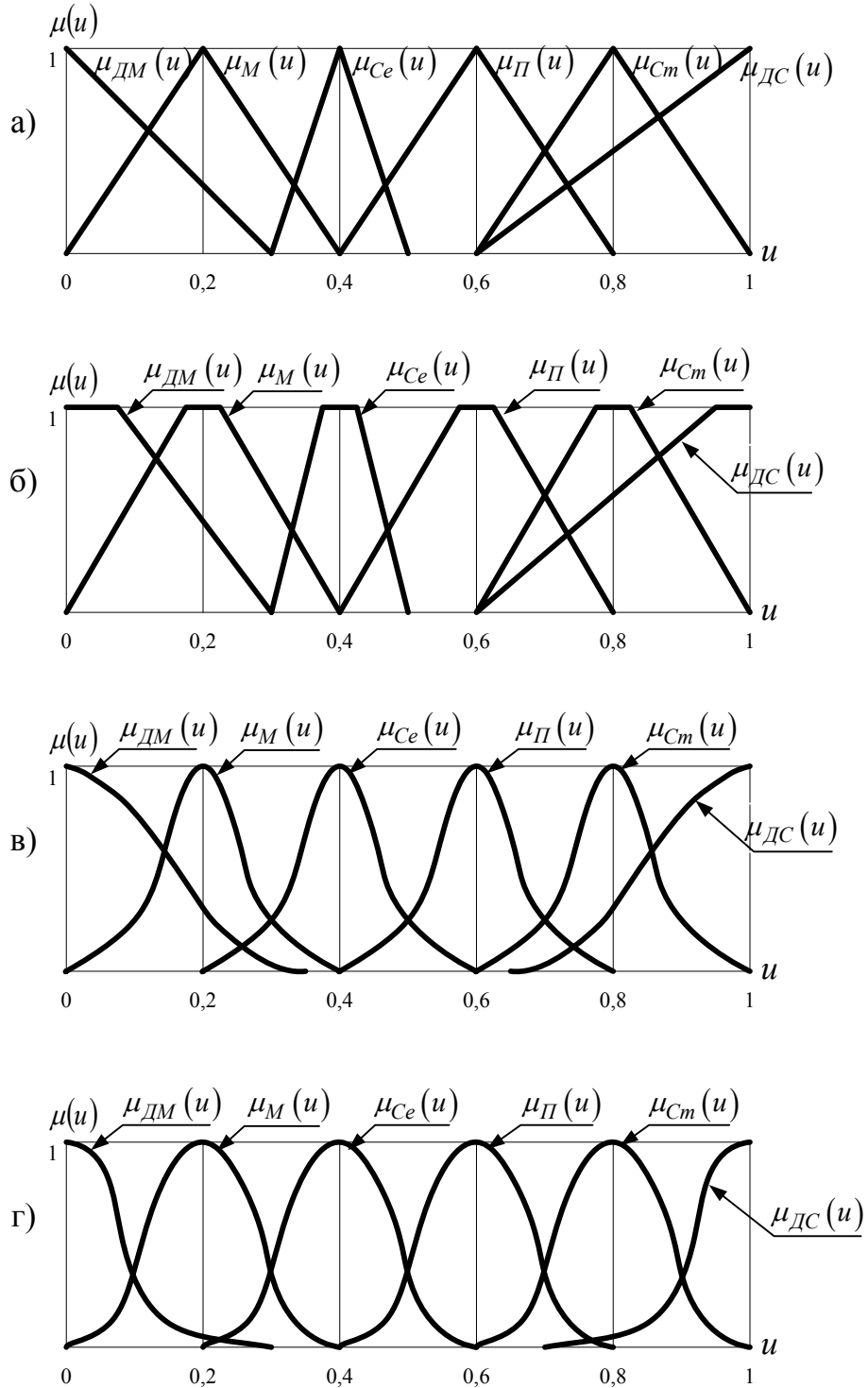


Рисунок 10 – Графіки можливих функцій належності лінгвістичної змінної «вік» до термів ДМ, М, Се, П, Ст, ДС

Але часто доводиться мати справу з такими лінгвістичними змінними і їхніми термами, для яких структура функції належності з вихідних даних однозначно не проглядається. У цьому випадку потрібно застосовувати загальний метод пошуку значень функції належності, оснований на інформаційній технології застосування матриці парних порівнянь Сааті, запропонованій її автором ще у 1979 році і наведеній нами в нашому 2-му виданні однойменного навчального посібника у варіанті, викладеному в книзі «Системи підтримки прийняття рішень: проектування, застосування, оцінка ефективності», опублікованій у 2004 році авторським колективом у складі Б. М. Герасимова, М. М. Дивизинюка та І. Ю. Субача. Саме цей варіант ми повторимо і на цих сторінках.

Отже, нагадаємо, що для побудови матриці парних порівнянь Сааті ввів 9-бальну шкалу відносних переваг одного елемента (критерію, властивості, фактора) над іншим у вигляді: якщо «перевага відсутня», то елементом матриці Сааті на перетині відповідного рядка і стовпця є «число 1»; якщо має місце «незначна перевага» одного над іншим, то елементом є «число 2»; якщо має місце «слабка перевага» одного над іншим, то елементом є «число 3»; якщо має місце «не досить суттєва перевага» одного над іншим, то елементом є «число 4»; якщо має місце «суттєва перевага» одного над іншим, то елементом є «число 5»; якщо має місце «більш, ніж суттєва перевага» одного над іншим, то елементом є «число 6»; якщо має місце «явна перевага» одного над іншим, то елементом є «число 7»; якщо має місце «більш, ніж явна перевага» одного над іншим, то елементом є «число 8»; якщо має місце «абсолютна перевага» одного над іншим, то елементом є «число 9».

У загальному вигляді матриця парних порівнянь C записується так:

$$C = [c_{ij}], \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (4.110)$$

Для цієї матриці характерним є: по-перше те, що максимальним значенням її розмірності може бути розмірність (9×9) , по-друге, що на її головній діагоналі стоять одиниці, тобто

$$c_{ii} = 1, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (4.111)$$

а по-третє, що вона є кососиметричною, тобто її елементи під головною діагоналлю задовольняють співвідношення

$$c_{ji} = \frac{1}{c_{ij}}. \quad (4.112)$$

Якщо розглядати, наприклад, матрицю C , що має 5 елементів, то вона при попарному порівнянні цих елементів з перевагою відповідного рівня 1-го над 2-им, 3-ім, 4-им, 5-им, з перевагою відповідного рівня 2-го над

3-ім, 4-им, 5-им, з перевагою відповідного рівня 3-го над 4-им, 5-им та з перевагою відповідного рівня 4-го над 5-им може виглядати і так:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 7 & 9 \\ 1/2 & 1 & 3 & 6 & 8 \\ 1/4 & 1/3 & 1 & 5 & 7 \\ 1/7 & 1/6 & 1/5 & 1 & 4 \\ 1/9 & 1/8 & 1/7 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.113)$$

А матриця $C - \lambda I$, у якій I – одинична матриця тієї ж розмірності, що і матриця C , матиме такий вигляд

$$C - \lambda I = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 2 & 4 & 7 & 9 \\ 1/2 & 1-\lambda & 3 & 6 & 8 \\ 1/4 & 1/3 & 1-\lambda & 5 & 7 \\ 1/7 & 1/6 & 1/5 & 1-\lambda & 4 \\ 1/9 & 1/8 & 1/7 & 1/4 & 1-\lambda \end{bmatrix}. \quad (4.114)$$

Як відомо, матричне рівняння

$$(C - \lambda I)W = 0, \quad (4.115)$$

в якому W – матриця-стовпець, що для нашого випадку має вигляд

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_5 \end{bmatrix} \quad (4.116)$$

і називається власним вектором матриці C , має ненульовий розв'язок лише тоді, коли визначник матриці $C - \lambda I$ дорівнюватиме нулю, тобто коли матиме місце рівняння

$$|C - \lambda I| = 0, \quad (4.117)$$

котре може бути переписаним і так

$$\lambda^5 + a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0, \quad (4.118)$$

де коефіцієнти a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 отримують конкретні числові значення після розкриття визначника матриці (4.114).

Корені рівняння (4.118) – $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5\}$ – називаються власними числами матриці C , кожному з яких відповідає свій власний вектор. Нехай найбільше дійсне числове значення має власне число λ_1 , тобто покладемо, що $\lambda_1 = \lambda_{\max}$. Підставляючи його у матрицю (4.114), а результат підстановки, у свою чергу, підставляючи у матричне рівняння (4.115), отримаємо його у вигляді

$$(C - \lambda_1 I)W = \begin{bmatrix} 1-\lambda_1 & 2 & 4 & 7 & 9 \\ 1/2 & 1-\lambda_1 & 3 & 6 & 8 \\ 1/4 & 1/3 & 1-\lambda_1 & 5 & 7 \\ 1/7 & 1/6 & 1/5 & 1-\lambda_1 & 4 \\ 1/9 & 1/8 & 1/7 & 1/4 & 1-\lambda_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{bmatrix} = 0, \quad (4.119)$$

або, перемножуючи кожний рядок матриці $(C - \lambda_1 I)$ на матрицю-стовпець W , у вигляді системи рівнянь

$$\begin{cases} (1-\lambda_1)w_1 + 2w_2 + 4w_3 + 7w_4 + 9w_5 = 0, \\ \frac{1}{2}w_1 + (1-\lambda_1)w_2 + 3w_3 + 6w_4 + 8w_5 = 0, \\ \frac{1}{4}w_1 + \frac{1}{3}w_2 + (1-\lambda_1)w_3 + 5w_4 + 7w_5 = 0, \\ \frac{1}{7}w_1 + \frac{1}{6}w_2 + \frac{1}{5}w_3 + (1-\lambda_1)w_4 + 4w_5 = 0, \\ \frac{1}{9}w_1 + \frac{1}{8}w_2 + \frac{1}{7}w_3 + \frac{1}{4}w_4 + (1-\lambda_1)w_5 = 0. \end{cases} \quad (4.120)$$

До системи рівнянь (4.120) додамо рівняння нормування за сукупністю значень проєкцій власного вектора у вигляді

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 = 1. \quad (4.121)$$

Завдяки рівнянню нормування ми зможемо порівнювати проєкції $w_i, i = 1, 2, \dots, 5$ між собою.

Але тоді ми матимемо 6 рівнянь для знаходження 5 невідомих значень, тобто матимемо одне лишнє рівняння. А це означає, що рівняння (4.121) потрібно розв'язувати разом з будь-якими чотирма рівняннями системи (4.120), викинувши з неї одне будь-яке рівняння – лише у цьому випадку ми одержимо однозначний розв'язок системи рівнянь (4.120)–(4.121).

Із лінійної алгебри відомо, що для кососиметричних квадратних матриць розмірністю $(n \times n)$ найбільше значення її власного числа дорівнюватиме її порядку, тобто справедливою є рівність

$$\lambda_{\max} = n, \quad (4.122)$$

яку у вигляді

$$v_{\text{exp}} = \lambda_{\max} - n \quad (4.123)$$

можна використовувати як міру неузгодженості оцінок групи експертів при визначенні ними на основі парних порівнянь елементів матриці (4.110)–(4.112).

А тепер від лінійної алгебри перейдемо до теорії лінгвістичної змінної. Нехай потрібно визначити значення функції належності $\mu(u)$ елементів u з універсальної множини $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ терму B деякої лінгвістичної змінної L .

Задамо умову нормування за сукупністю значень функції належності елементів універсальної множини до вибраного нами терму у вигляді

$$\mu(u_1) + \mu(u_2) + \dots + \mu(u_n) = 1. \quad (4.124)$$

Визначаючи за алгоритмом Сааті матрицю експертних парних порівнянь належності усіх елементів $u_i, i = 1, 2, \dots, n$ універсальної множини U терму B , отримаємо кососиметричну матрицю C розмірності $n \times n$ для якої, за викладеною вище методикою, знаходимо найбільше за числовим значенням власне число та відповідний йому власний вектор у вигляді сукупності відповідних значень функції належності.

Потрібно зазначити, що в результаті визначення значень функції належності за цим методом ми отримуємо цю функцію у субнормалізованому вигляді, жодне зі значень якої не буде дорівнювати одиниці. А оскільки у кожному термі є такий елемент, належність якого до цього терму оцінюється одиницею за шкалою значень функції належності, то отриману сукупність значень функції належності потрібно ще раз нормалізувати, але тепер уже за мірою самої функції, тобто таким чином, щоб мати хоча б одне її значення, яке дорівнюватиме одиниці. Для цього потрібно всі значення отриманої сукупності розділити на значення функції належності того елемента, для якого це значення буде найбільшим. Цим ми і трансформуємо власний вектор матриці парних порівнянь Сааті до сукупності значень функції належності елементів, що порівнюються, у її загальному вигляді.

Проілюструємо викладену методику на прикладі, запозиченому з уже вищезгаданої роботи Б. М. Герасимова, М. М. Дивизинюка та І. Ю. Субача з нашим доповненням.

Нехай парні порівняння визначались для елементів універсальної множини, що складалась лише з чотирьох елементів, і нехай матриця Сааті, що характеризує потрапляння цих елементів до терму, що розглядається, виявилась такою

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & 7 \\ 1/5 & 1 & 4 & 6 \\ 1/6 & 1/4 & 1 & 4 \\ 1/7 & 1/6 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.125)$$

Аналог рівнянь (4.117), (4.118) для матриці (4.125) матиме вигляд

$$|C - \lambda I| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 5 & 6 & 7 \\ 1/5 & 1-\lambda & 4 & 6 \\ 1/6 & 1/4 & 1-\lambda & 4 \\ 1/7 & 1/6 & 1/4 & 1-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^4 - 4\lambda^3 - 6,914\lambda - 2,715 = 0. \quad (4.126)$$

Із чотирьох коренів рівняння (4.126) найбільше числове значення матиме корінь $\lambda_1 = \lambda_{\max} = 4,39$. З його врахуванням аналогом системи рівнянь (4.119), (4.120) буде система рівнянь

$$\begin{cases} -3,39w_1 + 5w_2 + 6w_3 + 7w_4 = 0, \\ \frac{1}{5}w_1 - 3,39w_2 + 4w_3 + 6w_4 = 0, \\ \frac{1}{6}w_1 + \frac{1}{4}w_2 - 3,39w_3 + 4w_4 = 0, \\ \frac{1}{7}w_1 + \frac{1}{6}w_2 + \frac{1}{4}w_3 - 3,39w_4 = 0, \end{cases} \quad (4.127)$$

а аналогом рівняння (4.121) буде рівняння

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1. \quad (4.128)$$

Взявши з системи рівнянь (4.127) лише перших три рівняння і додавши до цих трьох рівнянь ще й рівняння (4.128) та розв'язуючи синтезовану у такий спосіб систему чотирьох рівнянь з чотирма невідомими, отримаємо власний вектор матриці (4.125) у вигляді

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,619 \\ 0,235 \\ 0,101 \\ 0,045 \end{bmatrix}. \quad (4.129)$$

Ділячи кожен елемент матриці-стовпця (4.129) на 0,619, отримаємо числові значення функції належності, нормалізованої за її мірою, для усіх елементів $u_i, i = 1, 2, 3, 4$ універсальної множини U тому терму, для елементів якого була складена матриця парних порівнянь (4.125), у вигляді

$$\mu(u) = \begin{bmatrix} \mu(u_1) \\ \mu(u_2) \\ \mu(u_3) \\ \mu(u_4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,00 \\ 0,40 \\ 0,16 \\ 0,07 \end{bmatrix}. \quad (4.130)$$

Мірою неузгодженості оцінок групи експертів при визначенні ними на основі парних порівнянь елементів матриці (4.125), згідно з виразом (4.123), матимемо число

$$v_{\text{exp}} = \lambda_{\text{max}} - n = 4,39 - 4 = 0,39, \quad (4.131)$$

яке стає більш інформативним у відносних одиницях, оскільки

$$v_{\text{exp}}^{\text{sid}} = \frac{v_{\text{exp}}}{n} = \frac{0,39}{4} \approx 0,1, \quad (4.132)$$

або у процентах

$$v_{\text{exp}}^{(\%)} = v_{\text{exp}}^{\text{sid}} \cdot 100\% = 10\%. \quad (4.133)$$

Цілком очевидно, що неузгодженість на рівні 10% для розрахунків з використанням нечітких множин є оцінкою прийнятною.

Потрібно відзначити, що програмна реалізація вищевикладеної інформаційної технології в ППП MATLAB дуже детально проілюстрована в книзі професора Сергія Штовби «Проектування нечітких систем засобами MATLAB», опублікованій у 2007 році, тому, на наш погляд, немає потреби її дублювати в нашому підручнику ще й у програмному середовищі Python, тим паче, що це її дублювання може стати темою індивідуального завдання, що виконуватиметься студентами в години СРС.

Вище ми вже вказували на те, що матрицю парних порівнянь Сааті формує група експертів, які є фахівцями, що знають особливості формування стану об'єкта дослідження і процеси, що моделюються, краще від інших. Але оскільки компетентність кожного з можливих експертів саме в тому напрямку дослідження об'єкта, який нас цікавить, може бути різною, зокрема і недостатньою для гарантованого судження про роль кожного фактора у формуванні стану об'єкта, то першою постає задача вибору експертів з достатнім рівнем компетентності. Для розв'язання цієї задачі різними науковцями запропоновано достатньо багато методик, тож ми на методиці розв'язанні цієї допоміжної для нас задачі акцентувати увагу не будемо, а рекомендуємо дотримуватись тієї з них, яка викладена в нашому 2-му виданні однойменного навчального посібника з посиланням на її запозичення з монографії Леонарда Растрігіна «Сучасні принципи управління складними об'єктами», опублікованій у 1980 році.

З'ясувавши як вибирати чи формувати функції належності значень лінгвістичної змінної до визначених термів, далі продемонструємо, як будувати базу знань на основі правил виведення Мамдані на прикладі побудови математичної моделі нечіткого управління процесом надходження до університету коштів від вітчизняних студентів, що навчаються за контрактом, структура у вигляді «чорного ящика» якої наведена на рис. 11, а загальним виглядом є залежність

$$\Gamma_{BC}^* = f(K^{BC}, B_{KH}^{BC}, Я_{ОП}^{BC}), \quad (4.134)$$

у якій всі змінні є лінгвістичними з універсальною множиною $[0, 1]$ і з наступним змістом: K^{BC} – кількість вітчизняних студентів, що навчаються на умовах надання платних послуг (за контрактом); Γ_{BC}^* – кількість грошей, що надходять до університету від вітчизняних студентів, які навчаються за контрактом; B_{KH}^{BC} – вартість навчання за контрактом вітчизняних студентів; $Я_{ОП}^{BC}$ – якість організації процесу (навчання). Зауважимо, що всі ці лінгвістичні змінні, аби бути заданими на відрізку $[0, 1]$, потрібно виражати у відносних одиницях, базовими для яких можна взяти, відповідно, кількість вітчизняних студентів, які навчаються за бюджетні кошти, кількість грошей, що надходять до університету для забезпечення навчання студентів, які навчаються за бюджетні кошти, вартість навчання одного студента за бюджетні кошти, кількість студентів контрактної форми навчання на початок навчального року.



Рисунок 11 – Структурна схема у вигляді «чорного ящика» системи формування коштів університету від надання платних послуг вітчизняним студентам, які навчаються за контрактом

Структура математичної моделі нечіткого управління процесом надходження до університету коштів від вітчизняних студентів, які навчаються за контрактом, у вигляді рівнянь нечіткої логіки, складених з застосуванням правил виведення Мамдані, при використанні термів «висока (В)», «середня (С)», «низька (Н)», для узагальненої моделі (4.134), матиме вигляд

$$\begin{aligned}
& \text{ЯКЩО } (K^{BC} = H) I (B_{KH}^{BC} = H) I (Y_{OP}^{BC} = H) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = H) I (B_{KH}^{BC} = H) I (Y_{OP}^{BC} = C) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = H) I (B_{KH}^{BC} = H) I (Y_{OP}^{BC} = B) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = H) I (B_{KH}^{BC} = C) I (Y_{OP}^{BC} = H) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = H) I (B_{KH}^{BC} = C) I (Y_{OP}^{BC} = C) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = C) I (B_{KH}^{BC} = H) I (Y_{OP}^{BC} = H), \text{ ТО} \\
& \quad (G_{BC}^* = H),
\end{aligned} \tag{4.135}$$

$$\begin{aligned}
& \text{ЯКЩО } (K^{BC} = C) I (B_{KH}^{BC} = H) I (Y_{OP}^{BC} = C) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = C) I (B_{KH}^{BC} = H) I (Y_{OP}^{BC} = B) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = C) I (B_{KH}^{BC} = C) I (Y_{OP}^{BC} = H) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = C) I (B_{KH}^{BC} = C) I (Y_{OP}^{BC} = C) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = C) I (B_{KH}^{BC} = C) I (Y_{OP}^{BC} = B) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = B) I (B_{KH}^{BC} = H) I (Y_{OP}^{BC} = B) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = B) I (B_{KH}^{BC} = C) I (Y_{OP}^{BC} = C) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = B) I (B_{KH}^{BC} = C) I (Y_{OP}^{BC} = H) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = B) I (B_{KH}^{BC} = H) I (Y_{OP}^{BC} = H), \text{ ТО} \\
& \quad (G_{BC}^* = C),
\end{aligned} \tag{4.136}$$

$$\begin{aligned}
& \text{ЯКЩО } (K^{BC} = B) I (B_{KH}^{BC} = B) I (Y_{OP}^{BC} = B) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = B) I (B_{KH}^{BC} = B) I (Y_{OP}^{BC} = C) \text{ АБО} \\
& (K^{BC} = B) I (B_{KH}^{BC} = C) I (Y_{OP}^{BC} = B), \text{ ТО} \\
& \quad (G_{BC}^* = B).
\end{aligned} \tag{4.137}$$

Побудову математичної моделі нечіткого управління у вигляді системи логічних рівнянь відносно функцій належності лінгвістичних змінних здійсимо за методикою, викладеною в уже згаданій вище книзі професора Сергія Штовби «Проектування нечітких систем засобами MATLAB», опублікованій у 2007 році. І почнемо з визначення функцій належності для термів H, C, B кожної лінгвістичної змінної, що входить в структуру цієї моделі, визначену нечіткими рівняннями (4.135)–(4.137).

На наш погляд, адекватною функцією належності елементів з універсальної множини, заданої відрізком $[0, 1]$, до введених нами термів є функція з класу (4.109) з конкретизацією у вигляді

$$\mu(u) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u-m}{\sigma}\right)^2\right), \quad (4.138)$$

у якій m є координатою максимуму, а σ – коефіцієнтом концентрації.

Очевидно, що найбільш доцільно для множини термів Н, С, В кожної лінгвістичної змінної, заданої на відрізку $[0, 1]$, значеннями координат максимуму функцій належності взяти такі числа:

$$m_H = 0; \quad m_C = 0,5; \quad m_B = 1. \quad (4.139)$$

А коефіцієнти концентрації функцій належності, однакові для усіх термів, легко знаходяться з умови, що функції належності для елементів, які лежать посередині між максимумами двох сусідніх термів, дорівнюють кожна 0,5. Для сусідніх термів Н і С ця умова з використанням функції належності для терму С матиме вигляд

$$\mu(0,25) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{0,25-0,5}{\sigma}\right)^2\right) = 0,5. \quad (4.140)$$

З рівняння (4.140) знайдемо, що

$$\sigma = \frac{|0,25-0,5|}{\sqrt{-2\ln 0,5}} = 0,21. \quad (4.141)$$

Графіки функцій належності елементів із універсальної множини, заданої відрізком $[0, 1]$, термам Н, С, В показані на рис. 12.

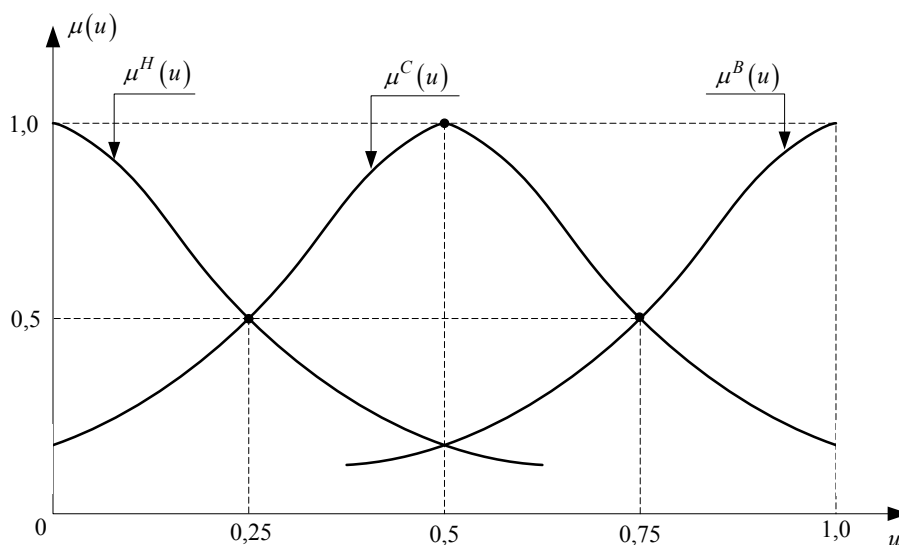


Рисунок 12 – Графіки функцій належності елементів із універсальної множини, заданої відрізком $[0, 1]$, термам Н, С, В

Тепер ми маємо усе необхідне для синтезу математичної моделі нечіткого управління процесом надходження до університету коштів від вітчизняних студентів, що навчаються за контрактом, адекватної узагальненій моделі (4.110) та її нечіткій структурі у вигляді рівнянь нечіткої логіки (4.135)–(4.137).

Для рівнянь (4.135)–(4.137), виходячи з того, що логічній операції **I** в теорії лінгвістичної змінної відповідає операція *min* (знаходження мінімального значення), а операції **АБО** – операція *max* (знаходження максимального значення), для вхідного вектора $(K^{BC}, B_{KH}^{BC}, Я_{ОП}^{BC})$ можна записати наступну систему рівнянь нечіткої логіки відносно функцій належності відповідних термів, а саме:

$$\mu_{K,B,Y}^H(u) = \max \left\{ \begin{array}{l} \min [\mu_K^H(u), \mu_B^H(u), \mu_Y^H(u)], \\ \min [\mu_K^H(u), \mu_B^H(u), \mu_Y^C(u)], \\ \min [\mu_K^H(u), \mu_B^H(u), \mu_Y^B(u)], \\ \min [\mu_K^H(u), \mu_B^C(u), \mu_Y^H(u)], \\ \min [\mu_K^H(u), \mu_B^C(u), \mu_Y^C(u)], \\ \min [\mu_K^C(u), \mu_B^H(u), \mu_Y^H(u)] \end{array} \right\}, \quad (4.142)$$

$$\mu_{K,B,Y}^C(u) = \max \left\{ \begin{array}{l} \min [\mu_K^C(u), \mu_B^H(u), \mu_Y^C(u)], \\ \min [\mu_K^C(u), \mu_B^H(u), \mu_Y^B(u)], \\ \min [\mu_K^C(u), \mu_B^C(u), \mu_Y^H(u)], \\ \min [\mu_K^C(u), \mu_B^C(u), \mu_Y^C(u)], \\ \min [\mu_K^C(u), \mu_B^C(u), \mu_Y^B(u)], \\ \min [\mu_K^B(u), \mu_B^H(u), \mu_Y^B(u)], \\ \min [\mu_K^B(u), \mu_B^C(u), \mu_Y^C(u)], \\ \min [\mu_K^B(u), \mu_B^C(u), \mu_Y^H(u)], \\ \min [\mu_K^B(u), \mu_B^H(u), \mu_Y^H(u)] \end{array} \right\}, \quad (4.143)$$

$$\mu_{K,B,Y}^B(u) = \max \left\{ \begin{array}{l} \min [\mu_K^B(u), \mu_B^B(u), \mu_Y^B(u)], \\ \min [\mu_K^B(u), \mu_B^B(u), \mu_Y^C(u)], \\ \min [\mu_K^B(u), \mu_B^C(u), \mu_Y^B(u)] \end{array} \right\}. \quad (4.144)$$

В результаті нечіткого логічного виведення на основі рівнянь (4.142)–(4.144) отримаємо нечітку вихідну лінгвістичну змінну Γ_{BC}^* у вигляді

$$\Gamma_{BC}^* = \left(\frac{\mu_{K,B,Y}^H(u)}{H}, \frac{\mu_{K,B,Y}^C(u)}{C}, \frac{\mu_{K,B,Y}^B(u)}{B} \right) \quad (4.145)$$

на носіїв $[H, C, B]$, для переведення якої на носій $U = [0,1]$, спочатку здійснимо її імплікацію, тобто знайдемо функції належності термів H, C, B вихідної лінгвістичної змінної, «зрізані» значеннями $\mu_{K,B,Y}^H(u), \mu_{K,B,Y}^C(u), \mu_{K,B,Y}^B(u)$

$$\begin{cases} \mu_H(u) = \text{imp}(\mu_{\Gamma}^H(u), \mu_{K,B,Y}^H(u)); \\ \mu_C(u) = \text{imp}(\mu_{\Gamma}^C(u), \mu_{K,B,Y}^C(u)); \\ \mu_B(u) = \text{imp}(\mu_{\Gamma}^B(u), \mu_{K,B,Y}^B(u)), \end{cases} \quad (4.146)$$

як показано на рис. 13 для одного з варіантів, а потім знайдемо агреговану функцію належності цієї лінгвістичної змінної на носіїв $U = [0,1]$

$$\mu_{\Gamma}^{\overline{[0,1]}}(u) = \text{agg}(\mu_H(u), \mu_C(u), \mu_B(u)), \quad (4.147)$$

графік якої на цьому ж рисунку 13 показано жирною лінією.

А після цього для знаходження чіткого значення Γ_{BC}^{**} вихідної лінгвістичної змінної Γ_{BC}^* нам знадобиться операція дефазифікації за методом центра ваги, формула якої для наших умов матиме вигляд

$$\Gamma_{BC}^{**} = \frac{\sum_{i=1}^N u_i \cdot \mu_{\Gamma}^{\overline{[0,1]}}(u_i)}{\sum_{i=1}^N \mu_{\Gamma}^{\overline{[0,1]}}(u_i)}, \quad (4.148)$$

в якій N – це кількість частин, на які розбивається відрізок $[0, 1]$.

Для агрегованого значення функції належності $\mu_{\Gamma}^{\overline{[0,1]}}(u)$, показаного на рис. 13 жирною лінією, чітке значення Γ_{BC}^{**} вихідної лінгвістичної змінної Γ_{BC}^* , обчислене за формулою (4.148), буде знаходитись у тій точці осі u , яка обведена колом.

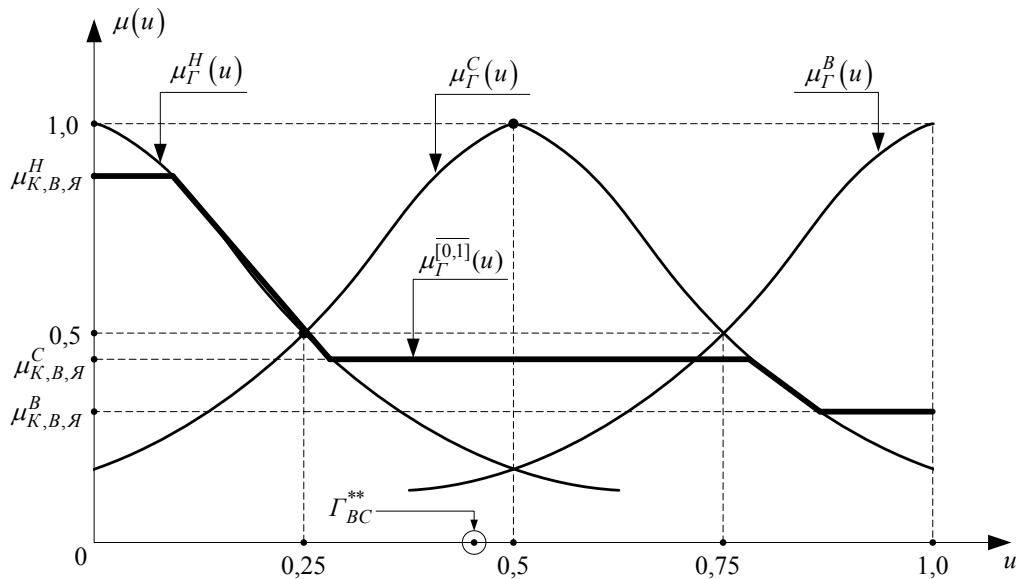


Рисунок 13 – Графіки імплікованих функцій належності термів Н, С, В та агрегованої функції належності $\mu_G^{[0,1]}(u)$ лінгвістичної змінної Γ_{BC}^* для конкретизованих значень $\mu_{K,B,Y}^H(u)$, $\mu_{K,B,Y}^C(u)$, $\mu_{K,B,Y}^B(u)$

Отримана нами нечітка база знань, що виражена співвідношеннями (4.142)–(4.148), і буде задавати математичну модель системи формування коштів, що надходять у вигляді плати за освітні послуги від вітчизняних студентів, що навчаються за контрактом. Ця база знань є адекватною структурі (4.135)–(4.137) узагальненої моделі (4.134), у якій вплив безпосередньо ми можемо здійснювати лише на вхідну лінгвістичну змінну Y_{OP}^{BC} , через яку і буде здійснюватись управління процесом надходження коштів на цьому рівні.

4.12 Використання нейронної мережі для кібернетичного моделювання нелінійних залежностей

Почнемо викладення цього підрозділу з посилання на те, що ми використаємо в ньому матеріали з нашого навчального посібника [15], при створенні яких, у свою чергу, були використані відповідні матеріали з монографії [16], одним із авторів якої є і один із співавторів цього підручника, та матеріали з роботи [17].

Отже нейронна мережа – це об'єднана між собою і зовнішнім середовищем сукупність формальних нейронів, кожний з яких, як показано на рис. 14, є елементом з кількома входами, на які подаються сигнали u_i , $i=1,2,\dots,N$, і одним виходом, з якого знімається сигнал v , котрий є скалярною величиною, отриманою в результаті складання вхідних сигналів, зважених кожний вагою w_i , $i=1,2,\dots,N$, з наступним нелінійним пара-

метричним перетворенням результату цього складання з використанням функції активації $\psi(\bullet)$, тобто, є елементом, який реалізує нелінійну залежність

$$v = \psi \left(\sum_{i=1}^N w_i u_i \right), \quad (4.149)$$

в якій як функція активації нейрона, як правило, використовується сигмоїдна функція

$$\psi(\tau) = \frac{1}{1 + e^{-k\tau}}, \quad (4.150)$$

яку за допомогою коефіцієнта k можна стискати або розтягувати, а похідна від якої має вигляд

$$\psi'(\tau) = \psi(\tau)(1 - \psi(\tau)). \quad (4.151)$$

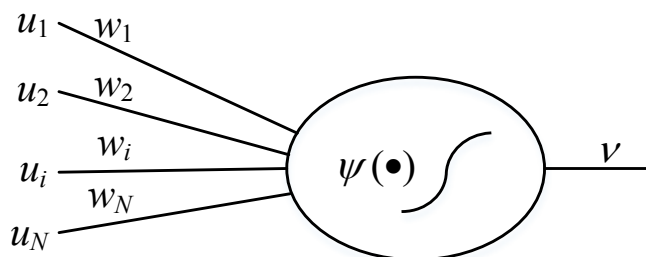


Рисунок 14 – Функціональна схема формального нейрона

Нейронна мережа, за допомогою якої відтворюють нелінійні залежності

$$Y = f(X), \quad (4.152)$$

де змінні X , Y можуть бути як скалярами, так і векторами, найчастіше використовується у вигляді багатошарового персептрона, функціональна схема якого, за умови врахування лише трьох шарів, показана на рис. 15.

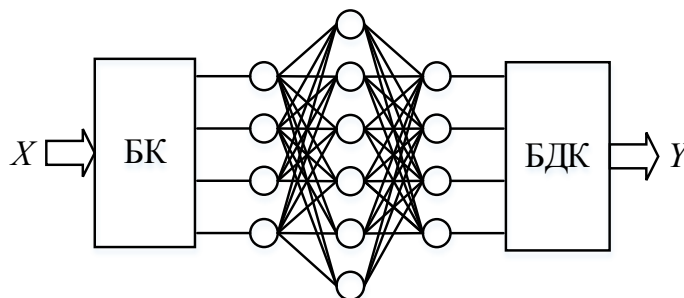


Рисунок 15 – Функціональна схема нейронної мережі у вигляді персептрона

На цій схемі БК та БДК є блоками кодування та декодування, перший шар нейронів служить для введення вхідних сигналів, останній шар нейронів служить для виведення вихідних сигналів, а проміжні шари нейронів, яких може бути і декілька, служать для оброблення вхідних сигналів і збереження інформації про структуру нелінійної залежності, що моделюється нейронною мережею, зв'язки в якій встановлюються лише між одним чи кількома, зокрема і всіма, нейронами сусідніх шарів, причому передача сигналів від шару до шару є односторонньою – від попереднього шару до наступного, а кожна лінія зв'язку має свій коефіцієнт підсилення чи ослаблення сигналу, що передається нею, який прийнято називати її вагою, яка є змінним параметром і в процесі ідентифікації нелінійної залежності підлягає налагодженню. Як правило, ці ваги подають у вигляді матриць

$$W^\mu = \{w_{ij}^\mu\}, \quad \mu = \overline{1, K}, \quad i = \overline{1, N_\mu}, \quad j = \overline{1, N_{\mu-1}}, \quad (4.153)$$

в яких μ – номер матриці ліній зв'язку між шарами, кількість яких дорівнює K , w_{ij}^μ – вага лінії зв'язку між j -им нейроном попереднього шару та i -им нейроном наступного шару для μ -ої матриці, $N_\mu, N_{\mu-1}$ – кількості нейронів, відповідно, в μ -му та $\mu-1$ -му шарах.

Оскільки вхідний шар нейронів служить лише для прийому вектора $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ вхідних змінних, які можуть мати різну природу і діапазон значень, а тому попередньо кодуються в БК, і передачі цих, уже закодованих, змінних до наступного шару, то функція активації (4.150) для нейронів вхідного шару не обчислюється. Але в кожному наступному шарі здійснюється обчислення функції активації (4.150) кожного нейрона з використанням вихідних сигналів нейронів попереднього шару, які одночасно є вхідними сигналами для нейронів поточного шару, та значень ваг міжнейронних ліній зв'язку цього нейрона з нейронами попереднього шару. В результаті обчислень у кожному шарі нейронної мережі на виходах її вхідного шару нейронів після декодування в БДК отримуємо векторний сигнал Y , який є параметричною векторною функцією вхідних змінних, що має вигляд

$$Y = F(W^1, W^2, \dots, W^K, x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (4.154)$$

за допомогою якої, налаштовуючи ваги W^μ , $\mu = \overline{1, K}$, з використанням для кожної вихідної змінної \hat{y} вибірку експериментальних даних, що містить P пар «входи – вихід»

$$(X^p, \hat{y}^p), \quad X^p = \{x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p\}, \quad p = \overline{1, P}, \quad (4.155)$$

та критерій

$$\sum_{p=1}^P \left(F(W^1, W^2, \dots, W^K, x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p) - \hat{y}^p \right)^2 \rightarrow \min_{W^\mu} \quad (4.156)$$

можна відтворити нелінійну залежність (4.152).

Саме моделювання нейронними мережами характеристик складних нелінійних та змінних у часі об'єктів дослідження лежить в основі прообразу штучного інтелекту у різного роду чат-ботів типу ChatGPT, про що можна дізнатись більш детально за посиланням

<https://www.epravda.com.ua/publications/2023/07/24/702480/>

РОЗДІЛ 5

ІДЕНТИФІКАЦІЯ СИНТЕЗОВАНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЇХ АДЕКВАТНОСТІ ПРОЦЕСАМ В ОБ'ЄКТАХ ДОСЛІДЖЕННЯ

У попередньому розділі ми виклали який вигляд та яку структуру можуть мати математичні моделі об'єктів дослідження різних класів. Усі параметри цих математичних моделей були подані в символній формі. Але для того, щоб синтезовані математичні моделі могли бути використаними для моделювання конкретних процесів у цих об'єктах дослідження, потрібно від символної форми подачі параметрів у цих моделях перейти до кількісної, тобто потрібно визначити такі їх значення, які у математичній моделі забезпечують такий же взаємозв'язок між вхідними і вихідними змінними, який між ними має місце у реальних об'єктах. Іншими словами, потрібно здійснити ідентифікацію математичної моделі. Методам розв'язання саме цієї наукової задачі присвячений даний розділ, в якому конкретні приклади розв'язання задачі ідентифікації з використанням програм, створених в програмному середовищі Python, наведені в останньому підрозділі.

5.1 Ідентифікація математичних моделей статичних характеристик об'єктів дослідження

Як показано в підрозділі 4.2, статичними характеристиками об'єктів дослідження є функціональні залежності $y = f(x)$, які можуть бути як лінійними, так і нелінійними (див. рис. 5), тому можуть задаватись як двома (у лінійному випадку), так і більшою кількістю (у нелінійному випадку) параметрів.

Оскільки до початку експериментального дослідження досліднику невідомо лінійною чи нелінійною є статична характеристика об'єкта дослідження, то спочатку, задаючись послідовними значеннями вхідного впливу x_1, x_2, \dots, x_n в його робочому діапазоні, визначаємо реакції об'єкта у вигляді відповідних значень y_1, y_2, \dots, y_n його вихідної координати. Відклавши у вибраному масштабі отримані значення координат x та y на площині xOy , отримаємо заданий дискретно графік статичної характеристики, за виглядом якого підбираємо відповідну математичну модель для апроксимації цього графіка. Наприклад, якщо цей графік має такий вигляд, як це показано на рис. 16, то можна припустити, що об'єкт дослідження з такою статичною характеристикою є лінійним з моделлю (4.7), і відхилення експериментальних точок від прямої лінії $y = y_0 + kx$ є не функціональним, а випадковим, зумовленим похибками вимірювань і дією збурень випадкового характеру.

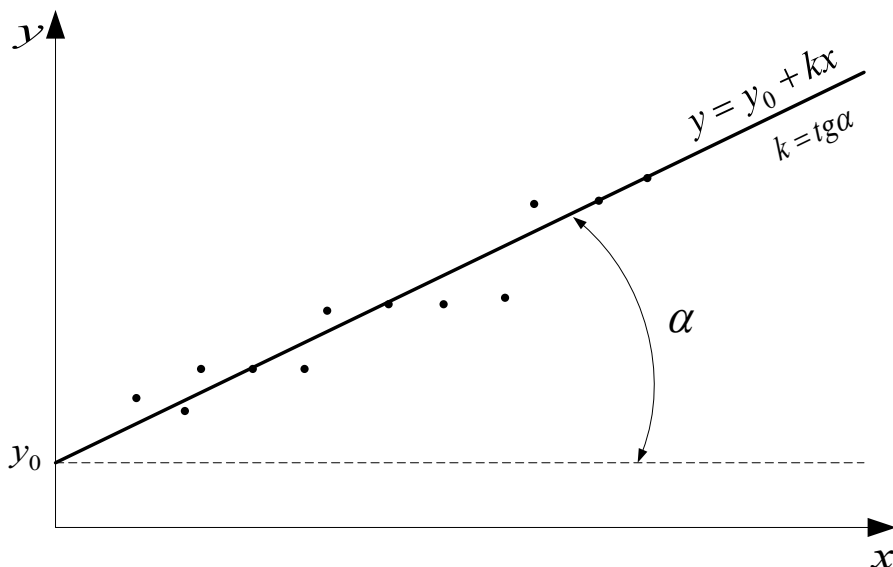


Рисунок 16 – Приклад дискретного графіка отриманих експериментально значень статичної характеристики об’єкта дослідження

А для визначення параметрів y_0 , k математичної моделі цієї статичної характеристики доцільно застосовувати метод найменших квадратів, сформувавши критерій оптимізації у вигляді

$$\Sigma = \sum_{i=1}^n (y_i - y_0 - kx_i)^2. \quad (5.1)$$

Мінімізація цього критерію приводить до системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{\partial \Sigma}{\partial y_0} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - y_0 - kx_i)(-1) = 0; \\ \frac{\partial \Sigma}{\partial k} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - y_0 - kx_i)(-x_i) = 0, \end{cases} \quad (5.2)$$

яка легко перетворюється у систему рівнянь

$$\begin{cases} y_0 n + k \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i, \\ y_0 \sum_{i=1}^n x_i + k \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i, \end{cases} \quad (5.3)$$

розв’язок якої має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l}
 y_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i x_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i}, \\
 k = \frac{n \sum_{i=1}^n y_i x_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n x_i}.
 \end{array} \right. \quad (5.4)$$

Підставляючи значення параметрів y_0 , k , визначені з виразів (5.4), у рівняння (4.7), отримаємо математичну модель статичної характеристики об'єкта дослідження, заданої експериментально полем точок, наведених на рис. 14, яка забезпечуватиме мінімум суми квадратів відхилень теоретичних точок цієї характеристики від експериментальних.

Цілком очевидно, що алгоритм ідентифікації нелінійної статичної характеристики за методом найменших квадратів матиме аналогічний вигляд і відрізнятиметься лише виразами для частинних похідних від суми квадратів відхилень за параметрами вибраної моделі статичної характеристики і кількістю рівнянь в отриманій системі.

5.2 Ідентифікація математичних моделей детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них

У підрозділі 4.3 ми показали, що різні структури математичних моделей цього класу об'єктів дослідження взаємно пов'язані між собою, тож їхню ідентифікацію доцільно здійснювати, виходячи з того, яку інформацію про динамічні властивості об'єкта дослідження досліднику найпростіше отримати експериментально.

Так, якщо нескладно отримати реалізації вхідного $x(t)$ і вихідного $y(t)$ сигналів з початком їх фіксації в момент входження об'єкта в роботу, тобто при нульових початкових умовах, то, апроксимувавши їх відповідними аналітичними функціями і перетворивши за Лапласом, тобто визначивши $L\{x(t)\}$, $L\{y(t)\}$, нескладно отримати математичну модель цього об'єкта згідно з виразом (4.14) у вигляді передаточної функції

$$W(p) = \frac{L\{y(t)\}}{L\{x(t)\}}. \quad (5.5)$$

Наприклад, якщо на вхід об'єкта дослідження подається сигнал, математична модель якого має вигляд

$$x(t) = 5(1(t)), \quad (5.6)$$

а реакція об'єкта на цей вхідний сигнал може бути апроксимованою функцією

$$y(t) = 10(1 - e^{-0,2t}), \quad (5.7)$$

то зображеннями за Лапласом функцій дійсної змінної t , заданих виразами (5.6), (5.7), будуть функції комплексної змінної p , що матимуть вигляд

$$L\{x(t)\} = L\{5(1(t))\} = 5 \int_0^{\infty} 1(t)e^{-pt} dt = \frac{5}{p}, \quad (5.8)$$

$$L\{10(1 - e^{-0,2t})\} = 10 \int_0^{\infty} (1 - e^{-0,2t})e^{-pt} dt = 10 \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{0,2 + p} \right) = \frac{10}{p(5p + 1)}, \quad (5.9)$$

підставляючи які у вираз (5.5), отримаємо

$$W(p) = \frac{10}{\frac{p(5p + 1)}{5}} = \frac{2}{5p + 1}. \quad (5.10)$$

Потрібно звернути увагу на те, що у більш складних випадках, коли вхідний сигнал аперіодичного характеру об'єкта апроксимується функцією

$$y(t) = Y_0 \left(1 - \sum_{i=1}^n b_i e^{-\alpha_i t} \right), \quad (5.11)$$

або коли вихідний сигнал коливально-згасального характеру апроксимується функцією

$$y(t) = Y_0 \left(1 - \sum_{i=1}^n b_i e^{-\alpha_i t} \sin \omega_i t \right), \quad (5.12)$$

задачу апроксимації функціями (5.11), (5.12) цих сигналів за їх експериментальними значеннями потрібно розв'язувати з подвійним застосуванням методу найменших квадратів і для пошуку оптимальних значень параметрів моделей, і для пошуку практично достатньої кількості членів в сумах.

В разі ж, якщо у нашому розпорядженні є генератор синусоїдних коливань змінної частоти для генерації вхідного сигналу заданої амплітуди і частоти, подвійний піковий вольтметр для вимірювання амплітудних значень коливань на вході та на виході об'єкта на кожній із заданих генератором частот і фазометр для вимірювання зсуву фаз між коливанням на вході

і коливанням на виході об'єкта дослідження на кожній із заданих частот, а також є пристрої узгодження характеристик цієї апаратури з характеристиками об'єкта дослідження, то для ідентифікації математичної моделі цього об'єкта доцільно використати експериментально отримувані амплітудно-частотну $A(\omega)$ і фазочастотну $\varphi(\omega)$ характеристики та співвідношення (4.20), (4.21), (4.22), (4.23).

Перше і друге з вказаних співвідношень, тобто співвідношення (4.20) і (4.21) потрібно використовувати для визначення оцінок параметрів передаточної функції $W(p)$ з заданим попередньо її порядком n і прирівнюванням m до n шляхом розв'язання відносно цих параметрів системи рівнянь

$$A^*(\omega_i) = \sqrt{(\operatorname{Re}(W(j\omega_i)))^2 + (\operatorname{Im}(W(j\omega_i)))^2}, \quad i = 1, 2, \dots, 2n, \quad (5.13)$$

в якій $A^*(\omega_i)$, $i = 1, 2, \dots, 2n$ – числові значення характеристики $A(\omega)$, визначені за допомогою подвійного пікового вольтметра на частотах ω_i .

А останнє з вказаних співвідношень, тобто співвідношення (4.23) доцільно використовувати як критерій оцінювання точності апроксимації математичної моделі.

Приклади отримання розв'язків задач ідентифікації динамічної системи в формі передаточної функції та частотних характеристик з використанням програм, складених мовою Python, наведені в останньому підрозділі цього розділу.

5.3 Ідентифікація математичних моделей детермінованих динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них

Математичні моделі цього класу динамічних об'єктів, тобто класу ЛДДОЗПДП, викладені нами у підрозділі 4.4.

Найпростіше їх ідентифікацію здійснювати у випадку, коли ці моделі мають структуру дискретної передаточної функції $W(z)$, заданої виразом (4.31).

За експериментально знятими вхідним $x[k]$ і вихідним $y[k]$ сигналами об'єкта дослідження, перетворивши їх за допомогою Z-перетворення у функції $X(z)$, $Y(z)$, дискретну передаточну функцію $W(z)$ цього об'єкта можна знайти, скориставшись рівнянням (4.30), з якого

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}. \quad (5.14)$$

Конкретизуємо задачу – нехай на вхід ЛДДОЗПДП подається сигнал у вигляді збільшеної у X_0 разів решітчастої одиничної функції, тобто нехай

$$X[k] = X_0(1[k]). \quad (5.15)$$

І нехай реакцією об'єкта на цю масштабовану решітчасту одиницю є решітчаста функція

$$Y[k] = Y_0(1 - 2e^{-\alpha k} + e^{-\beta k}). \quad (5.16)$$

Потрібно синтезувати дискретну передаточну функцію цього об'єкта.

Розв'язання задачі почнемо з Z-перетворення решітчастих функцій, заданих виразами (5.15) і (5.16).

Отже матимемо:

$$\begin{aligned} Z\{X[k]\} = X(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} X_0(1[k])z^{-k} = \\ &= X_0(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots) = \frac{X_0}{1 - z^{-1}}, \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} Z\{Y[k]\} = Y(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} Y_0(1 - 2e^{-\alpha k} + e^{-\beta k})z^{-k} = \\ &= Y_0\left(\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{2}{1 - e^{-\alpha}z^{-1}} + \frac{1}{1 - e^{-\beta}z^{-1}}\right). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Зауважимо, що в перетвореннях (5.17), (5.18) ми використали відому зі шкільного курсу математики теорему про те, що сума членів спадної геометричної прогресії дорівнює першому члену, поділеному на одиницю мінус знаменник цієї прогресії.

З виразу (5.18), приводячи його до спільного знаменника, матимемо

$$Y(z) = Y_0 \frac{1 - (2e^{-\alpha} - e^{-\beta})z^{-1} + (e^{-\alpha} - 2e^{-\beta} + e^{-(\alpha+\beta)})z^{-2}}{(1 - z^{-1})(1 - (e^{-\alpha} + e^{-\beta})z^{-1} + e^{-(\alpha+\beta)}z^{-2})}. \quad (5.19)$$

Підставляючи в вираз (5.14) значення функцій з (5.17) та (5.19), отримаємо дискретну передаточну функцію у вигляді

$$W(z) = \frac{Y_0}{X_0} \left(\frac{1 - (2e^{-\alpha} - e^{-\beta})z^{-1} + (e^{-\alpha} - 2e^{-\beta} + e^{-(\alpha+\beta)})z^{-2}}{1 - (e^{-\alpha} + e^{-\beta})z^{-1} + e^{-(\alpha+\beta)}z^{-2}} \right), \quad (5.20)$$

яка і є розв'язком поставленої нами задачі ідентифікації математичної моделі об'єкта дослідження з класу ЛДДОЗПДП.

Приклад ідентифікації цієї моделі з використанням програми, складеної мовою Python, наведено в останньому підрозділі цього розділу

5.4 Ідентифікація математичних моделей стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і неперервними процесами в них

Як показано в підрозділі 4.7, для ЛСДОЗПНП основним рівнянням, за допомогою якого можна ідентифікувати його математичну модель у вигляді імпульсної перехідної характеристики $g(t)$ на часовій осі чи амплітудно-фазочастотної характеристики $W(j\omega)$ на частотній осі, є рівняння Вінера-Хопфа (4.71), отримане шляхом мінімізації квадратичного інтегрального критерію (4.77).

Вихідною передумовою для розв'язання цього рівняння є наявність заданих хоча б таблично чи їхніми графіками статистичних оцінок кореляційних функцій $R_x(\tau)$, $R_{yx}(\tau)$ центрованих стаціонарного стохастичного вхідного сигналу $x(t)$ та стаціонарного вихідного сигналу $y(t)$, які за наявності зафіксованих реалізацій цих сигналів легко розраховуються за допомогою виразів (4.72), (4.73), «зашитих» у відповідні програми у програмних середовищах і Mathcad, і MATLAB, і Python.

Якщо для розв'язання рівняння (4.71) використати значення оцінок функцій $R_x(\tau)$, $R_{yx}(\tau)$, взяті через період дискретності T , то розв'язок $g(t)$ цього інтегрального рівняння можна віднайти у вигляді послідовності дискрет $g[kT]$, $k = 0, 1, \dots, n$, розв'язуючи відносно них систему алгебраїчних рівнянь

$$\frac{1}{T}R_{yx}[kT] = \sum_{m=0}^n R_x[(k-m)T] \cdot g[mT], \quad k = 0, 1, \dots, n, \quad (5.21)$$

в яку перетворюється інтегральне рівняння (4.71) після його дискретизації з періодом дискретності T .

Використовуючи систему алгебраїчних рівнянь (5.21) для знаходження послідовності дискрет імпульсної перехідної характеристики $g[kT]$, $k = 0, 1, \dots, n$ об'єкта дослідження, потрібно пам'ятати, що, у зв'язку з тим, що «хвости» статистичних оцінок кореляційних функцій $R_x(\tau)$, $R_{yx}(\tau)$ несуть у собі значні похибки, зумовлені зменшенням періоду інтегрування в виразах (4.72), (4.73) з ростом τ , значні похибки несе і віднайдена послідовність $g[kT]$, $k = 0, 1, \dots, n$.

Набагато точніше рівняння Вінера-Хопфа розв'язується у частотній області за допомогою розробленого Б. І. Мокінім у семидесятих роках минулого століття Фур'є-інтегрального методу ідентифікації (ФІМІ).

Основна ідея ФІМІ полягає в тому, що якщо розкласти функції $R_x(\tau)$, $R_{yx}(\tau)$ на відрізку $[-\tau_{\text{вк}}, \tau_{\text{вк}}]$, який показано на рис. 17, в ряди Фур'є

$$R_x(\tau) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos i\omega_1\tau, \quad (5.22)$$

$$R_{yx}(\tau) = \frac{m_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} m_i \cos i\omega_1\tau + \sum_{i=1}^{\infty} n_i \sin i\omega_1\tau, \quad (5.23)$$

де $\omega_1 = \frac{\pi}{\tau_{\text{вк}}}$ – частота першої гармоніки, а коефіцієнти Фур'є

$$a_i = \frac{1}{\tau_{\text{вк}}} \int_{-\tau_{\text{вк}}}^{\tau_{\text{вк}}} R_x(\tau) \cos i\omega_1\tau d\tau, \quad i = 0, 1, 2, \dots; \quad (5.24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i = \frac{1}{\tau_{\text{вк}}} \int_{-\tau_{\text{вк}}}^{\tau_{\text{вк}}} R_{yx}(\tau) \cos i\omega_1\tau d\tau; \\ n_i = \frac{1}{\tau_{\text{вк}}} \int_{-\tau_{\text{вк}}}^{\tau_{\text{вк}}} R_{yx}(\tau) \sin i\omega_1\tau d\tau; \dots i = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right. \quad (5.25)$$

то, підставляючи ряди (5.22) і (5.23) у рівняння (4.71) і беручи інтеграл, отримуємо тотожність

$$\begin{aligned} & \frac{m_0}{2} + \sum_{i=1}^{\infty} m_i \cos i\omega_1\tau + \sum_{i=1}^{\infty} n_i \sin i\omega_1\tau = \\ & = \frac{a_0}{2} P(0) + \sum_{i=1}^{\infty} a_i P(i\omega_1) \cos i\omega_1\tau - \sum_{i=1}^{\infty} a_i Q(i\omega_1) \sin i\omega_1\tau, \end{aligned} \quad (5.26)$$

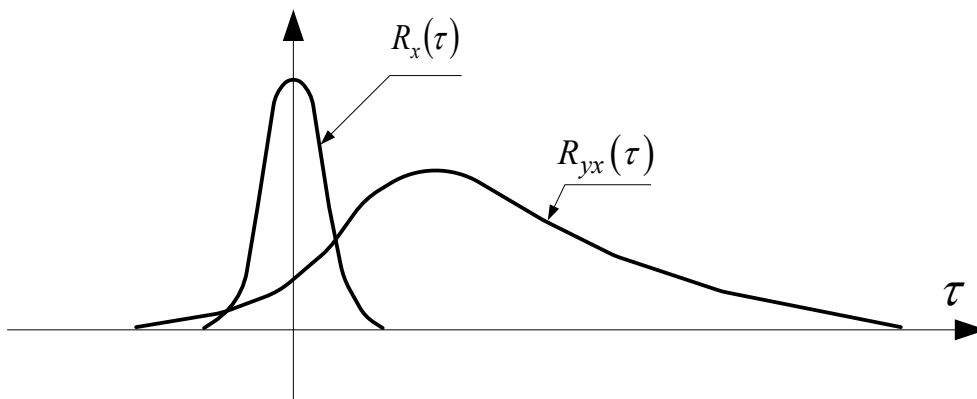


Рисунок 17 – Приклад можливих графіків оцінок кореляційних функцій $R_x(\tau)$, $R_{yx}(\tau)$

у якій $P(i\omega_1) = \text{Re}[W(j\omega)]_{\omega=i\omega_1}$, $Q(i\omega_1) = \text{Im}[W(j\omega)]_{\omega=i\omega_1}$, відповідно, значення дійсної та уявної частотних характеристик об'єкта дослідження на частоті $i\omega_1$, і яка виконуватиметься лише тоді, коли

$$m_i = a_i P(i\omega_1), \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (5.27)$$

$$n_i = -a_i Q(i\omega_1), \quad i = 1, 2, \dots \quad (5.28)$$

Із виразів (5.27), (5.28) маємо

$$P(i\omega_1) = \frac{m_i}{a_i}, \quad i = 0, 1, 2, \dots; \quad (5.29)$$

$$Q(i\omega_1) = -\frac{n_i}{a_i}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (5.30)$$

Сформуємо два критеріальні співвідношення, що мають вигляд:

$$\Sigma_{ls}^P = \sum_{i=0}^N (P_{ls}(i\omega_1) - P(i\omega_1))^2 = \sum_{i=0}^N \left(P_{ls}(i\omega_1) - \frac{m_i}{a_i} \right)^2; \quad (5.31)$$

$$\Sigma_{ls}^Q = \sum_{i=1}^N (Q_{ls}(i\omega_1) - Q(i\omega_1))^2 = \sum_{i=1}^N \left(Q_{ls}(i\omega_1) + \frac{n_i}{a_i} \right)^2, \quad (5.32)$$

В ЯКИХ

$$P_{ls}(i\omega_1) = \text{Re}[W_{ls}(j\omega)]_{\omega=i\omega_1}; \quad (5.33)$$

$$Q_{ls}(i\omega_1) = \text{Im}[W_{ls}(j\omega)]_{\omega=i\omega_1}; \quad (5.34)$$

$$W_{ls}(j\omega) = W_{ls}(p) \Big|_{p=j\omega}; \quad (5.35)$$

$$W_{ls}(p) = \frac{b_s p^s + b_{s-1} p^{s-1} + \dots + b_r p^r + \dots + b_1 p + b_0}{c_l p^l + c_{l-1} p^{l-1} + \dots + c_q p^q + \dots + c_1 p + c_0}, \quad s \leq l. \quad (5.36)$$

Сформуємо на основі загального виразу (5.36) ряд передаточних функцій

$$W_{10}(p), W_{11}(p), W_{20}(p), W_{21}(p), W_{22}(p), W_{30}(p), \dots \quad (5.37)$$

Підставляючи по черзі передаточні функції, що входять до ряду (5.37), у ланцюжок (5.35), (5.33), (5.31), беручи частинні похідні від Σ_{ls}^P за c_q та b_r , і прирівнюючи їх до нуля, отримаємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Sigma_{ls}^P}{\partial c_q} = 0, & q = 0, 1, 2, \dots, l, \\ \frac{\partial \Sigma_{ls}^P}{\partial b_r} = 0, & r = 0, 1, 2, \dots, s. \end{cases} \quad (5.38)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (5.38) для кожної передаточної функції з ряду (5.37), знаходимо оптимальні оцінки параметрів b_q , c_r кожної з цих передаточних функцій, підставляючи які в критеріальне співвідношення (5.32), отримаємо послідовний ряд додатних чисел

$$\Sigma_{10}^Q, \Sigma_{11}^Q, \Sigma_{20}^Q, \Sigma_{21}^Q, \Sigma_{22}^Q, \Sigma_{30}^Q, \dots, \quad (5.39)$$

найменше з яких задаватиме оптимальну структуру моделі ЛСДОЗПНП у вигляді передаточної функції, заданої у загальному випадку виразом (5.36).

Наприклад, якщо найменшим у послідовності (5.39) є число Σ_{21}^Q , то оптимальною передаточною функцією об'єкта дослідження буде функція

$$W_{21}(p) = \frac{b_1 p + b_0}{c_2 p^2 + c_1 p + c_0}. \quad (5.40)$$

5.5 Ідентифікація математичних моделей стохастичних динамічних об'єктів з зосередженими параметрами і дискретними процесами в них

У підрозділі 4.8 ми показали, що однією з широко розповсюджених математичних моделей ЛСДОЗПНП є модель АР(p), що подана виразами (4.79), (4.81), (4.82). Покажемо, як здійснити ідентифікацію цієї моделі.

Якщо домножити обидві частини рівняння на $y[k-l]$, здійснити заміну решітчастого аргументу $k-l$ на решітчастий аргумент λ та підсумувати всі члени отриманого рівняння в межах від 1 до $N-k$, то отримаємо систему рівнянь

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}, \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (5.41)$$

та окремо (при $k = 0$) рівняння

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma_\xi^2, \quad (5.42)$$

виведені Юлом і Уокером і внесені в структуру роботи [14], в яких автокореляції γ_k дискретного стохастичного процесу $y[l]$, який часто називають часовим рядом, знаходяться з виразів

$$\gamma_k = \frac{1}{N-k} \sum_{l=1}^{N-k} y[l]y[k-l], \quad k = 0, 1, 2, \dots, p. \quad (5.43)$$

Нагадаємо, що σ_ξ^2 – дисперсія нормального центрованого білого шуму, кожен імпульс якого корелюється лише з самим собою, а γ_0 – дисперсія центрованого стаціонарного стохастичного часового ряду $y[l]$.

Якщо нормувати рівняння (5.41) дисперсією γ_0 , тобто якщо розділити ці рівняння на γ_0 , то вони набудуть вигляду

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}, \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (5.44)$$

де ρ_k – автокореляції, які розраховуються за виразом

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad k = 0, 1, \dots, p. \quad (5.45)$$

Нагадаємо, що, як відомо з теорії часових рядів,

$$\gamma_k = \gamma_{-k}, \quad (5.46)$$

а тому і

$$\rho_k = \rho_{-k}. \quad (5.47)$$

Систему рівнянь (5.44), які саме у цьому вигляді носять назву рівнянь Юла-Уокера, у матричній формі записують так:

$$M\phi = \rho, \quad (5.48)$$

$$\text{де } M = \begin{bmatrix} 1\rho_1\rho_2\rho_3\dots\rho_{p-1} \\ \rho_1 1\rho_1\rho_2\dots\rho_{p-2} \\ \rho_2\rho_1 1\rho_1\dots\rho_{p-3} \\ \dots \\ \rho_{p-1}\rho_{p-2}\rho_{p-3}\dots 1 \end{bmatrix} (p \times p), \quad \phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \dots \\ \phi_p \end{bmatrix} (p \times 1), \quad \rho = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \dots \\ \rho_p \end{bmatrix} (p \times 1). \quad (5.49)$$

Якщо визначити матрицю M^{-1} , обернену до матриці M , то розв'язком матричного рівняння (5.48) є матриця-стовпець

$$\phi = M^{-1}\rho, \quad (5.50)$$

звідки визначаються усі коефіцієнти авторегресійної моделі (4.45), для повної ідентифікації якої потрібно ще визначити дисперсію σ_ξ^2 білого шуму,

імпульсами якого ξ_k потрібно доповнювати авторегресію (4.79). А цю дисперсію потрібно визначати з рівняння (5.42), тобто визначати її за допомогою виразу

$$\sigma_{\xi}^2 = \gamma_0 - \phi_1\gamma_1 - \phi_2\gamma_2 - \dots - \phi_p\gamma_p. \quad (5.51)$$

Програми реалізації мовою Python як алгоритму Юла-Уокера, так і його розширення на математичні моделі класів АРКС(p,q), згідно з виразом (4.86), та АРПКС(p,q,d), згідно з виразами (4.95), (4.97), наведені в розділі, присвяченому реалізації 4-го етапу системного аналізу.

5.6 Особливості ідентифікації математичних моделей нелінійних динамічних об'єктів

Математичні моделі нелінійних динамічних об'єктів будують, або виходячи з характеру та взаємодії фізичних процесів в них, для яких відомі закони функціонування чи функціональні залежності, з яких і визначаються числові значення параметрів моделей об'єктів, або виходячи зі структурної схеми, згідно з якою нелінійний динамічний об'єкт подається послідовним з'єднанням лінійної динамічної частини з імпульсною перехідною характеристикою $g(t)$ чи передаточною функцією $W(p)$ та безінерційної нелінійної частини об'єкта з нелінійною статичною характеристикою, яку ми позначили у загальному вигляді у підрозділі 5.1 як $y = f(x)$.

Один із варіантів розв'язання задачі ідентифікації лінійної та нелінійної характеристик нелінійного динамічного об'єкта, запропонований авторами цього підручника, викладемо на прикладі ідентифікації нелінійного динамічного об'єкта (рис. 18) з вхідним впливом $i(t)$ та реакцією на нього $v(t)$, динаміка лінійної частини якого характеризується імпульсною перехідною характеристикою $g(t)$, а безінерційній нелінійній частині притаманна статична характеристика $v = v(v^*)$, яка має нелінійний характер (рис. 19)

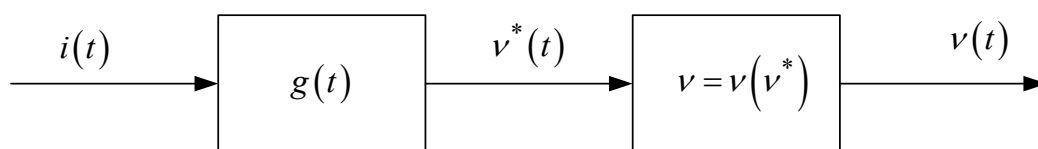


Рисунок 18 – Структурна схема нелінійної динамічної системи з виділенням інерційної лінійної частини та безінерційної нелінійної частини

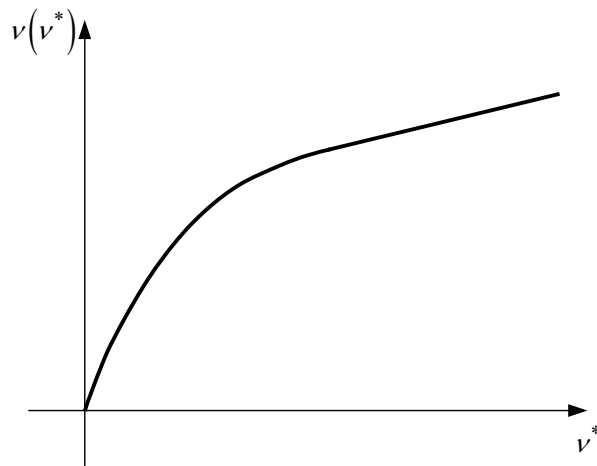


Рисунок 19 – Графік статичної характеристики безінерційної нелінійної частини динамічного об'єкта

Тож, щоб ідентифікувати математичну модель такого динамічного об'єкта, потрібно визначити конкретні значення параметрів обох цих характеристик – $g(t)$, $v = v(v^*)$.

Ця задача розв'язується для вхідного сигналу будь-якої структури і нелінійності будь-якого степеня за допомогою Фур'є-інтегрального методу ідентифікації (ФІМІ) нелінійних динамічних об'єктів, розробленого авторами підручника і опублікованого ними в наукових статтях на сторінках наукових журналів. Але загальний алгоритм наведеного там методу для довільного вхідного сигналу і довільного степеня нелінійності виявляється настільки складним, що його навряд чи можна рекомендувати до застосування інженерам для розв'язання практичних задач ідентифікації нелінійних динамічних систем.

Тож О. Б. Мокінім був розроблений спрощений варіант Фур'є-інтегрального методу, в якому використовуються вхідні сигнали лише певної конструкції і степінь нелінійності не перевищує трьох, тобто пропонується ідентифікувати статичну характеристику степеневим поліномом третього порядку

$$v = c_1 v^* + c_2 (v^*)^2 + c_3 (v^*)^3, \quad (5.52)$$

а структуру динамічної системи розглядати у вигляді послідовного з'єднання її інерційної лінійної частини з імпульсною перехідною характеристикою $g(t)$ і проміжним вихідним сигналом $v^*(t)$ та нелінійної безінерційної ланки з характеристикою $v = v(v^*)$, графік якої зображено на рис. 19. Суть цього спрощеного варіанта ФІМІ викладена нижче.

5.6.1 Ідентифікація статичної характеристики нелінійного об'єкта

Як відомо з теоретичних основ електротехніки та теорії автоматичного керування, вихідний сигнал $v^*(t)$ лінійної частини динамічної системи можна знайти за допомогою інтеграла згортки

$$v^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} i(t-\tau)g(\tau)d\tau, \quad (5.53)$$

який за умови фізичної реалізованості об'єкта

$$g(t) = \begin{cases} g(t), & t \geq 0; \\ 0, & t < 0 \end{cases} \quad (5.54)$$

набуває вигляду

$$v^*(t) = \int_0^{\infty} i(t-\tau)g(\tau)d\tau. \quad (5.55)$$

Згідно з теорією Фур'є-інтегрального методу ідентифікації (ФІМІ) динамічних об'єктів розкладемо вхідний сигнал $i(t)$ у відрізок ряду Фур'є на вибраному проміжку часу T у комплексній формі. Згідно з теорією рядів Фур'є матимемо

$$i(t) = \sum_{k=-n}^n a_k e^{jk\omega_1 t}, \quad (5.56)$$

де $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, а

$$a_k = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) e^{-jk\omega_1 t} dt = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \cos(k\omega_1 t) dt - j \frac{1}{T} \int_0^T i(t) \sin(k\omega_1 t) dt, \quad (5.57)$$

$$k = -n, -(n-1), \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, n.$$

Одразу ж відзначимо, що при формуванні якогось сигналу фізичної системи з обмеженим запасом енергії він завжди може бути апроксимований з заданою точністю відрізком ряду Фур'є.

Підставляючи значення $i(t)$ з виразу (5.56) у вираз (5.55), отримаємо

$$v^*(t) = \int_0^{\infty} \sum_{k=-n}^n a_k e^{jk\omega_1(t-\tau)} g(\tau) d\tau, \quad (5.58)$$

або

$$v^*(t) = \sum_{k=-n}^n a_k e^{jk\omega_1 t} \int_0^{\infty} g(\tau) e^{-jk\omega_1 \tau} d\tau. \quad (5.59)$$

Якщо згадати, що передаточна функція лінійної частини динамічного об'єкта – це $W(p) = L\{g(t)\}$, а її АФЧХ – це $W(j\omega) = W(p)|_{p=j\omega}$, то рівняння (5.59) нескладно привести до вигляду

$$v^*(t) = \sum_{k=-n}^n a_k W(jk\omega_1) e^{jk\omega_1 t}. \quad (5.60)$$

Підставляючи значення $v^*(t)$ з виразу (5.60) у вираз (5.52) матимемо

$$v(t) = c_1 \sum_{k=-n}^n a_k W(jk\omega_1) e^{jk\omega_1 t} + c_2 \left(\sum_{k=-n}^n a_k W(jk\omega_1) e^{jk\omega_1 t} \right)^2 + c_3 \left(\sum_{k=-n}^n a_k W(jk\omega_1) e^{jk\omega_1 t} \right)^3 \quad (5.61)$$

У випадку, якщо вхідний сигнал $i(t)$ є синусоїдою з частотою ω_1 , тобто

$$i(t) = A \sin \omega_1 t = A \left(\frac{e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}}{2j} \right) = \frac{A}{2j} e^{j\omega_1 t} + \frac{A}{-2j} e^{-j\omega_1 t}, \quad (5.62)$$

рівняння (5.61) перетвориться на рівняння

$$v(t) = c_1 \left(a_{-1} W(-j\omega_1) e^{-j\omega_1 t} + a_1 W(j\omega_1) e^{j\omega_1 t} \right) + c_2 \left(a_{-1} W(-j\omega_1) e^{-j\omega_1 t} + a_1 W(j\omega_1) e^{j\omega_1 t} \right)^2 + c_3 \left(a_{-1} W(-j\omega_1) e^{-j\omega_1 t} + a_1 W(j\omega_1) e^{j\omega_1 t} \right)^3, \quad (5.63)$$

у якому

$$a_1 = \frac{A}{2j}, \quad a_{-1} = -\frac{A}{2j}. \quad (5.64)$$

Підносячи до степеня в рівнянні (5.63) і групуючи члени з однаковими гармонічними складовими, отримаємо

$$v(t) = 2c_2 a_{-1} a_1 W(j\omega_1) W(-j\omega_1) + \left(c_1 a_{-1} + 3c_3 a_{-1}^2 a_1 W(j\omega_1) W(-j\omega_1) \right) W(-j\omega_1) e^{-j\omega_1 t} + \left(c_1 a_1 + 3c_3 a_{-1} a_1^2 W(j\omega_1) W(-j\omega_1) \right) W(j\omega_1) e^{j\omega_1 t} + c_2 a_{-1}^2 W^2(-j\omega_1) e^{-j2\omega_1 t} + c_2 a_1^2 W^2(j\omega_1) e^{j2\omega_1 t} + c_3 a_{-1}^3 W^3(-j\omega_1) e^{-j3\omega_1 t} + c_3 a_1^3 W^3(j\omega_1) e^{j3\omega_1 t} \quad (5.65)$$

Тепер розкладемо у відрізок ряду Фур'є на тому ж проміжку часу T вихідний сигнал $v(t)$, який є реакцією динамічного об'єкта на вхідну синусоїду, тобто подамо його у вигляді

$$v(t) = \sum_{k=-m}^m b_k e^{jk\omega_1 t}, \quad (5.66)$$

де $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$, а

$$b_k = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) e^{-jk\omega_1 t} dt = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cos(k\omega_1 t) dt - j \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \sin(k\omega_1 t) dt, \quad (5.67)$$

$$k = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3.$$

Оскільки у правій частині рівняння (5.65) маємо лише сталу складову і гармоніки з частотами $-3\omega_1, -2\omega_1, -\omega_1, \omega_1, 2\omega_1, 3\omega_1$, то ряд (5.66) для реакції $v(t)$ об'єкта на синусоїду частоти ω_1 теж буде мати лише ці складові. Саме тому значення k при визначенні коефіцієнтів Фур'є b_k задані лише в межах від -3 до 3 .

Підставляючи значення $v(t)$ з виразу (5.66) при $m=3$ у рівняння (5.65), отримаємо тотожність, яка виконуватиметься лише тоді, коли коефіцієнти Фур'є при однакових гармоніках в правій і лівій частинах цієї тотожності будуть рівними. Завдяки цьому отримаємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} b_0 = 2c_2 a_{-1} a_1 W(j\omega_1) W(-j\omega_1), \\ b_{-1} = (c_1 a_{-1} + 3c_3 a_{-1}^2 a_1 W(j\omega_1) W(-j\omega_1)) W(-j\omega_1), \\ b_1 = (c_1 a_1 + 3c_3 a_{-1} a_1^2 W(j\omega_1) W(-j\omega_1)) W(j\omega_1), \\ b_{-2} = c_2 a_{-1}^2 W^2(-j\omega_1), \\ b_2 = c_2 a_1^2 W^2(j\omega_1), \\ b_{-3} = c_3 a_{-1}^3 W^3(-j\omega_1), \\ b_3 = c_3 a_1^3 W^3(j\omega_1). \end{cases} \quad (5.68)$$

З шостого та сьомого рівнянь цієї системи знайдемо, що

$$c_3 = \frac{b_{-3} + b_3}{a_{-1}^3 W^3(-j\omega_1) + a_1^3 W^3(j\omega_1)}, \quad (5.69)$$

з четвертого та п'ятого рівнянь отримаємо

$$c_2 = \frac{b_{-2} + b_2}{a_{-1}^2 W^2(-j\omega_1) + a_1^2 W^2(j\omega_1)}, \quad (5.70)$$

а з другого та третього –

$$c_1 = \frac{b_{-1} - f_{-1}(a_{-1}, a_1, c_3, W) + b_1 - f_1(a_{-1}, a_1, c_3, W)}{a_{-1}W(-j\omega_1) + a_1W(j\omega_1)}, \quad (5.71)$$

де

$$\begin{cases} f_{-1}(a_{-1}, a_1, c_3, W) = (3c_3 a_{-1}^2 a_1 W(j\omega_1) W(-j\omega_1)) W(-j\omega_1), \\ f_1(a_{-1}, a_1, c_3, W) = (3c_3 a_{-1} a_1^2 W(j\omega_1) W(-j\omega_1)) W(j\omega_1). \end{cases} \quad (5.72)$$

Як бачимо, перше рівняння системи є надлишковим – його можна використати як критерій правильності розв'язання задачі.

Ще одним критерієм правильності розв'язання задачі може служити поява суттєво відмінних від нуля значень коефіцієнтів Фур'є з номерами $k > 3$ та $-k < -3$ у вихідному сигналі $v(t)$ при його розкладанні в ряд за умови, що на вхід динамічної системи надходить лише синусоїда однієї частоти ω_1 . Це означатиме, що реальна статична характеристика $v = v(v^*)$ динамічної системи має апроксимуватись степеневим поліномом з порядком вище 3-го. За наявності гармонік з частотою $j4\omega_1$ та $-j4\omega_1$ в сигналі $v(t)$ для апроксимації характеристики $v = v(v^*)$ поліном потрібно брати 4-го порядку, а за наявності гармонік з частотою $j5\omega_1$ та $-j5\omega_1$ цей поліном має бути 5-го порядку, і далі за зростанням.

Потрібно зазначити, що підвищення порядку полінома для апроксимації характеристики $v = v(v^*)$ не надто ускладнює отримання виразів для розрахунку коефіцієнтів цього полінома за умови використання на вході об'єкта синусоїди лише однієї частоти, оскільки для отримання співвідношень вигляду (5.68) і в цьому випадку у виразі (5.63) степені розкриваються за формулою бінома Ньютона.

Із співвідношень (5.68) випливає, що ідентифікувати статичну характеристику $v = v(v^*)$ динамічного об'єкта класу, що розглядається, можна лише за умови, що є відомими значення АФЧХ $W(j\omega)$ лінійної інерційної частини цього об'єкта на частотах ω_1 та $-\omega_1$, тобто відомими є $W(j\omega_1)$ та $W(-j\omega_1)$. Тож далі піде мова про те, як знайти ці значення.

5.6.2 Ідентифікація лінійної інерційної частини нелінійного динамічного об'єкта

З фізики будь-якої динамічної системи випливає, що до тих пір, поки її масовий чи енергетичний об'єм не наповниться масою чи енергією, які надходять разом із вхідним впливом, принаймні, наполовину, доти процеси в цій системі наростають лінійно за винятком близької до нуля зони нечутливості або люфту. Тож, якщо сформувавши вхідний вплив на динамічну систему так, щоб його рівень відповідав усталеному рівню реакції цієї системи на прикладений вхідний вплив (рис. 20), то можна стверджувати, що в діапазоні значень вихідної координати $v(t)$ від $0,1v_{уст}$ до $0,5v_{уст}$ система поводитиметься як лінійна.

І якщо вхідний вплив подається стрибком від 0 до $i_{уст}$, то у вказаному діапазоні значень $v(t)$ вихідна координата буде збігатися з перехідною характеристикою $h(t)$ лінійної частини цієї системи, яка для динамічної системи з одним об'ємом концентрації енергії чи маси має вигляд

$$h(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right), \quad (5.73)$$

для системи з двома об'ємами концентрації енергії чи маси –

$$h(t) = K \left(1 - \lambda_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - \lambda_2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right), \quad \lambda_1 + \lambda_2 = 1, \quad (5.74)$$

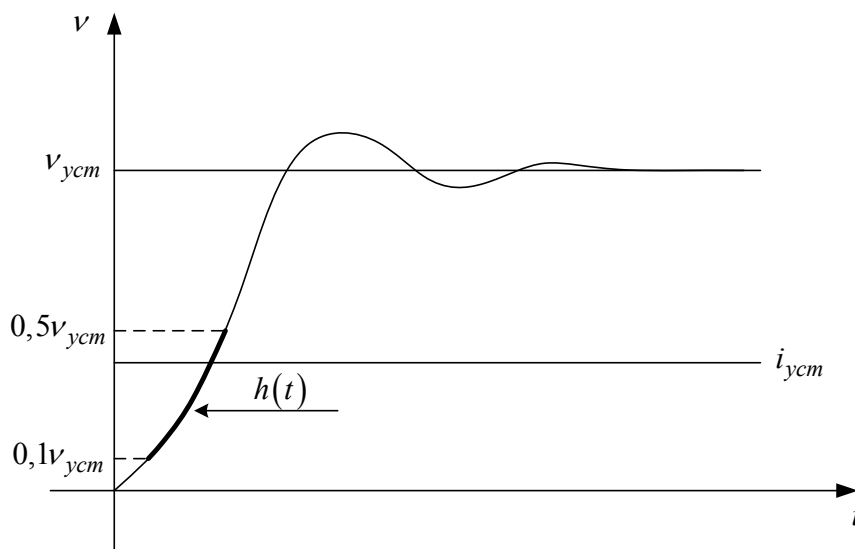


Рисунок 20 – Графік перехідного процесу в динамічному об'єкті після подачі на його вхід східчастого впливу на рівні усталеного значення

або

$$h(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1} \cos \beta t} \right), \quad (5.75)$$

а для системи з трьома об'ємами концентрації енергії чи маси –

$$h(t) = K \left(1 - \lambda_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - \lambda_2 e^{-\frac{t}{T_2}} - \lambda_3 e^{-\frac{t}{T_3}} \right), \quad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1, \quad (5.76)$$

або

$$h(t) = K \left(1 - \lambda_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - \lambda_2 e^{-\frac{t}{T_2} \cos \beta t} \right), \quad \lambda_1 + \lambda_2 = 1. \quad (5.77)$$

Для більшої кількості об'ємів концентрації енергії чи маси ряд апроксимувальних функцій для $h(t)$ можна продовжити, користуючись тим самим принципом.

Очевидно, що для всіх наведених вище виразів для $h(t)$ параметр K можна знайти з виразу

$$K = \frac{V_{yсм}}{i_{yсм}}. \quad (5.78)$$

Тож для апроксимації $h(t)$ у вигляді (5.73) потрібно з кривої $v(t)$ (див. рис. 18) скористатись лише однією точкою в діапазоні $0,1v_{yсм} \leq v(t) \leq 0,5v_{yсм}$ для визначення параметра T_1 . Очевидно, що його можна знайти з рівняння

$$h(t_1) = K \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T_1}} \right). \quad (5.79)$$

Для апроксимації $h(t)$ у вигляді (5.75) для визначення параметрів T_1 та β потрібно скористатись уже двома точками з вказаного вище діапазону. Для них система рівнянь матиме вигляд

$$\begin{cases} h(t_1) = K \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T_1} \cos \beta t_1} \right), \\ h(t_2) = K \left(1 - e^{-\frac{t_2}{T_1} \cos \beta t_2} \right). \end{cases} \quad (5.80)$$

У такий же спосіб можна розрахувати параметри усіх інших апроксимацій характеристики $h(t)$.

Знаючи перехідну характеристику $h(t)$ лінійної частини об'єкта, легко знайти її передаточну функцію $W(p)$, адже

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad (5.81)$$

А для отримання $W(p)$ за відомою $g(t)$ потрібно $g(t)$ перетворити за Лапласом, адже $W(p) = L\{g(t)\}$.

В свою чергу значення $W(j\omega_1)$ та $W(-j\omega_1)$, які потрібні для ідентифікації нелінійної статичної характеристики $\nu = \nu(\nu^*)$, отримаємо прямою підстановкою у вираз для передаточної функції $W(p)$ замість оператора p значень $j\omega_1$ та $-j\omega_1$.

Звичайно, якщо після кількох однотипних експериментів з подачею на вхід динамічної системи однакового рівня вхідного впливу східчастого характеру отримаємо експериментальні криві $\nu(t)$, які не збігатимуться у діапазоні $0,1\nu_{уст} \leq \nu(t) \leq 0,5\nu_{уст}$, то параметри апроксимацій $h(t)$ у вигляді (5.73)–(5.77) потрібно обчислювати, користуючись стандартною процедурою методу найменших квадратів.

5.7 Особливості ідентифікації математичних моделей динамічних об'єктів з розподіленими параметрами

Оскільки в обмеженому за обсягом підручнику, присвяченому методиці та організації наукових досліджень, неможливо охопити всі випадки ідентифікації ЛДДОРПНП, то для ілюстрації одного з підходів розв'язання такої задачі розглянемо лише особливості ідентифікації такого важливого підкласу ЛДДОРПНП, яким є об'єкти з запізненням, моделі яких можна записати у вигляді диференціального рівняння (4.105) з аргументом у правій частині, що запізнюється на τ_3 , яке перетворенням за Лапласом можна привести до вигляду (4.106).

Тож для ідентифікації такої моделі потрібно: 1) на відрізку часу T зафіксувати реалізацію вхідного сигналу $x(t)$ з моменту його подачі на вхід об'єкта; 2) одночасно зафіксувати значення затримки τ_3 появи на виході вихідного сигналу $y(t)$; 3) зафіксувати також реалізацію вихідного сигналу $y(t)$ на відрізку часу T , відлік якого почати з моменту появи $y(t)$, тобто через τ_3 ; 4) перетворити за Лапласом сигнали $x(t)$, $y(t)$, зафіксовані на

відрізку часу T кожний; 5) діленням перетвореного за Лапласом сигналу $y(t)$ на перетворений за Лапласом сигнал $x(t)$ знайти передаточну функцію $W(p)$, домноженням якої на (4.107) отримати математичну модель об'єкта з запізненням у вигляді передаточної функції $W_{oz}(p) = W(p)e^{-\tau_3 p}$, від якої, як показано нами раніше, нескладно перейти і до диференціального рівняння, що має вигляд (4.105).

5.8 Особливості ідентифікації нейронної мережі

Процес ідентифікації нелінійної залежності (4.152) за допомогою налаштування ваг формального опису нейронної мережі у вигляді (4.154) з використанням експериментальних даних (4.155), які прийнято називати навчальною вибіркою, називають процедурою навчання нейронної мережі, алгоритм якої, як правило, здійснюють з використанням методу зворотного розповсюдження похибки, який являє собою сукупність алгоритму прямого ходу та алгоритму зворотного ходу, і який ми подаємо, використовуючи його викладення в роботах [15]–[17].

Суть алгоритму прямого ходу полягає в тому, що спочатку на першому кроці цього алгоритму обчислюють сумарний зважений вхідний сигнал u_i для кожного нейрона μ -го поточного шару, використовуючи формулу

$$u_i = \sum_{j=1}^{N_{\mu-1}} v_j w_{ij}, \quad i = \overline{1, N_{\mu}}. \quad (5.82)$$

Потім на другому кроці алгоритму прямого ходу обчислюють вихідний сигнал v_i для кожного нейрона μ -го поточного шару, використовуючи формулу

$$v_i = \frac{1}{1 + e^{-k u_i}}, \quad i = \overline{1, N_{\mu}}. \quad (5.83)$$

Після цього, якщо μ -ий поточний шар не є вихідним, то на третьому кроці алгоритму прямого ходу потрібно знову перейти до першого кроку алгоритму прямого ходу для наступного $(\mu+1)$ -го поточного шару і віднайти для нього за формулами (5.82), (5.83) значення вхідного і вихідного сигналів для кожного нейрона.

Якщо ж μ -ий поточний шар виявляється вихідним шаром нейронної мережі, то на четвертому кроці алгоритму прямого ходу потрібно обчислити середній квадрат Q похибки нейронної мережі, використовуючи формулу

$$Q = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_K} (v_i - \hat{v}_i)^2, \quad (5.84)$$

в якій N_K – кількість нейронів у вихідному шарі цієї нейронної мережі, а \hat{v}_i – еталонне (задане особою, що приймає рішення) значення вихідного сигналу i -го нейрона вихідного шару.

Обчисленням за формулою (5.84) і завершується алгоритм прямого ходу методу зворотного розповсюдження похибки.

А на першому кроці алгоритму зворотного ходу цього методу потрібно визначити швидкість зміни похибки, зумовленої зміною вихідного сигналу кожного нейрона вихідного шару нейронної мережі, яку прийнято позначати символом EA з відповідними індексами, використовуючи формулу

$$EA_i^K = \frac{\partial Q}{\partial v_i} = \sum_{i=1}^{N_K} (v_i - \hat{v}_i). \quad (5.85)$$

На другому кроці алгоритму зворотного ходу методу зворотного розповсюдження похибки потрібно визначити швидкість зміни похибки, зумовленої зміною сумарного вхідного сигналу для кожного нейрона в поточному шарі нейронної мережі, яку прийнято позначати символом EI з відповідними індексами, використовуючи формулу

$$EI_i^\mu = \frac{\partial Q}{\partial u_i} = \frac{\partial Q}{\partial v_i} \frac{\partial v_i}{\partial u_i} = \sum_{i=1}^{N_\mu} (v_i - \hat{v}_i) v_i (1 - v_i). \quad (5.86)$$

На третьому кроці алгоритму зворотного ходу методу зворотного розповсюдження похибки потрібно визначити швидкість зміни похибки, зумовленої зміною ваги вхідної лінії кожного нейрона поточного шару нейронної мережі, яку прийнято позначати символом EW з відповідними індексами, використовуючи формулу

$$\begin{aligned} EW_{ij}^\mu &= \frac{\partial Q}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial Q}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial w_{ij}} = \sum_{i=1}^{N_\mu} (v_i - \hat{v}_i) v_i (1 - v_i) v_j = \\ &= EI_i^\mu v_j, \quad i = \overline{1, N_\mu}, \quad j = \overline{1, N_{\mu-1}}. \end{aligned} \quad (5.87)$$

На четвертому кроці алгоритму зворотного ходу методу зворотного розповсюдження похибки потрібно здійснити корекцію ваг ліній міжнейронних зв'язків на основі градієнтного методу, тобто, використовуючи формулу

$$w_{ij}[t+1] = w_{ij}[t] + \gamma EW_{ij}^\mu, \quad (5.88)$$

в якій t – номер ітерації, який задає крок навчання нейронної мережі, а γ – крок ітерації, який задає швидкість навчання нейронної мережі.

На п'ятому кроці алгоритму зворотного ходу методу зворотного розповсюдження похибки, якщо поточний шар нейронної мережі не є вхідним, потрібно перейти до реалізації другого кроку алгоритму зворотного ходу.

Якщо ж поточний шар є вхідним, то потрібно знову перейти до реалізації алгоритму прямого ходу методу зворотного розповсюдження похибки для здійснення наступної ітерації процесу навчання нейронної мережі, який будемо закінчувати тоді, коли будуть досягнуті значення похибок, які задовольнятимуть прийнятну точність апроксимації реальної нелінійної залежності вибраною нами структурою нейронної мережі та налаштованими нами вагами ліній її міжнейронних зв'язків.

В роботі [16] наведено кілька прикладів налаштування нейронної мережі різної структури для апроксимації заданих тестових залежностей, які супроводжуються досить об'ємними таблицями та складними для відтворення рисунками, тому ми вирішили не переносити їх у наш підручник, а відсилаємо бажаючих ознайомитись з ними для закріплення навиків використання методу зворотного розповсюдження похибки для налаштування нейронної мережі до роботи, в якій вони викладені. У цій же роботі викладена досить повно і доступно і методика побудови нейронечітких мереж для відтворення нечітких баз знань, побудованих з використанням лінгвістичних змінних, яка теж супроводжується розв'язанням тестових задач.

А завершимо цей матеріал ми роз'ясненням, що, оскільки моделі нелінійних залежностей, які використовують нейронні мережі, реалізуються на комп'ютерах з використанням відповідного програмного забезпечення, то такі моделі, відносять до класу кібернетичних, котрі стають домінуючими при створенні інформаційних технологій.

5.9 Оцінювання адекватності математичних моделей процесам в об'єктах дослідження

Під час розв'язання задачі синтезу математичної моделі об'єкта дослідження у нас обов'язково виникатиме запитання: «А чи є синтезована нами математична модель адекватною процесу, що протікає у цьому об'єкті?»

Як правило, відповідь на це запитання ми знаходимо на етапі ідентифікації структури моделі.

Наприклад, при практичній ідентифікації конкретного часового ряду авторегресійною моделлю (4.81), (4.82) потрібно починати розв'язання задачі з найпростішого варіанта, коли наступне значення часового ряду залежить лише від його зваженого попереднього значення та імпульсу білого шуму. Потім потрібно розглянути варіант, коли наступне значення часового ряду залежить від двох зважених попередніх значень та імпульсу білого шуму. Потім, якщо виникне потреба, розглянути варіант, коли наступне значення часового ряду залежить від трьох зважених попередніх значень та імпульсу білого шуму. За цим алгоритмом розглядаються і наступні варіанти.

Завершувати процедуру ідентифікації потрібно або тоді, коли в результаті застосування виразу (5.51) почнемо отримувати числа, що мало відріз-

нятимуться між собою, або коли отримаємо варіант, за яким сума квадратів відхилень прогнозованих регресійною моделлю значень часового ряду $y[k]$ від реальних $y^*[k]$ буде меншою від сусідніх по обидва боки.

За першим варіантом як адекватну процесу авторегресійну модель беремо ту модель, що передре моделі, для якої за виразом (5.51) отримаємо значення дисперсії білого шуму, що не відрізнятиметься від попереднього значення в межах заданої похибки.

За другим варіантом як адекватну процесу авторегресійну модель беремо ту модель, для якої виконується умова

$$\frac{1}{k} \sum_{l=1}^k (y[l] - y^*[l])^2 = \min. \quad (5.82)$$

Як другий приклад забезпечення адекватності, повернувшись до задачі ідентифікації математичної моделі у вигляді перехідної характеристики $h(t)$ об'єкта дослідження, розглянутого в пункті 5.6.2, додамо в алгоритм її розв'язання ще один етап, який реалізовуватимемо одразу ж після розв'язання системи рівнянь (5.80) і який сформулюємо так: після ідентифікації параметрів шляхом розв'язання відповідної системи рівнянь типу (5.80) у діапазоні $0,1v_{yctm} \leq v(t) \leq 0,5v_{yctm}$ для усіх знайдених апроксимацій $h_i(t)$, $i = \overline{1, r}$ потрібно, скориставшись кількома (наприклад, M) точками вищевказаного діапазону з індексом l , розрахувати середній квадрат Δ_i похибки апроксимації за виразом

$$\Delta_i = \frac{1}{M} \sum_{l=1}^M (v_l^* - h(t_l))^2, \quad i = \overline{1, r}, \quad (5.83)$$

де v_l^* – значення перехідної характеристики, взяті з експериментального графіка (див. рис. 18), а $h(t_l)$ – значення цієї характеристики, обчислені за апроксимувальним виразом.

Те з чисел $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_r$, яке буде найменшим і визначатиме адекватну, тобто найкращу апроксимацію перехідної характеристики $h(t)$ лінійної частини динамічного об'єкта за критерієм мінімуму суми квадратів похибок на «свіжих» точках.

Цілком очевидно, що і етап ідентифікації стохастичного об'єкта дослідження за допомогою Фур'є-інтегрального методу, запропонованого у підрозділі 5.4 з використанням алгоритму, заданого співвідношеннями (5.38), (5.39), теж заслуговує на те, щоб бути віднесеним до засобів забезпечення адекватності отриманої з його застосуванням математичної моделі.

5.10 Приклади розв'язання задач ідентифікації моделей з використанням програм, складених мовою Python

Програма мовою Python для розв'язання задач, пов'язаних з використанням прямого оператора Лапласа для трансформації функцій $f(t)$ дійсної змінної t на комплексну площину у вигляді функцій $F(p)$ комплексної змінної p

(Програма 1)

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import *
In [3]: t = symbols ('t')
In [4]: p = symbols ('p')

In [5]: f = Function ('f')(t)
In [6]: F = Function ('F')(p)
In [7]: f = t

In [8]: f1 = f*exp(-p*t)
In [9]: F1 = integrate (f1,(t,0,oo))
In [10]: F1
Out[10]:
Piecewise((p**(-2), Abs(arg(p)) < pi/2),
(Integral(t*exp(-p*t), (t, 0, oo)), True))
In [11]: K = ((p**(-2), Abs(arg(p)) < pi/2),
(Integral(t*exp(-p*t), (t, 0, oo)), True))
In [12]: K[0]
Out [12]: (p**(-2), Abs(arg(p)) < pi/2)
In [13]: K[0][0]
Out [13]: p**(-2)
In [14]: F = K[0][0]
In [15]: print(F)
Out[15]: p**(-2)
In [16]: f2 = exp (- 2*t)
In [17]: f3 = f2*exp(-p*t)
In [18]: F3 = integrate (f3,(t,0,oo))
In [19]: F3
Out[19]:
Piecewise(((1/(2*(p/2 + 1)), Abs(arg(p)) \
<= pi/2),2*Abs(arg(p + 2)) < pi), \
(Integral(exp(-2*t)*exp(-p*t), (t, 0, oo)), \
True)))
In [20]: K1 = ((1/(2*(p/2 + 1)), Abs(arg(p)) \
<= pi/2), (Integral(exp(-2*t)*exp(-p*t), \
(t, 0, oo)), True))
In [21]: K1[0]
Out [21]: (1/(2*(p/2 + 1)), Abs(arg(p)) \
<= pi/2)
In [22]: K1[0][0]
Out [22]: 1/(p+2)
In [23]: F2 = K1[0][0]
In [24]: print(F2)
Out[24]: 1/(p+2)
In [25]: f4 = f*f2*exp(-p*t)
In [26]: F5 = integrate (f4,(t,0,oo))
In [27]: F5
Out [27]:
Piecewise(((1/(4*(p/2 + 1)**2),Abs(arg(p)) \
<= pi/2),(Integral(t*exp(-2*t)*exp(-p*t),\
(t, 0, oo)), True))
In [28]: K2 = ((1/(4*(p/2 + 1)**2),Abs(arg(p)) \
<= pi/2),(Integral(t*exp(-2*t)* \
exp(-p*t), (t, 0, oo)), True))
In [29]: K2[0]
Out [29]: (1/(4*(p/2 + 1)**2),Abs(arg(p)) \
<= pi/2)
In [30]: K2[0][0]
Out [30]: 1/(p+2)**2
In [31]: F4 = K2[0][0]
In [32]: print(F4)
Out[32]: 1/(p+2)**2
In [33]: f5 = f*f2*sin(3*t)
In [34]: f6 = f5*exp(-p*t)
In [35]: F6 = integrate(f6,(t,0,oo))
In [36]: F6
Out[36]:
Piecewise(((6/((1+9/(p + 2)**2)**2*(p+2)**3), \
2*Abs(arg(p + 2)) < pi),(Integral(t*exp(-2*t)* \
exp(-p*t)*sin(3*t), (t, 0, oo))True))
In[37]:K3 = ((6/((1+9/(p+2)**2)**2 \
*(p + 2)**3), 2*Abs(arg(p + 2)) < pi), \
(Integral(t*exp(-2*t)*exp(-p*t) \
*sin(3*t), (t,0,oo)), True))
In [38]: K3[0]
Out [38]: ((6/((1 + 9/(p+2)**2)**2*(p+2)**3), \
2*Abs(arg(p+2))< pi))
In [39]: K3[0][0]
```

```
Out [39]: 6/((1+9/(p+2)**2)**2*(p+2)**3)
In [40]: F7 = K3[0][0]
In [41]: print(F7)
```

```
Out[41]:
6/((1 + 9/(p + 2)**2)**2*(p + 2)**3)
```

Кінець програми 1

Програма мовою Python для розв’язання задач, пов’язаних з використанням оператора Фур’є для визначення частотних характеристик об’єкта дослідження з передаточною функцією

$$W(p) = \frac{4p^2 + p + 5}{p^3 + 2p^2 + 5p + 1},$$

в якій комплексна змінна p задається виразом $p = u + jv$, де $j = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця

(Програма 2)

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: p = symbols ('p')
In [4]: a = symbols ('a:3');a
Out[4]: (a0, a1, a2)
In [5]: b = symbols ('b:4');b
Out[5]: (b0, b1, b2, b3)
In [6]: f1 = Function ('f1')(p)
In [7]: f2 = Function ('f2')(p)
In [8]: W = Function ('W')(p)
In [9]: f1 = sum([a[i]*p**i for i in range(3)]);f1
Out[9]:
a0 + a1*p + a2*p**2
In [10]: f2 = sum([b[i]*p**i for i in range(4)]);f2
Out[10]:
b0 + b1*p + b2*p**2 + b3*p**3
In [11]: W = f1/f2;W
Out[11]:
(a0 + a1*p + a2*p**2)/(b0 + b1*p +
b2*p**2 + b3*p**3)
In [12]: f11 = Function ('f11')(p)
In [13]: f22 = Function ('f22')(p)
In [14]: f11 = f1.subs([(a[0],5),(a[1],1),\
(a[2],4)]);f11
Out[14]:
4*p**2 + p + 5
In [15]: f22 = f2.subs([(b[0],1),(b[1],5),\
(b[2],2),(b[3],1)]);f22
Out[15]:
p**3 + 2*p**2 + 5*p + 1
In [16]: W = f11/f22;W
Out[16]:
(4*p**2 + p + 5)/(p**3 + 2*p**2 + 5*p + 1
In [17]: v = symbols ('v',real=True)
```

```
In [18]: f111 = Function ('f111')(v)
In [19]: f222 = Function ('f222')(v)
In [20]: expr1=f11
In [21]: f111 = expr1.subs (p,v*I);f111
Out[21]:
-4*v**2 + I*v + 5
In [22]: expr2=f22
In [23]: f222 = expr2.subs(p,v*I);f222
Out[23]:
-I*v**3 - 2*v**2 + 5*I*v + 1
In [24]: W1 = Function ('W1')(v)
In [25]: W1 =f111/f222;W1
Out[25]:
(-4*v**2 + I*v + 5)/(-I*v**3 - \
2*v**2 + 5*I*v + 1)
In [26]: f1111 = Function ('f1111')(v)
In [27]: f1111 = collect(f1111,I);f1111
Out[27]:
-4*v**2 + I*v + 5
In [28]: f2222 = Function ('f2222')(v)
In [29]: f2222 = collect(f222,I);f2222
Out[29]:
-2*v**2 + I*(-v**3 + 5*v) + 1
In [30]: h2222 = conjugate(f2222);h2222
Out[30]:
-2*v**2 - I*(-v**3 + 5*v) + 1
In [31]: fh = Function ('fh')(v)
In [32]: fh = f2222*h2222;fh
Out[32]:
(-2*v**2 - I*(-v**3 + 5*v) + 1)*\
(-2*v**2 + I*(-v**3 + 5*v) + 1)
In [33]: fhh = Function ('fhh')(v)
In [34]: fhh = expand(fh);fhh
Out[34]:
```

```

v**6 - 6*v**4 + 21*v**2 + 1
In [35]: fhf = Function ('fhf')(v)
In [36]: fhf = f1111*h2222;fhf
Out[36]:
(-4*v**2 + I*v + 5)*(-2*v**2 - \
I*(-v**3 + 5*v) + 1)
In [37]: fhfh = Function ('fhfh')(v)
In [38]: fhfh = expand (fhf);fhfh
Out[38]:
-4*I*v**5 + 7*v**4 + 23*I*v**3 - \
9*v**2 - 24*I*v + 5
In [39]: fhhf = Function ('fhhf')(v)
In [40]: fhhf = collect (fhfh,I);fhhf
Out[40]:
7*v**4 - 9*v**2 + I*(-4*v**5 + \
23*v**3 - 24*v) + 5
In [41]: W1 = fhhf/ffhh;W1
Out[41]:
(7*v**4 - 9*v**2 + I*(-4*v**5 + \
23*v**3 - 24*v) + 5)/(v**6 - \
6*v**4 + 21*v**2 + 1)
In [42]: D = Function ('D')(v)
In [43]: D = re(W1);D
Out[43]:
(7*v**4 - 9*v**2 + 5)/(v**6 - \
6*v**4 + 21*v**2 + 1)

```

```

In [44]: U = Function ('U')(v)
In [45]: U = im(W1);U
Out[45]:
(-4*v**5 + 23*v**3 - 24*v)/(v**6 \
-6*v**4 + 21*v**2 + 1)
In [46]: A = Function ('A')(v)
In [47]: A = Abs(W1);A
Out[47]:
sqrt(16*v**10 - 135*v**8 + \
595*v**6 - 953*v**4 + 486*v**2 \
+ 25)*Abs(1/(v**6 - 6*v**4 + 21*v**2 + 1))
In [48]: Faz = Function ('Faz')(v)
In [49]: Faz = arg(W1);Faz
Out[49]:
arg((7*v**4 - 9*v**2 + I*v*(-4*\
v**4 + 23*v**2 - 24) + 5)/(v**6 \
-6*v**4 + 21*v**2 + 1))
In [50]: Faz = atan(U/D);Faz
Out[50]:
atan((-4*v**5 + 23*v**3 - \
24*v)/(7*v**4 - 9*v**2 + 5))
In [51]: from sympy.plotting import plot
In [52]: plot(A,(v,0,10))
Out[52]: <sympy.plotting.plot.Plot at \
0x15bd2205310>

```

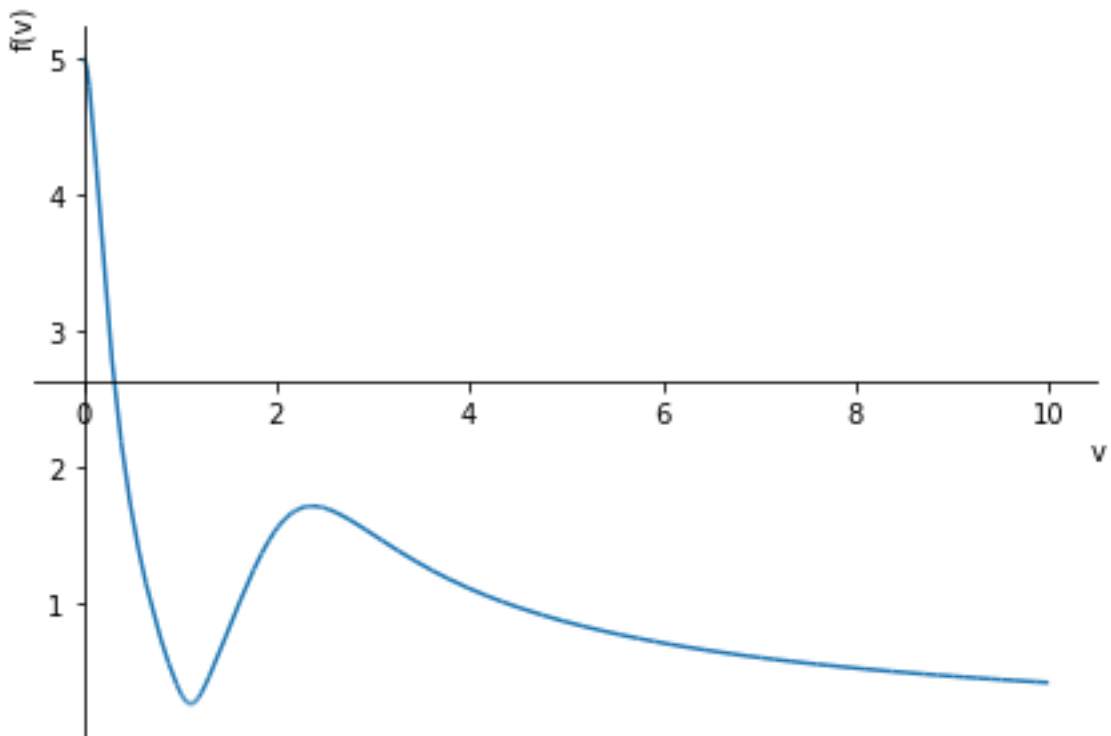


Рисунок 21 – Графік амплітудної частотної характеристики об'єкта

In [53]: plot(Faz,(v,0,10))
 Out[53]: <sympy.plotting.plot.Plot at 0x15bd2205760>

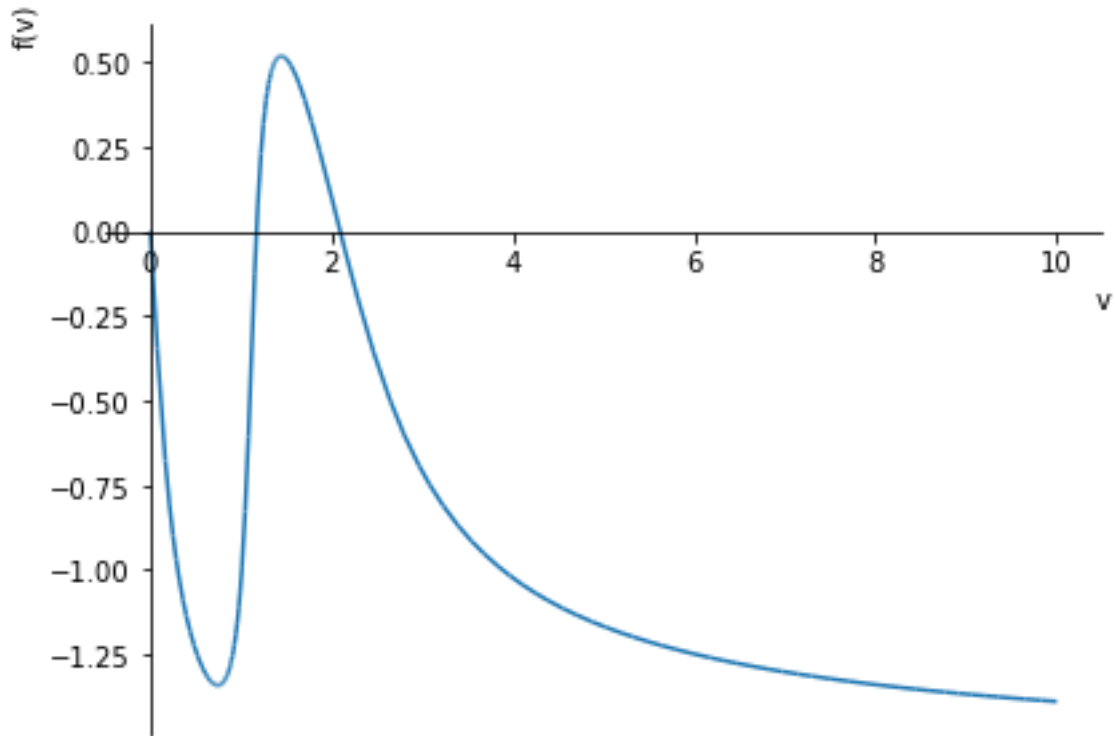


Рисунок 22 – Графік фазової частотної характеристики об'єкта

Кінець програми 2

Програма мовою Python для розв'язання задач, пов'язаних з перетворенням диференціального рівняння

$$a_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_2 \frac{d^2 x}{dt^2} + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

в різницеве рівняння

$$c_0 y[k] + c_1 y[k-1] + c_2 y[k-2] + c_3 y[k-3] = d_0 x[k] + d_1 x[k-1] + d_2 x[k-2]$$

та Z-зображення цього різницевого рівняння у вигляді

$$Y(z) = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2}}{c_0 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + c_3 z^{-3}} X(z)$$

(Програма 3)

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: y = symbols('y:4')
In [4]: L1 = list(y);L1
Out[4]: [y0, y1, y2, y3]
In [5]: y0=L1[0];y1=L1[1];y2=L1[2]; \
        y3=L1[3]
```

```
In [6]: T = symbols('T')
In [7]: h = Function('h:6')(y)
In [8]: h0 = y0-y1
In [9]: h1 = h0/T
In [10]: h2 = y0-2*y1+y2
In [11]: h3 = h2/T**2
In [12]: h4 = y0-3*y1+3*y2-y3
```



```

In [13]: h5 = h4/T**3
In [14]: a = symbols('a:4')
In [15]: L2 = list(a);L2
Out[15]: [a0, a1, a2, a3]
In [16]: a0 = L2[0]; a1 = L2[1]; \
          a2 = L2[2]; a3 = L2[3]
In [17]: lsr = Function('lsr:5')(y)
In [18]: lsr0 = a3*h5+a2*h3+a1*h1+ \
          a0*y0; lsr0
Out[18]:
a0*y0 + a1*(y0 - y1)/T + \
a2*(y0 - 2*y1 + y2)/T**2 + a3*(y0 - \
3*y1 + 3*y2 - y3)/T**3
In [19]: lsr1=lsr0.expand();lsr1
Out[19]:
a0*y0 + a1*y0/T - a1*y1/T + \
a2*y0/T**2 - 2*a2*y1/T**2 + \
a2*y2/T**2 + a3*y0/T**3 - \
3*a3*y1/T**3 + 3*a3*y2/T**3 - \
a3*y3/T**3
In [20]: lsr2=lsr1.collect(y0);lsr2
Out[20]:
y0*(a0 + a1/T + a2/T**2 + \
a3/T**3) - a1*y1/T - 2*a2*y1/T**2 + \
a2*y2/T**2 - 3*a3*y1/T**3 + \
3*a3*y2/T**3 - a3*y3/T**3
In [21]: lsr3=lsr2.collect(y1);lsr3
Out[21]:
y0*(a0 + a1/T + a2/T**2 + a3/T**3) + \
y1*(-a1/T - 2*a2/T**2 - 3*a3/T**3) + \
a2*y2/T**2 + 3*a3*y2/T**3 - a3*y3/T**3
In [22]: lsr4=lsr3.collect(y2);lsr4
Out[22]:
y0*(a0 + a1/T + a2/T**2 + a3/T**3) + \
y1*(-a1/T - 2*a2/T**2 - 3*a3/T**3) + \
y2*(a2/T**2 + 3*a3/T**3) - a3*y3/T**3
In [23]: c = symbols('c:4')
In [24]: L11 = lsr4.as_ordered_terms( ); L11
Out[24]:
[y0*(a0 + a1/T + a2/T**2 + a3/T**3), \
y1*(-a1/T - 2*a2/T**2 - 3*a3/T**3), \
y2*(a2/T**2 + 3*a3/T**3), -a3*y3/T**3]
In [25]: c0 = L11[0]/y0;c0
Out[25]:
a0 + a1/T + a2/T**2 + a3/T**3
In [26]: c1 = L11[1]/y1;c1
Out[26]:
a1/T - 2*a2/T**2 - 3*a3/T**3

```

```

In [27]: c2 = L11[2]/y2;c2
Out[27]:
a2/T**2 + 3*a3/T**3
In [28]: c3 = L11[3]/y3;c3
Out[28]:
-a3/T**3
In [29]: Y = symbols('Y:4');Y
Out[29]: (Y0, Y1, Y2, Y3)
In [30]: L111=list(Y);L111
Out[30]: [Y0, Y1, Y2, Y3]
In [31]: Y0=L111[0];Y1=L111[1]; \
          Y2=L111[2];Y3=L111[3]
In [32]: z = symbols('z')
In [33]: Y1=z**(-1)*Y0
In [34]: Y2=z**(-2)*Y0
In [35]: Y3=z**(-3)*Y0
In [36]: Q = Function('Q')(z)
In [37]: Q=c0*Y0+c1*Y1+c2*Y2+ \
          c3*Y3;Q
Out[37]:
Y0*(a0 + a1/T + a2/T**2 + \
a3/T**3) + Y0*(-a1/T - 2*a2/T**2 - \
3*a3/T**3)/z**2 - Y0*a3/(T**3*z**3)
In [38]: F2=Function('F2')(z)
In [39]: F2=Q.subs(Y0,1);F2
Out[39]:
a0 + (-a1/T - 2*a2/T**2 - \
3*a3/T**3)/z + (a2/T**2 + \
3*a3/T**3)/z**2 + a1/T + a2/T**2 \
+ a3/T**3 - a3/(T**3*z**3)
In [40]: a0=4;a1=8;a2=4;a3=1
In [41]: T=0.5
In [42]: d11=dict({"T":0.5});d11
Out[42]: {'T': 0.5}
In [43]: F21=F2.subs([(L2[0],4), \
(L2[1],8),(L2[2],4), (L2[3],1)]);F21
Out[43]:
4 + (-8/T - 8/T**2 - 3/T**3)/z + \
(4/T**2 + 3/T**3)/z**2 + 8/T + \
4/T**2 + T**(-3) - 1/(T**3*z**3)
In [44]: F22=F21.subs({"T":0.5}); F22
Out[44]:
44.0 - 72.0/z + 40.0/z**2 - 8.0/z**3
In [45]: x = symbols('x:3')
In [46]: L3 = list(x);L3
Out[46]: [x0, x1, x2]
In [47]: x0=L3[0];x1=L3[1]; x2=L3[2]
In [48]: T1 = symbols('T1')

```

```

In [49]: m = Function('m:4')(x)
In [50]: m0 = x0-x1
In [51]: m1 = m0/T1
In [52]: m2 = x0-2*x1+x2
In [53]: m3 = m2/T1**2
In [54]: b = symbols('b:3')
In [55]: L4 = list(b);L4
Out[55]: [b0, b1, b2]
In [56]: b0 = L4[0]; b1 = L4[1]; \
b2 = L4[2]
In [57]: psr = Function('psr:4')(x)
In [58]: psr0 = b2*m3+b1*m1+ b0*x0; psr0
Out[58]:
b0*x0 + b1*(x0 - x1)/T1 + \
b2*(x0 - 2*x1 + x2)/T1**2
In [59]: psr1=psr0.expand();psr1
Out[59]:
b0*x0 + b1*x0/T1 - b1*x1/T1 + \
b2*x0/T1**2 - 2*b2*x1/T1**2 + \
b2*x2/T1**2
In [60]: psr2=psr1.collect(x0);psr2
Out[60]:
x0*(b0 + b1/T1 + b2/T1**2) - \
b1*x1/T1 - 2*b2*x1/T1**2 + \
b2*x2/T1**2
In [61]: psr3=psr2.collect(x1);psr3
Out[61]:
x0*(b0 + b1/T1 + b2/T1**2) + \
x1*(-b1/T1 - 2*b2/T1**2) + \
b2*x2/T1**2
In [62]: d = symbols('d:3')
In [63]: L33=psr3.as_ordered_terms( ); \
L33
Out[63]: [x0*(b0 + b1/T1 + \
b2/T1**2), x1*(-b1/T1 - \
2*b2/T1**2), b2*x2/T1**2]
In [64]: d0 = L33[0]/x0;d0
Out[64]:
b0 + b1/T1 + b2/T1**2
In [65]: d1 = L33[1]/x1;d1
Out[65]:
-b1/T1 - 2*b2/T1**2
In [66]: d2 = L33[2]/x2;d2
Out[66]:
b2/T1**2
In [67]: X = symbols('X:3');X
Out[67]: (X0, X1, X2)
In [68]: L333=list(X); L333
Out[68]: [X0, X1, X2]
In [69]: X0=L333[0];X1=L333[1]; \
X2=L333[2]
In [70]: X1=z**(-1)*X0
In [71]: X2=z**(-2)*X0
In [72]: Q1 = Function('Q1')(z)
In [73]:Q1=d0*X0+d1*X1+d2*X2; Q1
Out[73]:
X0*(b0 + b1/T1 + b2/T1**2) + \
X0*(-b1/T1 - 2*b2/T1**2)/z + \
X0*b2/(T1**2*z**2)
In [74]: F222=Function('F222')(z)
In [75]: F222=Q1.subs(X0,1);F222
Out[75]:
b0 + (-b1/T1 - 2*b2/T1**2)/z + \
b1/T1+b2/T1**2+b2/(T1**2*z**2)
In [76]: b0=4;b1=2;b2=1
In [77]: T1=0.5
In [78]: d22=dict({"T1":0.5});d22
Out[78]: {'T1': 0.5}
3*a3/T**3)/z + Y0*(a2/T**2 + \
In [79]: F2222=\
F222.subs([(L4[0],4), \
(L4[1],2),(L4[2],1)]);F2222
Out[79]:
4 + (-2/T1 - 2/T1**2)/z + 2/T1 + \
T1**(-2) + 1/(T1**2*z**2)
In [80]:F22222=F2222.subs({"T1": 0.5});\
F22222
Out[80]:
12.0 - 12.0/z + 4.0/z**2
In [81]: W = Function('W')(z)
In [82]: W = F22222/F1111;W
Out[82]:
(12.0 - 12.0/z + 4.0/z**2)/(44.0 - \
72.0/z+ 40.0/z**2 - 8.0/z**3)

```

Кінець програми 3

РОЗДІЛ 6

ОСОБЛИВОСТІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ТА ПРОЦЕДУР ОБРОБКИ ЙОГО РЕЗУЛЬТАТІВ

6.1 Експеримент як спосіб створення бази даних

В процесі синтезу математичних моделей об'єктів дослідження на стадії їх ідентифікації виникає необхідність в поточній інформації про числові значення вхідного і вихідного сигналів цих об'єктів, яку можна отримати або заміряючи і фіксуючи фізичні носії цих сигналів протягом якогось відривку часу, не втручаючись у процес функціонування об'єкта, або подаючи на об'єкт вхідні сигнали певної, заздалегідь узгодженої форми та заміряючи і фіксуючи реакцію об'єкта на ці «рукотворні» сигнали.

У першому випадку прийнято говорити, що на об'єкті дослідження було поставлено пасивний експеримент, а у другому випадку говорять про активний експеримент

Очевидно, що пасивний експеримент є більш дешевим порівняно з активним і не впливає на випуск об'єктом дослідження готової продукції, але інформація, яка отримується з його допомогою, має звужений діапазон і не дає впевненості, що математичні моделі, отримані з її використанням, залишаться адекватними процесам в об'єкті і за межами цього діапазону.

Що ж до активного експерименту, то у зв'язку з необхідністю отримання інформації про реакцію об'єкта на вхідний сигнал заданої форми, чого не можна досягти, попередньо не відключивши об'єкт, а також у зв'язку з необхідністю вимірювання і фіксації перехідних процесів від пуску об'єкта до його виходу на заданий режим, такий експеримент буде коштувати дорожче порівняно з пасивним експериментом, а частина продукції об'єкта, отриманої під час активного експерименту, не відповідатиме критеріям якості. Однак інформація, яка отримується в процесі активного експерименту, має набагато ширший, а часто і максимально допустимий діапазон значень, на якому ґрунтується впевненість у тому, що математичні моделі, отримані з її використанням, залишаться адекватними процесам в об'єкті в усьому діапазоні функціонування цього об'єкта, починаючи від його задіяння в роботу і завершуючи режимами надномінальними у допустимих, з позицій безпеки, межах.

Що ж до етапів постановки експерименту для створення бази даних, то, виходячи з викладеного у підрозділі 1.4, вони є такими:

1-ий етап – це визначення цілеспрямованості експерименту та необхідності формування спеціальних зовнішніх впливів на об'єкт дослідження, тобто, чи достатньо лише пасивно спостерігати за процесами, які нас цікавлять, чи потрібно активно впливати на ці процеси;

2-ий етап – це розробка плану проведення експерименту;

3-й етап – це формування вимог до засобів вимірювання параметрів об'єктів і процесів при експериментальному дослідженні та вибір цих засобів;

4-ий етап – це безпосереднє проведення експерименту на об'єкті дослідження і фіксація його результатів;

5-ий етап – це обробка результатів експерименту.

На перших двох та четвертому етапах ми зупинитись не будемо, оскільки їх зміст визначається лише після конкретизації об'єкта дослідження і визначення мети, а тому кожному досліднику зміст цих етапів для експериментального створення бази даних доведеться визначати самостійно, виходячи з того, яка база даних потрібна і для чого. Про це ми поговоримо пізніше, коли розглядатимемо планування активних експериментів в задачах оптимізації процесів в об'єктах дослідження.

Тож у подальшому у цьому розділі зупинимось на розгляді лише 3-го та 5-го етапів, які є вирішальними при проведенні пасивного експерименту і які мають важливе значення і при проведенні активного експерименту.

6.2 Вимоги до засобів вимірювання параметрів об'єктів і процесів під час їх експериментального дослідження

Теорією і практикою вимірювання займається наука, яка називається метрологією. Саме на її сторінках прописано все, що пов'язано з методами, алгоритмами і засобами вимірювань, якими можуть бути як вимірювальні прилади, що лише вимірюють і фіксують в аналоговому чи цифровому вигляді ту величину, яка вимірюється, так і вимірювальні системи, які окрім вимірювальних приладів містять у своїй структурі ще й перетворювачі вимірюваних величин у форму чи на носії, більш зручні у подальшому використанні, та пристрої запам'ятовування вимірюваної величини у вигляді осцилограм, графічних зображень чи цифрової пам'яті.

Вимоги до засобів вимірювання теж прописані до деталей у курсі метрології. Ми з усієї множини цих вимог візьмемо і охарактеризуємо лише ті, які досліднику знадобляться при виборі цих засобів для вимірювання параметрів об'єктів і процесів під час їх експериментального дослідження.

І перше, на що потрібно звертати увагу при виборі засобів вимірювання, це відповідність їхнього сприймального органу вимірюваній величині та повне перекриття діапазоном показів засобу вимірювання діапазону можливих значень вимірюваної величини. Тобто, при виборі засобів вимірювання потрібно пам'ятати, що струм треба вимірювати амперметром, а напругу вольтметром, і що не можна вимірювати струм у лінії електропередачі, якщо він змінюється в межах від нуля до 250 А, безпосередньо амперметром, діапазон показів якого обмежується значенням струму у 100 А, як і не можна вимірювати напругу у вузлі електромережі, якщо вона може досягати 10 000 В, безпосередньо вольтметром з діапазоном показів в межах до 100 В.

І якщо у дослідника немає інших засобів вимірювання, тобто таких засобів, діапазон показів яких є не меншим діапазону значень вимірюваної величини, то наступним його кроком має бути розв'язання задачі узгодження цих діапазонів з використанням додаткових пристроїв, якими, наприклад, при вимірюванні струму можуть бути шунти чи трансформатори струму, через які проходить лише частина вимірюваного струму, а при вимірюванні напруги – масштабні перетворювачі у вигляді реостатних чи конденсаторних дільників або знижувальних трансформаторів напруги.

Наступне, на що потрібно звертати увагу при виборі засобів вимірювання, – це наявність можливості прив'язки результатів вимірювань кожним засобом вимірювання до плину часу і синхронного вмикання різних засобів вимірювання у процес вимірювання взаємопов'язаних величин від одного таймера. Без цього досліднику не вдасться ні обчислити коефіцієнт взаємної кореляції між цими величинами, ні, тим паче, розрахувати їхню взаємну кореляційну функцію.

Але чи не найголовнішою вимогою до засобу вимірювання є забезпечення ним достатньої точності вимірювань, якою характеризується ступінь наближення показів засобу вимірювання y_e до дійсного значення вимірюваної величини y_d і яка визначається через свого антагоністичного двійника – похибку вимірювання ε , яку визначають або у абсолютному вимірі ε_a , або у відносному ε_e за допомогою співвідношень:

$$\varepsilon_a = y_e - y_d, \quad (6.1)$$

$$\varepsilon_e = \frac{y_e - y_d}{y_d}. \quad (6.2)$$

Потрібно відзначити, що, помноживши вираз (6.2) на 100%, ми отримуємо значення відносної похибки у процентах. Саме через виражену у процентах відносну похибку позначають класи точності засобів вимірювання. Наприклад, якщо відносна похибка вимірювань, здійснюваних засобом вимірювання, не перевищує 1%, то такий засіб вимірювання відносять до 1-го класу точності.

Очевидно, що для підвищення точності засобу вимірювання потрібно зменшувати похибку ε , що виникає при вимірюванні ним. Ця похибка містить у собі дві складові – систематичну m_ε , що зумовлена конструкцією засобу вимірювання, структурою та фізичним процесом, покладеним в основу, і методом вимірювання, та випадкову (стохастичну) ε_c , що зумовлена впливом різноманітних факторів, які супроводжують процес вимірювання, з нульовим середнім. Як показав ще Гаус, похибка вимірювання ε , в силу великої кількості факторів, що зумовлюють її випадковість, та однаковості доз їх впливу, підпорядковується нормальному закону розподілу, який для густини ймовірностей має вигляд

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon - m_\varepsilon}{\sigma_\varepsilon} \right)^2}. \quad (6.3)$$

Якщо регулюванням «нуля» і чутливості засобу вимірювання досліднику вдається звести до нуля систематичну складову похибки вимірювання m_ε , то з виразу (6.3) матимемо

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma_\varepsilon \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_c}{\sigma_\varepsilon} \right)^2} = f(\varepsilon_c). \quad (6.4)$$

Забезпечення достатньої чутливості – це ще одна вимога, яка висувається до засобу вимірювання. Нагадаємо, що під чутливістю засобу вимірювання розуміють його здатність реагувати на зміну значень вимірюваної величини. Чутливість визначається шляхом ділення одиниці на найменше значення вимірюваної величини, яке може зафіксувати засіб вимірювання. В різних піддіапазонах шкали вимірювання засіб вимірювання може мати як однакову, так і різну чутливість. Як правило, засоби вимірювання мають орган регулювання не лише «нуля», а й їхньої чутливості у найбільш важливих діапазонах шкали.

Ще однією вимогою, яку має відповідати засіб вимірювання, є вимога забезпечення стабільності його показів при повторному вимірюванні одного і того ж значення вимірюваної величини. Стабільність характеризується величиною, оберненою до варіації показань ω_c , тобто до різниці між максимальним показом засобу вимірювання при вимірюванні одного і того ж значення вимірюваної величини і мінімальним. Очевидно, що чим меншою є варіація показів засобу вимірювання, тим вищою є його стабільність.

Ну і останньою обов'язковою вимогою до засобу вимірювання при прийнятті рішення про його використання в експериментальному дослідженні є наявність у нього свідоцтва чи клейма з непростроченим терміном про проходження цим засобом вимірювання повірки в спеціальній державній метрологічній організації, наділеній правом встановлювати відповідність засобів вимірювання нормативним вимогам кожні 1–2 роки залежно від їх класів точності та ступенів важливості величин, що ними вимірюються.

Завершити цей підрозділ ми хочемо нагадуванням про те, що в разі, коли досліднику доводиться самому створювати спеціальний вимірювальний стенд для фіксації величини, для якої немає стандартних засобів вимірювання, і в процесі налаштування стенда доводиться самому градувати шкалу вимірювань свого стенда, йому потрібно не забувати про те, що у процесі градування шкали для вимірювання проміжних величин потрібно використовувати лише повірені засоби вимірювання з непростроченим терміном повірки.

6.3 Обробка результатів експериментальних досліджень

Після завершення експерименту і отримання певної кількості числових значень вимірюваної величини y дослідник має знайти відповіді на 6 запитань, а саме:

1). Як, знаючи числові значення $y_i, i=1,2,\dots,N$ вимірюваної величини y , знайти найбільш імовірну оцінку m_y її дійсного значення y_0 та характеристики σ_y розкиду цих числових значень в околі найбільш імовірної оцінки?

2). В якому інтервалі $J_d^y = (a,b)$, який називають довірчим, і з якою імовірністю $P_d^y(a,b)$, яку теж називають довірчою, знаходиться дійсне значення y_0 вимірюваної величини за даного числа вимірювань?

3). Як переконатись у тому, що кількість N виміряних значень величини y є достатньою для визначення її оцінки m_y з точністю, не нижчою за даної?

4). Як переконатись у тому, що всі числові значення $y_{i,j}, i=1,2,\dots,N; j=1,2,\dots,M$ величини y , виміряної M засобами вимірювання одного класу точності або одним засобом, але в різних серіях вимірювань відносяться до однієї і тієї ж вибіркової сукупності $\{y_{ij}\}$ значень цієї величини, що в разі такого переконання дає право досліднику використовувати усю сукупність цих вимірів одночасно при обчисленнях оцінок числових характеристик цієї величини?

5). Як переконатись у тому, що між двома виміряними величинами, що пов'язані одним і тим же об'єктом дослідження, є лінійний чи нелінійний статистичний зв'язок у стаціонарному режимі функціонування цього об'єкта?

6). Як переконатись у тому, що емпірична крива, яка вибрана дослідником для апроксимації статистичної залежності між двома вимірюваними на одному об'єкті величинами, є адекватною існуючій між ними реальній статистичній залежності?

Відповіді на ці запитання дамо у тій же послідовності.

Математиком Чебишовим у свій час був сформульований закон великих чисел у вигляді

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - y_0 \right\} \rightarrow 1, \quad (6.5)$$

де $P\{\cdot\}$ – імовірність, звідки випливає, що дійсне значення вимірюваної величини y можна знайти з виразу

$$y_{\partial} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right\}, \quad (6.6)$$

а її оцінку m_y – з виразу

$$m_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i. \quad (6.7)$$

Як відомо з математичної статистики, розкид значень $y_i, i=1,2,\dots,N$ вимірюваної величини y в околі значення оцінки m_y її найбільш імовірного значення y_{∂} характеризується дисперсією, оцінку якої можна визначити з виразу

$$D_y = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - m_y)^2, \quad (6.8)$$

яка має розмірність квадрата вимірюваної величини, тож зручніше використовувати для характеристики розкиду вимірюваної величини не дисперсію, а корінь квадратний з неї, який називають середньоквадратичним відхиленням вимірюваної величини і позначають σ_y . Тож

$$\sigma_y = \sqrt{D_y}. \quad (6.9)$$

Потрібно нагадати, що у математичній статистиці до виразів, за якими визначають оцінки основних характеристик випадкових величин, висувають три обов'язкові вимоги – вони мають бути:

- 1) ефективними;
- 2) незміщеними,
- 3) переконливими.

1-а вимога означає, що, якщо існує декілька виразів для отримання числового значення оцінки випадкової величини, то обирати для розрахунків потрібно той вираз, який задаватиме цю оцінку з найменшою дисперсією.

2-га вимога означає, що при необмеженому збільшенні кількості вимірювань оцінка має за ймовірністю дійти до точного значення цієї величини. Саме з необхідності дотримуватись цієї вимоги у формулі (6.8) потрібно ділити не на N , а на $(N-1)$.

3-я вимога означає, що в разі її виконання оцінка наближається до точного значення характеристики випадкової величини неперервно, що дає право обірвати серію вимірювань, як тільки буде обрахована оцінка її характеристики з заданою точністю.

Тепер перейдемо до отримання відповідей на друге запитання, що стосується довірчих інтервалів і довірчих імовірностей для оцінок характеристик вимірюваної величини, яка вимірюється з похибками випадкового характеру.

Як ми уже відмічали раніше, ще Гаус довів, що похибки вимірювання значень $y_i, i = 1, 2, \dots, N$ величини y підпорядковуються нормальному розподілу (6.4). А це означає, що і сама вимірювана величина y , яка складається з її дійсного значення y_d і похибки ε у вимірі, незважаючи на можливість її підпорядкування в широкому діапазоні значень будь-якому закону розподілу, у вузькому діапазоні її вимірювання, теж підпорядковуватиметься нормальному закону розподілу (6.3), в якому замість ε потрібно підставити y , а замість $m_\varepsilon, \sigma_\varepsilon - m_y, \sigma_y$, тобто замість (6.3) потрібно розглядати

$$f(y) = \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y-m_y}{\sigma_y} \right)^2}. \quad (6.10)$$

Використовуючи (6.10), знайдемо, що

$$P\left\{(m_y - 2\sigma_y) < y_d < (m_y + 2\sigma_y)\right\} = \int_{m_y - 2\sigma_y}^{m_y + 2\sigma_y} \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y-m_y}{\sigma_y} \right)^2} dy = 0,95. \quad (6.11)$$

Вираз (6.11) читається так: з імовірністю 0,95 дійсне значення y_d вимірюваної величини y знаходиться в інтервалі $(m_y - 2\sigma_y, m_y + 2\sigma_y)$. Іншими словами, зі 100 значень вимірюваної величини в цей інтервал потраплять 95. Ця імовірність називається довірчою імовірністю і позначається $P_d^y(a, b)$, а цей інтервал називається довірчим інтервалом і позначається $J_d^y(a, b)$. Легко бачити, що довірчий інтервал є характеристикою точності вимірювання, а довірна імовірність є характеристикою достовірності вимірювання.

В загальному вигляді вираз (6.11) записується так:

$$P_d^y(a, b) = P(a < y_d < b), \quad (6.12)$$

а читається так: з довірчою імовірністю $P_d^y(a, b)$ дійсне значення y_d вимірюваної величини y знаходиться у довірчому інтервалі $J_d^y(a, b)$.

Як наслідок з цього твердження випливає інше твердження, а саме: якщо вибрана довірна імовірність і визначено довірчий інтервал з її вико-

ристанням, то усі значення вимірної величини, які не попадають у цей інтервал, можна відкинути як такі, що не є характерними для неї.

Якщо ж, за аналогією з (6.11), виконати визначення довірчої імовірності для довірчого інтервалу, розширеного ще на одне σ_y , то знайдемо, що

$$P\left\{(m_y - 3\sigma_y) < y_d < (m_y + 3\sigma_y)\right\} = \int_{m_y - 3\sigma_y}^{m_y + 3\sigma_y} \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y - m_y}{\sigma_y}\right)^2} dy = 0,997. \quad (6.13)$$

Із виразу (6.13) випливає, що всі значення нормально розподіленої вимірюваної величини y не мають виходити за межі смуги $y \pm 3\sigma_y$ з віссю симетрії на рівні m_y , а тому всі ті її вимірні значення, які виходять за межі цієї смуги, мають бути відкинуті і у подальших розрахунках не враховуватись, а всі ті оцінки, які були отримані попередньо з їх використанням, мають бути обчислені заново без забракованих вимірів.

У математичній статистиці зв'язок між довірчою імовірністю і довірчим інтервалом встановлюють з використанням інтегральної функції Лапласа

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{\theta^2}{2}} d\theta, \quad (6.14)$$

для якої складена повна таблиця значень (оскільки цей інтеграл не береться в квадратурах), що схематично має вигляд наведеного нижче скороченого варіанта таблиці значень інтегральної функції Лапласа, а повна таблиця наводиться в усіх підручниках з математичної статистики.

Скорочений варіант таблиці значень інтегральної функції Лапласа

t	0,00	0,05	0,10	...	3,0	4,0
$\Phi(t)$	0,0000	0,0399	0,0797	...	0,9973	0,9995

З використанням повної таблиці значень інтегральної функції Лапласа зв'язок між довірчою імовірністю і довірчим інтервалом виглядає так:

$$P_d^y(a, b) = P(a < y_d < b) = \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{b - m_y}{\sigma_y}\right) + \Phi\left(\frac{m_y - a}{\sigma_y}\right) \right], \quad (6.15)$$

де

$$\frac{b - m_y}{\sigma_y} = \frac{\mu_b}{\sigma_y} = t_b, \quad \frac{m_y - a}{\sigma_y} = \frac{\mu_a}{\sigma_y} = t_a. \quad (6.16)$$

Користуючись співвідношеннями (6.15), (6.16), при визначених оцінках m_y , σ_y і заданій довірчій імовірності можна визначити довірчий інтервал, тобто визначити точність вимірювання, а при заданому довірчому ін-

тервалі можна визначити довірчу імовірність, тобто встановити рівень достовірності, або, що одне і те ж, рівень вірогідності вимірювання.

Потрібно зазначити, що для симетричного відносно y_d довірчого інтервалу шириною 2ε вираз (6.15) можна переписати в іншому вигляді, а саме:

$$P(|m_y - y_d| < \varepsilon) = \Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma_y}\right) = \Phi(t_\beta) = \beta. \quad (6.17)$$

Із виразу (6.17) випливає, що

$$\varepsilon = t_\beta \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}}. \quad (6.18)$$

Тож, якщо задана довірна імовірність β , за повною таблицею значень інтегральної функції Лапласа знаходимо значення параметра t_β , підставляючи яке у вираз (6.18), визначаємо половину ε ширини довірчого інтервалу 2ε . У цьому випадку вираз для довірчого інтервалу матиме вигляд

$$J_{2\varepsilon}^y = \left(m_y - t_\beta \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}}, m_y + t_\beta \frac{\sigma_y}{\sqrt{n}}\right). \quad (6.19)$$

Як встановив англійський математик Госсет, знаходження довірчого інтервалу за заданою довірчою імовірністю з використанням повної таблиці інтегральної функції Лапласа дає гарні результати лише тоді, коли кількість значень вимірюваної величини перевищує 30. В разі ж, коли ця кількість є меншою 30, а особливо ж меншою 10, то кращий результат досягається, якщо використовувати розподіл запропонований Госсетом на початку 20-го століття і опублікований ним під псевдонімом Стьюдента, який для густини ймовірностей має вигляд

$$s(t, n) = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^{-\left(\frac{n}{2}\right)}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right) \sqrt{(n-1)\pi}}, \quad (6.20)$$

де $\Gamma(\bullet)$ – гамма-функція,

і який з довірчою імовірністю β пов'язаний співвідношенням

$$\beta(n) = \int_{-t_\beta}^{t_\beta} s(\theta, n) d\theta. \quad (6.21)$$

У повній таблиці Стьюдента, складеній за виразом (6.21), а нами нижче поданій схематично, за заданою довірчою імовірністю β і заданим числом

вимірів n легко знаходиться значення параметра t_β , підстановка якого у вираз (6.19) дозволяє визначити довірчий інтервал за заданою довірчою імовірністю.

Схематично задана таблиця Стьюдента

$\beta \backslash n-1$	0,1	0,2	...	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	0,158	0,325						
2	0,142	0,289						
3								
⋮								
29								
30								
40								
60								
120							2,62	3,37
∞							2,58	3,29

Повністю заповнену таблицю Стьюдента можна знайти у будь-якому навчальному посібнику з математичної статистики.

Довірчий інтервал можна визначати не лише для дійсного значення вимірюваної величини y , але й для дійсного значення σ_d^2 дисперсії цієї вимірюваної величини з використанням її статистичної оцінки σ_y^2 , користуючись виразом

$$P\left(\frac{(n-1)\sigma_y^2}{\chi_2^2} < \sigma_d^2 < \frac{(n-1)\sigma_y^2}{\chi_1^2}\right) = \beta, \quad (6.22)$$

та застосовуючи запропонований Пірсоном χ^2 -розподіл, якому підпорядкована випадкова величина $\frac{(n-1)\sigma_y^2}{\sigma_d^2}$ з числом степенів свободи $k = n - 1$,

та враховуючи те, що

$$P(\chi_1^2) = \frac{1 + \beta}{2}, \quad (6.23)$$

$$P(\chi_2^2) = \frac{1 - \beta}{2}, \quad (6.24)$$

у такій послідовності: спочатку, задавшись довірчою імовірністю β , здійснимо підрахунки за виразами (6.23), (6.24), потім на основі цих підрахунків та повної таблиці χ^2 -розподілу Пірсона, яка є у будь-якому підручнику з математичної статистики та яка має вигляд, наведений нами нижче у

схематичному варіанті, знайдемо числові значення χ_1^2 , χ_2^2 , підставивши які у вираз

$$J_D(a,b) = \left(\frac{(n-1)\sigma_y^2}{\chi_2^2}, \frac{(n-1)\sigma_y^2}{\chi_1^2} \right), \quad (6.25)$$

отримаємо значення меж довірчого інтервалу для оцінювання дисперсії вимірюваної величини, який характеризуватиме точність її розрахунку за експериментальними даними з використанням виразу (6.8).

Схематичний варіант таблиці χ^2 -розподілу Пірсона

$q \backslash P$	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	...	0,1	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,000	0,001									
2	0,020	0,040									
⋮											
29										49,6	58,3
30										50,9	59,7

Потрібно вказати, що χ^2 -розподіл був розроблений Пірсоном для перевірки гіпотез про можливість вирівнювання гістограми вимірюваної величини певним теоретичним законом розподілу, а тому число степенів свободи k у ньому у загальному випадку визначається різницею між числом розрядів q у гістограмі та числом параметрів λ , якими задається теоретичний закон розподілу (для нормального закону розподілу таких параметрів два – m_y, σ_y). Тож цілком очевидно, що для оцінювання довірчого інтервалу для дисперсії за допомогою розподілу Пірсона

$$P(\chi^2, k) > \alpha = 1 - \Phi(t_\beta) \quad (6.26)$$

потрібно покласти: $q = n$, $\lambda = 1$, адже у цьому випадку кожен вимір – це один розряд і теоретичний параметр теж тільки один.

Але потрібно вказати ще й те, що довірчий інтервал для дисперсії в практичних розрахунках обчислюється лише у тих випадках, коли математична модель стохастичного процесу містить в собі дисперсію чи середньоквадратичне відхилення як один із явних параметрів. Якщо ж модель замкнута лише на оцінювання математичного очікування цього процесу, то необхідності в обчисленні довірчого інтервалу для дисперсії немає, оскільки він в неявній формі уже враховується при обчисленні оцінки довірчого інтервалу для дійсного значення вимірюваної величини.

Тепер перейдемо до пошуку відповіді на запитання про те, як переко-
натись, що кількість N_d вимірних значень величини y є достатньою для
визначення її оцінки m_y з точністю, не нижчою заданої шириною довірчо-
го інтервалу у 2ε .

Повернемося до виразів (6.17), (6.18).

Задаючись значенням довірчої імовірності на рівні β , ми на підставі
виразу (6.17) з повної таблиці Стьюдента знайдемо цілий стовпець число-
вих значень параметра t_β , кожному з яких відповідатиме конкретне зна-
чення числа вимірів n величини y , тобто, отримаємо цілком визначену ре-
шітчасту функцію

$$t_\beta = f_1[n]. \quad (6.27)$$

А з рівності (6.18) легко отримати вираз, з якого випливає, що

$$t_\beta = \frac{\varepsilon}{\sigma_y} \sqrt{n} = f_2[n]. \quad (6.28)$$

Як видно навіть зі схематичного варіанта таблиці Стьюдента, решітча-
ста функція $f_1[n]$ є спадною, а як видно з формули (6.28), решітчаста фун-
кція $f_2[n]$ є наростаючою, тому їхні неперервні обвідні завжди мають точ-
ку перетину з абсцисою n_\bullet . Тож очевидним є той факт, що

$$N_d = (\text{ціла частина } n_\bullet) + 1. \quad (6.29)$$

І якщо ми визначали оцінки m_y , σ_y , використовуючи кількість вимірів
величини y , не меншу тієї, що визначається виразом (6.29), то наші розра-
хунки виконані в межах заданої точності і заданої достовірності. Якщо ж
кількість вимірів, яку ми використовували для визначення оцінок m_y , σ_y ,
виявилась меншою від тієї, що задається виразом (6.29), то для отримання
заданої точності і достовірності розрахунків потрібно використовувати да-
ні додатково проведеного експерименту, кількість вимірів у якому є не ме-
ншою тієї, що визначається виразом (6.29).

Тепер перейдемо до пошуку відповіді на четверте запитання: «Як пе-
реконатись у тому, що усі числові значення $y_{ij}, i = 1, 2, \dots, N; j = 1, 2, \dots, M$ ве-
личини y , вимірної M засобами вимірювання одного класу точності або
одним засобом, але в різних серіях вимірювань, належать до однієї і тієї ж
вибіркової сукупності $\{y_{ij}\}$ значень цієї величини?» Іншими словами, як
перевірити відтворюваність дослідів, проведених в однакових умовах у
один і той же час різними засобами вимірювання одного класу точності,
або проведені в однакових умовах у різний час одним і тим же засобом ви-
мірювання.

Для цього потрібно використати критерій Кохрена, застосувавши його згідно з нижчевикладеним алгоритмом:

1. Для кожного j -го дослідів ($j = 1, 2, \dots, M$), в якому зроблено N вимірів, визначаємо оцінку m_j^y дійсного значення вимірюваної величини y та оцінку її дисперсії D_j^y за виразами:

$$m_j^y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_{ij}, \quad (6.30)$$

$$D_j^y = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_{ij} - m_j^y)^2. \quad (6.31)$$

2. З визначених за виразом (6.31) числових значень оцінок дисперсії D_j^y формуємо послідовність $\{D_j^y\}$, $j = 1, 2, \dots, M$, для якої визначаємо суму членів $\sum D_j^y$ та член з максимальним значенням D_{\max} :

$$\sum D_j^y = \sum_{j=1}^M D_j^y, \quad (6.32)$$

$$D_{\max} = \max \{D_j^y\}. \quad (6.33)$$

3. Формуємо розрахункове значення показника Кохрена у вигляді

$$K_{Kp} = \frac{D_{\max}}{\sum D_j^y}. \quad (6.34)$$

4. За повною таблицею Кохрена, схематичний варіант якої наведено нижче, і яка складена Кохреном для значення довірчої імовірності $P_d = 0,95$ та значення M в межах від 2 до 120 і значення $N-1$ в межах від 1 до 36, визначаємо для наших конкретних значень M , N граничне значення K_{Kp}^{Γ} показника Кохрена.

5. Якщо

$$K_{Kp} \leq K_{Kp}^{\Gamma}, \quad (6.35)$$

то дослідів на даному об'єкті при дотриманні однакових умов відтворюються в межах заданої довірчої імовірності у повному обсязі, і усі виміри в усіх дослідів є складовими однієї послідовності $\{y_{ij}\}$, $i = 1, 2, \dots, N$; $j = 1, 2, \dots, M$, для якої будуть справедливими оцінки:

$$m_y = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M y_{ij}, \quad (6.36)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{(M-1)(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (y_{ij} - m_y)^2. \quad (6.37)$$

Схематичний варіант таблиці Кохрена

$M \backslash N-1$	1	2	...	8	10	16	36
2	0,158	0,325					
3	0,142	0,289					
⋮							
10							
12							
15							
20							
24							
30							
40							
60						0,04	0,02
120						0,02	0,01

А тепер перейдемо до формування відповіді на 5-те запитання: «Як переконатись у тому, що між двома вимірними величинами, що пов'язані спільним об'єктом дослідження, є лінійний чи нелінійний статистичний зв'язок у стаціонарному режимі функціонування цього об'єкта?»

Як відомо з курсу математичної статистики, ступінь лінійного зв'язку між двома величинами x, y , що мають стохастичний характер, пов'язаними з одним і тим же об'єктом дослідження, характеризується коваріацією між ними, яку для вимірів $x_i, y_i, i = 1, 2, \dots, N$ можна визначити за допомогою виразу

$$K_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - m_x)(y_i - m_y), \quad (6.38)$$

в якому

$$m_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad m_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (6.39)$$

– оцінки середніх (найбільш імовірних) значень вимірюваних величин x, y .

Розкриваючи дужки у виразі (6.38) та враховуючи вирази (6.39), для коваріації K_{xy} можна отримати й інший вираз, а саме:

$$K_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i - \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i. \quad (6.40)$$

Із виразу (6.38) легко бачити, що

$$K_{xx} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - m_x)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 = D_x, \quad (6.41)$$

$$K_{yy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - m_y)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^2 - \frac{1}{N^2} \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)^2 = D_y. \quad (6.42)$$

Добуваючи корені квадратні з виразів (6.41), (6.42), отримаємо значення оцінок σ_x , σ_y середньоквадратичних відхилень вимірюваних величин x , y від їх середніх значень.

А ділячи оцінку коваріації K_{xy} на добуток оцінок середньоквадратичних відхилень σ_x , σ_y , отримаємо вираз для коефіцієнта кореляції вимірюваних величин x , y , що матиме вигляд

$$r_{xy} = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{\sqrt{\left[N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right] \cdot \left[N \sum_{i=1}^N y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \right]}}. \quad (6.43)$$

Характерною особливістю коефіцієнта кореляції є те, що він може мати значення у межах від -1 до $+1$, причому додатні його значення означають, що зі зростанням однієї з цієї пари величин друга теж зростає, але не функціонально, а статистично, а від'ємні його значення означають, що зі зростанням однієї з цієї пари величин друга статистично зменшується.

Прийнято вважати, що тісний лінійний зв'язок між величинами має місце при

$$|r_{xy}| \geq 0,7, \quad (6.44)$$

при

$$|r_{xy}| \leq 0,3 \quad (6.45)$$

лінійний зв'язок між цими величинами відсутній,

а при

$$|r_{xy}| = 1 \quad (6.46)$$

лінійний зв'язок зі статистичного переходить у детермінований.

Якщо коефіцієнт кореляції піднести до квадрата і виразити в процентах, тобто ввести критерій

$$d_{xy}(\%) = 100 \cdot r_{xy}^2, \quad (6.47)$$

то отримаємо характеристику, яку називають коефіцієнтом детермінації і яка вказує на те, який процент змін в одній величині з цієї пари зумовлений змінами другої величини. Наприклад, якщо $r_{xy} = 0,7$, то $d_{xy} = 49\%$, що можна інтерпретувати так: 49% змін однієї величини зумовлено змінами другої величини з цієї пари, а 51% змін викликані якимись іншими факторами, не пов'язаними зі змінами другої величини.

А тепер ще раз звертаємо увагу на те, що виконання умови (6.45) – це є лише свідченням того, що між вимірюваними величинами відсутній саме лінійний статистичний зв'язок, але це не означає, що між ними не може бути якогось іншого зв'язку нелінійного статистичного характеру і до того ж досить тісного.

Пірсон запропонував тісноту нелінійного статистичного зв'язку між двома вимірюваними величинами характеризувати парною кореляційних відношень $\eta_{x/y}$, $\eta_{y/x}$, оскільки в разі нелінійної статистичної залежності між вимірюваними величинами характер нелінійності тренду від першої до другої не збігатиметься з характером нелінійності тренду від другої до першої, наприклад, у випадку якщо $y = x^2$, то $x = \pm\sqrt{y}$, або якщо $y = \sin x$, то $x = \arcsin y$.

Отже,

$$\eta_{x/y} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 - \left[\sum_{k=1}^{N_k} \left(x_k - \frac{1}{N_k} \sum_{k=1}^{N_k} x_k \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_j} \left(x_j - \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{N_j} x_j \right)^2 \right]}{\sum_{i=1}^N \left(x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}}, \quad (6.48)$$

якщо послідовності $\{x_i\}$, $\{y_i\}$ містять в собі по N членів кожна, а послідовність $\{y_i\}$ містить в собі N_k однакових членів y_{k0} та N_j однакових членів y_{j0} і при цьому виконується рівність

$$N_k + N_j = N. \quad (6.49)$$

Якщо ж послідовність $\{y_i\}$ міститиме в собі не дві групи з однаковими членами, а m таких груп, для яких виконуватиметься рівність

$$N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_m = N, \quad (6.50)$$

то у виразі (6.48) у квадратних дужках потрібно взяти не дві суми квадратів різниць, а m .

За аналогією

$$\eta_{y/x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(y_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \right)^2 - \left[\sum_{k=1}^{N_k} \left(y_k - \frac{1}{N_k} \sum_{k=1}^{N_k} y_k \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_j} \left(y_j - \frac{1}{N_j} \sum_{j=1}^{N_j} y_j \right)^2 \right]}{\sum_{i=1}^N \left(y_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \right)^2}}. \quad (6.51)$$

Але у цьому випадку виділяти групи з однаковими членами і підраховувати їх кількість потрібно у послідовності $\{x_i\}$.

Для кореляційних відношень справедливими є нерівності:

$$\begin{cases} 0 < \eta_{x/y} < 1; \\ 0 < \eta_{y/x} < 1. \end{cases} \quad (6.52)$$

Корінь квадратний з добутку кореляційних відношень називають коефіцієнтом криволінійної кореляції r_η , тобто

$$r_\eta = \sqrt{\eta_{x/y} \eta_{y/x}}, \quad (6.53)$$

головною особливістю якого є те, що у випадку лінійного статистичного зв'язку між вимірюваними величинами він стає рівним коефіцієнту кореляції, тобто у цьому випадку справедливою стає рівність

$$r_\eta = r_{xy}, \quad (6.54)$$

що дає право використовувати їх різницю

$$\gamma = r_\eta - r_{xy} \quad (6.55)$$

як міру нелінійності статистичного зв'язку між двома вимірюваними величинами x, y .

Головним недоліком як кореляційних відношень, так і коефіцієнта криволінійної кореляції є те, що їхні числові значення ніяким чином не вказують на форму нелінійної статистичної залежності між величинами. І для її визначення потрібно на площину наносити точки з координатами (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, N$, поле яких і буде служити орієнтиром для висунення гіпотези про те, якою має бути форма емпіричної залежності між цими величинами.

Як показано на рис. 23, поле точок (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, N$ – це точкова «пляма», що обмежена або колом чи квадратом (рис. 23, а), або еліпсом (рис. 23, б), або двома чи кількома зчепленими еліпсами (рис. 23, в).

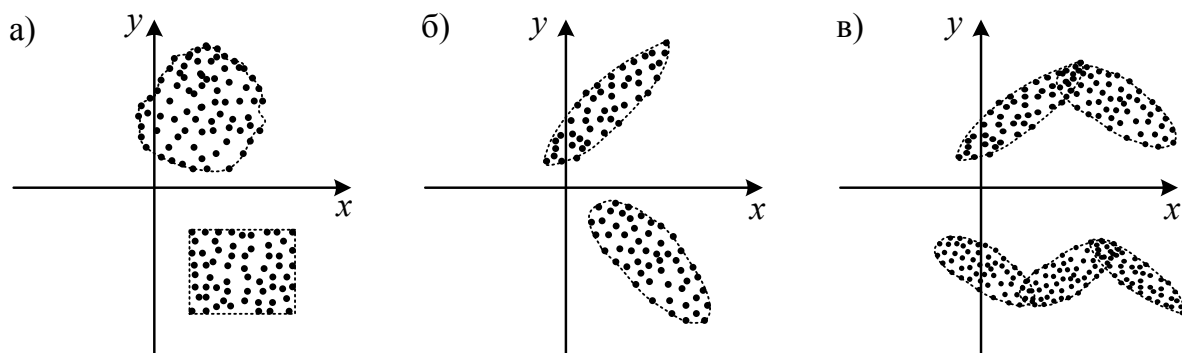


Рисунок 23 – Графічна інтерпретація статистичного зв'язку між вимірюваними величинами x , y

Поле точок, яке зображене на рис. 23, а, має місце тоді, коли між вимірюваними величинами немає ніякого статистичного зв'язку, і його тренд не можна апроксимувати жодною емпіричною кривою (у цього випадку ми матимемо і коефіцієнт кореляції, і коефіцієнт криволінійної кореляції рівними або близькими до нуля).

Поле точок, яке зображене на рис. 23, б, має місце тоді, коли між вимірюваними величинами існує лінійний статистичний зв'язок, і його тренд, який проходить через велику вісь еліпса, можна апроксимувати рівнянням прямої лінії (у цьому випадку коефіцієнт кореляції буде тим більшим, чим більшим буде відношення довжини великої осі до довжини малої осі еліпса).

Поле точок, яке зображене на рис. 23, в, має місце тоді, коли між вимірюваними величинами існує нелінійний статистичний зв'язок, і його тренд, який проходить через ламану, утворювану великими осями накриваючих зчеплених еліпсів, можна апроксимувати підходящою кривою, наприклад, параболою чи відрізком синусоїди (варто пам'ятати теорему Вейерштраса, згідно з якою будь-яку криву на площині можна апроксимувати поліномом відповідного порядку, наприклад, якщо крива має один екстремум, то для її апроксимації достатньо полінома другого чи третього порядку, якщо крива має два екстремуми, то для її апроксимації достатньо полінома четвертого чи п'ятого порядку, тобто порядок апроксимувального полінома може визначатись помноженою на два кількістю екстремумів кривої при плавних схилах, доповненою одиницею, якщо якийсь із схилів є крутим порівняно з іншими).

У цьому місці ми плавно підійшли до формування відповіді на поставлене вище шосте питання – як переконатись у тому, що емпірична крива, яка вибрана дослідником для апроксимації статистичної залежності між двома вимірюваними на одному об'єкті величинами, є адекватною існуючій між ними реальній статистичній залежності.

Одразу ж відзначимо, що, маючи поле точок, параметри функції, якою ми будемо апроксимувати статистичну залежність між двома вимірюваними

ми величинами, незалежно від того лінійна вона чи ні, завжди треба визначати за допомогою метода найменших квадратів, суть якого і приклад застосування нами уже наведені в підрозділі 5.1, тому на ідентифікації цієї функції ми зупиняться не будемо, а вважатимемо, що ми її уже маємо.

Тому займемося оцінюванням адекватності функції, синтезованої нами для апроксимації статистичної залежності між двома вимірюваними величинами, реальній статистичній залежності між цими величинами. Цю задачу найпростіше розв'язується за допомогою критерію Фішера.

Для довірчої імовірності $P_d = 0,95$ і параметрів $q_1 = n - d$, $q_2 = n(m - 1)$ Фішер побудував таблицю значень коефіцієнтів

$$K_F = \frac{D_a}{\bar{D}}, \quad (6.56)$$

що схематично має вигляд, наведений нижче,

Схематичний варіант таблиці коефіцієнтів Фішера

$q_1 \backslash q_2$	1	2	...	6	12	24	36
1	16	19					
2	18	19					
⋮							
20							
22							
26							
30							
60						1,7	1,4
∞						1,5	1,0

в якій: m – кількість серій вимірювань, n – кількість вимірювань в одній серії, d – число параметрів апроксимуючої залежності функції, \bar{D} – середня дисперсія усього експерименту, а D_a – дисперсія адекватності, які знаходяться з виразів:

$$\bar{D} = \frac{1}{mn} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij}^a - y_{ij})^2, \quad (6.57)$$

$$D_a = \frac{1}{n-d} \sum_{i=1}^n \left(y_i^a - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{ij} \right)^2, \quad (6.58)$$

в яких: y_{ij} – виміряне значення величини y в i -тій серії j -го дослідження, а y_i^a – відповідне йому значення цієї ж величини, підраховане з використанням

ням апроксимувальної функції; $\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_{ij}$ – середнє значення в i -тій серії вимірної величини y в j дослідах.

Таблиця Фішера побудована для значень критерію K_F , які визначають межу між адекватністю апроксимувальної функції і експериментальних даних та неадекватністю.

Тож після проведення експерименту і синтезу апроксимувальної функції потрібно, скориставшись виразами (6.57), (6.58) та (6.56), визначити розрахункове значення критерію Фішера K_F^p і порівняти його з табличним K_F , визначеним для цих же P_d , q_1 , q_2 . Якщо

$$K_F^p < K_F, \quad (6.59)$$

то апроксимувальна функція адекватно відображає наявний статистичний зв'язок між вимірюваними величинами, одна з яких є аргументом, а друга – функцією. Якщо ж

$$K_F^p \geq K_F, \quad (6.60)$$

то адекватності між апроксимувальною функцією і наявним статистичним зв'язком між вимірюваними величинами немає, а тому потрібно вибрати іншу апроксимувальну функцію, методом найменших квадратів визначити її параметри і знову перевірити на адекватність за критерієм Фішера.

На завершення викладення матеріалу про перевірку на адекватність звертаємо увагу на те, що перевірку на адекватність вибраного закону розподілу випадкової величини, яким ми апроксимуємо гістограму, зручніше здійснювати з використанням таблиці χ^2 -розподілу Пірсона, уже наведеного нами вище в схематичному варіанті.

Спочатку нагадаємо, як будується гістограма випадкової величини y , N значень якої y_i , $i = 1, 2, \dots, N$ нам відомо з експерименту. На першому кроці алгоритму визначаємо оцінку розкиду значень вимірної величини у вигляді

$$\Delta = y_{\max} - y_{\min}. \quad (6.61)$$

Потім вибираємо число розрядів m і визначаємо ширину розряду

$$\Delta_j = \frac{\Delta}{m}, \quad (6.62)$$

виходячи з умови, щоб у кожний розряд потрапило не менше (7 ± 2) значень y_i .

На наступному кроці підраховуємо кількість n_j експериментальних точок y_i , що потрапили в j -ий розряд, і ділимо цю кількість на загальну кількість експериментальних точок N , тобто визначаємо частоти

$$p_j = \frac{n_j}{N}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (6.63)$$

потраплянь експериментальних вимірів в кожний розряд.

Далі на координатній площині $y, f(y)$ (рис. 24, на якому кількість розрядів взята рівною 7) будуємо m прямокутників з основою Δ_j і висотою p_j – це і є гістограма експериментальних вимірів випадкової величини y , сходинкова обвідна якої задає експериментальну оцінку щільності ймовірностей $f(y)$ цієї випадкової величини.

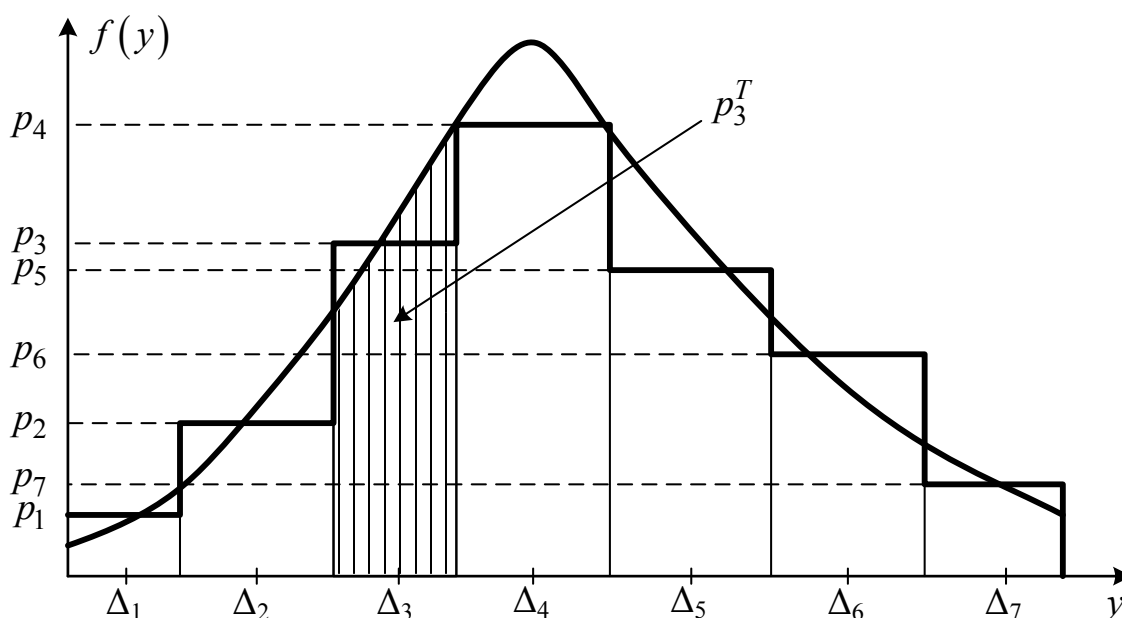


Рисунок 24 – Геометрична інтерпретація процедури вирівнювання гістограми (сходинкова крива) теоретичною функцією розподілу (неперервна крива)

За її виглядом на наступному кроці алгоритму, користуючись типовими графіками, яких у довідниках з математики у розділі математичної статистики наводиться кілька десятків, підбираємо відповідну теоретичну криву розподілу випадкової величини у вигляді щільності ймовірностей (на рис.24 ця крива взята для нормального розподілу) і з використанням методу найменших квадратів визначаємо її k параметрів (для нормального закону розподілу їх лише два – m_y, σ_y , а тому для нього $k = 2$).

Далі, використовуючи підбрану та ідентифіковану функцію щільності ймовірностей $f(y)$, визначаємо теоретичну імовірність p_j^T потрапляння випадкової величини y в кожний j -ий розряд, тобто знаходимо

$$p_j^T = \int_{\Delta_j} f(y) dy, \quad j=1,2,\dots,m. \quad (6.64)$$

Далі знаходимо число степенів свободи χ^2 -розподілу q , використовуючи вираз

$$q = m - k. \quad (6.65)$$

Після цього визначаємо значення χ^2 , використовуючи вираз

$$\chi^2 = N \sum_{j=1}^m \frac{(p_j - p_j^T)^2}{p_j^T}. \quad (6.66)$$

На останньому кроці алгоритму, скориставшись визначеними за допомогою виразів (6.65), (6.66) q , χ^2 та повною таблицею χ^2 -розподілу Пірсона, визначаємо довірчу імовірність P_d , числове значення якої визначає ступінь довіри до вирівнювання експериментального закону розподілу виміряної величини підбраною нами та ідентифікованою теоретичною кривою $f(y)$, яку прийнято вважати адекватною, якщо довірча імовірність виявиться не меншою 0,9.

У випадку, якщо ступінь довіри виявився низьким, вибираємо іншу теоретичну криву розподілу з числа придатних для вирівнювання нашої гістограми та повторюємо описаний алгоритм, але вже відносно неї.

РОЗДІЛ 7

АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ В ОБ'ЄКТАХ ДОСЛІДЖЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ЇХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

7.1 Загальна характеристика етапу аналізу процесів в об'єктах дослідження

У четвертому, п'ятому та шостому розділах підручника ми розповіли про формування математичних моделей процесів в об'єктах дослідження, їх ідентифікацію та забезпечення необхідними даними, тобто виклали усе, що забезпечує реалізацію третього етапу системного аналізу, четвертим етапом якого є аналіз процесів в об'єктах дослідження з використанням синтезованих математичних моделей. Саме цьому (четвертому) етапу системного аналізу і буде присвячено даний розділ нашого підручника.

Задачі, які розв'язуються шляхом аналізу процесів в об'єктах дослідження, лише класів яких у нас виявилось 18, можуть бути найрізноманітнішими, тож усі вони, в принципі, не можуть бути охоплені в одному підручнику. Тому ми розглянемо лише окремі з них, аби продемонструвати, як розв'язувати такі задачі, маючи математичні моделі об'єктів дослідження. І нам хочеться вірити у те, що продемонстровані нами алгоритми рішень послужать формуванню у дослідників, які ознайомились з цими алгоритмами, власних підходів до розв'язання й інших задач, що постануть перед ними.

Сьогодні кожен дослідник аналіз процесів в об'єктах дослідження з використанням математичних моделей має можливість здійснювати на комп'ютері за допомогою потужних пакетів прикладних програм, найбільшої популярності з яких нині набувають створені в мовному середовищі Python [12] ППП numpy, ППП sympy, ППП scipy та ППП matplotlib, зі структурою та застосуванням яких кожен студент знайомився на попередніх курсах у дисциплінах, присвячених методам та засобам комп'ютерних обчислень, тому ми будемо вважати, що читачі нашого підручника використовувати ці ППП уже вміють. Тому у нашому підручнику ми лише у бібліографії наводимо літературні джерела, за якими відомості про ці ППП та роботу з ними можна поновити в пам'яті. А у цьому розділі основну увагу ми приділимо тим алгоритмам аналізу, з використанням яких і складені ППП, що дозволить дослідникам, ознайомившись з цими алгоритмами та прикладами програм, більш осмислено здійснювати застосування ППП під час розв'язання задач аналізу процесів в конкретних об'єктах дослідження.

7.2 Аналіз режимів в лінійних детермінованих об'єктах дослідження з неперервними процесами

Нехай перед нами стоїть така задача: знаючи передаточну функцію об'єкта дослідження

$$W(p) = \frac{10}{p^2 + p + 1}, \quad (7.1)$$

визначити, чи задовольняє цей об'єкт такий критерій якості його регулювання, яким є максимальне перерегулювання $\Delta h_{\max}(\%)$, що визначається з перехідної функції $h(t)$ об'єкта і не має перевищувати 18%, тобто $\Delta h_{\max}^* = 18\%$.

Для того, щоб розв'язати поставлену задачу, нам, у першу чергу, потрібно отримати перехідну функцію $h(t)$ цього об'єкта, адже саме з нею пов'язаний визначений критерій, оскільки (рис. 25)

$$\Delta h_{\max}(\%) = 100 \frac{h_{\max} - h_y}{h_y}. \quad (7.2)$$

Із виразів (5.6), (5.8) і (4.14) випливає, що, якщо вхідним сигналом є

$$x(t) = 1(t), \quad (7.3)$$

то

$$y(p) = \frac{W(p)}{p} = h(p). \quad (7.4)$$

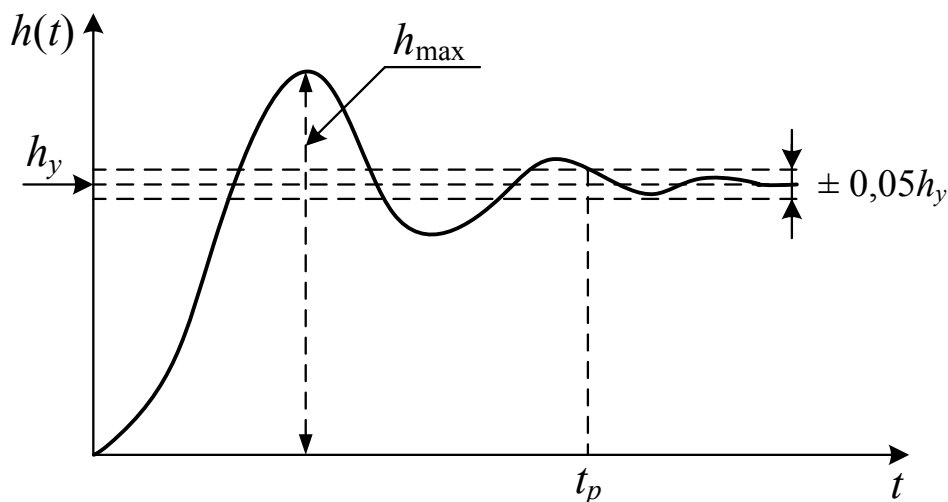


Рисунок 25 – Графік перехідної функції $h(t)$ об'єкта дослідження, математична модель якого задана передаточною функцією (7.1)

А підставляючи (7.1) в (7.4), матимемо

$$h(p) = \frac{10}{p(p^2 + p + 1)} = \frac{B(p)}{A(p)}, \quad (7.5)$$

де у нашому випадку

$$A(p) = p^3 + p^2 + p, \quad (7.6)$$

$$B(p) = 10. \quad (7.7)$$

Тож для того, щоб знайти перехідну функцію $h(t)$ нашого об'єкта, потрібно застосувати обернене перетворення Лапласа до виразу (7.5), тобто потрібно знайти

$$h(t) = L^{-1}\{h(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{10}{p(p^2 + p + 1)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{B(p)}{A(p)}\right\}. \quad (7.8)$$

Як відомо з курсу вищої математики, теоретичних основ електротехніки та теорії автоматичного керування, найпростіше знаходити обернене перетворення Лапласа за допомогою формули розкладання, яка за відсутності серед коренів p_i , $i = 1, 2, \dots, n$ характеристичного рівняння

$$A(p) = 0 \quad (7.9)$$

кратних в позначеннях виразу (7.8) має вигляд

$$h(t) = \sum_{i=1}^n \frac{B(p_i)}{A'(p_i)} e^{p_i t}, \quad (7.10)$$

де

$$A'(p_i) = \left. \frac{dA}{dp} \right|_{p=p_i}. \quad (7.11)$$

Підставляючи вираз (7.6) в (7.9) і розв'язуючи отримане кубічне рівняння, знайдемо, що

$$p_1 = 0, \quad p_2 = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad p_3 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (7.12)$$

А диференціюючи вираз (7.6) знайдемо, що для нашої задачі

$$\frac{dA}{dp} = \frac{d(p^3 + p^2 + p)}{dp} = 3p^2 + 2p + 1. \quad (7.13)$$

Підставляючи у вираз (7.10) значення його складових із виразів (7.7), (7.13) і (7.12), отримаємо

$$\begin{aligned}
 h(t) &= \frac{B(p_1)}{A'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{B(p_2)}{A'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{B(p_3)}{A'(p_3)} e^{p_3 t} = \\
 &= \frac{10}{1} + \frac{10}{3 \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + 2 \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 1} e^{\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} j \right) t} + \\
 &+ \frac{10}{3 \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + 2 \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + 1} e^{\left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) t}.
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

Після першого етапу перетворень із (7.14) матимемо

$$h(t) = 10 \left(1 + e^{-\frac{t}{2}} \left(\frac{1}{-\frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}} e^{j \frac{\sqrt{3}}{2} t} + \frac{1}{-\frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}} e^{-j \frac{\sqrt{3}}{2} t} \right) \right), \tag{7.15}$$

а після другого етапу перетворень, приводячи до спільного знаменника в (7.15) та розкладаючи експоненти за теоремою Ейлера, матимемо

$$h(t) = 10 \left(1 - \left(\cos \frac{\sqrt{3}}{2} t + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} t \right) e^{-\left(\frac{t}{2}\right)} \right). \tag{7.16}$$

Побудувавши графік функції $h(t)$ за виразом (7.16), нескладно знайти з нього і h_y , і h_{\max} , підстановка яких у вираз (7.2) дозволяє знайти числове значення критерію $\Delta h_{\max}(\%)$, зіставляючи яке з заданим, переконуємось у тому, задовольняє наш об'єкт за перерегулюванням висунуті до нього умови чи ні.

Але під час системного аналізу процесів в лінійних неперервних динамічних об'єктах часто виникає потреба визначення реакції цього об'єкта, заданого передаточною функцією, не лише на одиничний сходишковий сигнал, але й на сигнали іншої форми, які посилає зовнішнє середовище в об'єкт дослідження.

Тож завершимо цей підрозділ прикладом визначення такої реакції з використанням програмного середовища Python.

Програма мовою Python для розв'язання задач з використанням оберненого оператора Лапласа у формі формул розкладання

(Програма 4)

```

In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: t = symbols ('t')
In [4]: p = symbols ('p')
In [5]: x = Function ('x')(t)
In [6]: y = Function ('y')(t)
In [7]: C = Function ('C')(p)
In [8]: D = Function ('D')(p)
In [9]: W = Function ('W')(p)
In [10]: X = Function ('X')(p)
In [11]: Y = Function ('Y')(p)
In [12]: D1 = Function ('D1')(p)
In [13]: Y1 = Function ('Y1')(p,t)
In [14]: Y2 = Function ('Y2')(p,t)
In [15]: C = 2*p+4
In [16]: D = p**2+7*p+12
In [17]: W = C/D
In [18]: W
Out[18]:
(2*p + 4)/(p**2 + 7*p + 12)
In [19]: x = t
In [20]: x1 = x*exp(-p*t)
In [21]: X1 = Function ('X1')(p)
In [22]: X1 = integrate (x1,(t,0,oo)); X1
Out[22]:
Piecewise((p**(-2), Abs(arg(p))\
 < pi/2),(Integral(t*exp(-p*t), \
(t, 0, oo)), True))
In [23]: if isinstance(integral_expr, Piecewise):\
    first_piece=integral_expr.args[0]
    else: print("не Piecewise")
In [24]: X = first_piece
In [25]: X
Out[25]:
p**(-2)
In [26]: Y = W*X
In [27]: Y
Out[27]:
(2*p + 4)/(p**2*(p**2 + 7*p + 12))
In [28]: C1 = Function ('C1')(p)
In [29]: expr = Y
In [30]: C1, D1 = fraction (expr)
In [31]: print(C1)
Out[31]: 2*p + 4
In [32]: print(D1)
Out [32]: p**2*(p**2 + 7*p + 12)
In [33]: D2 = Function ('D2')(p)
In [34]: D2 = D1.diff(p)
In [35]: D2
Out[35]:
p**2*(2*p + 7) + 2*p*(p**2 + 7*p + 12)
In [36]: solveset (Eq(D1,0), p)
Out[36]:
FiniteSet(-4, -3, 0)
In [37]: roots (Eq(D1,0), p)
Out[37]: {-3: 1, -4: 1, 0: 2}
In [38]: d0 = { }
In [39]: d0["a"]=-3
In [40]: d0["b"]=-4
In [41]: d0["c"]=0
In [42]: d0
Out[42]: {'a': -3, 'b': -4, 'c': 0}
In [43]: p1,p2,p3 = \
symbols('p1 p2 p3')
In [44]: p1 = d0['a']
In [45]: p1
Out[45]: -3
In [46]: p2 = d0['b']
In [47]: p2
Out[47]: -4
In [48]: p3 = d0['c']
In [49]: p3
Out[49]: 0
In [50]: Y1 = C1*exp(p*t)/D2
In [51]: Y1
Out[51]:
(2*p + 4)*exp(p*t)/(p**2*(2*p + 7) \
+ 2*p*(p**2 + 7*p + 12))
In [52]: Y2 = diff(C1*(p - \
p3)**2*exp(p*t)/D1,p)
In [53]: Y2
Out[53]:
t*(2*p + 4)*exp(p*t)/(p**2 + 7*p + 12) \
+ (-2*p - 7)*(2*p + 4)*exp(p*t)/(p**2 + 7*p + \
12)**2 + 2*exp(p*t)/(p**2 + 7*p + 12)
In [54]: y = Y1.subs(p,p1)+ \
Y1.subs(p,p2)+Y2.subs(p,p3)
In [55]: y

```

```

Out[55]:
t/3 - 1/36 - 2*exp(-3*t)/9 + \
exp(-4*t)/4
In [56]: p11 = plot(x,(t,0,2),show=False, \
line_color = 'c')

```

```

In [57]: p22 = plot(y,(t,0,2),show=False, \
line_color = 'r')
In [58]: p11.extend(p22)
In [59]: p11.show( )

```

Кінець програми 4

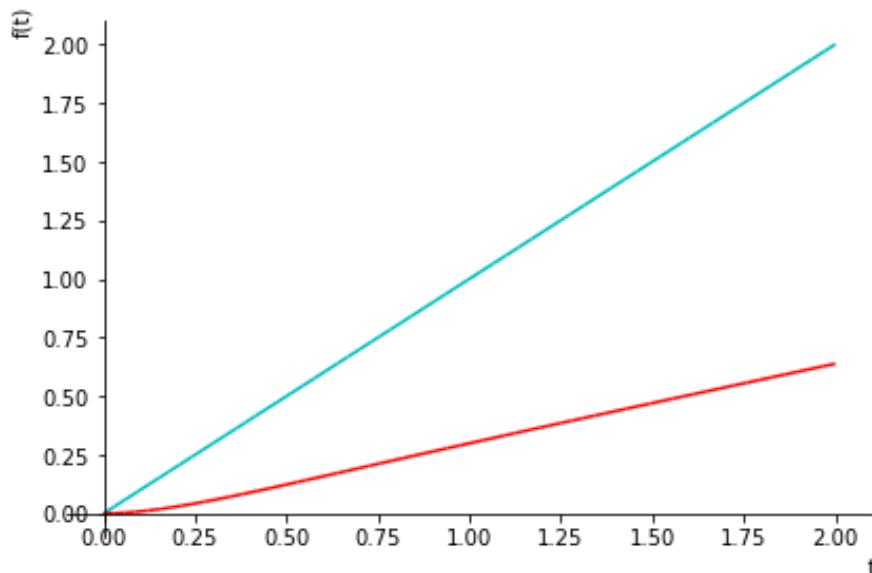


Рисунок 26 – Графіки вхідного сигналу $x(t) = t$, що надходить в динамічну систему з заданою передаточною функцією $W(p)$, та її вихідного сигналу $y(t)$ на відрізьку часу $t \in [0,2]$

7.3 Аналіз режимів в лінійних детермінованих об'єктах дослідження з дискретними процесами

Нехай перед нами стоїть така ж сама задача, як і у попередньому підрозділі, але тепер уже відносно лінійного дискретного об'єкта, тобто, знаючи дискретну передаточну функцію об'єкта дослідження

$$W(z) = \frac{1}{20 - 18z^{-1} + 4z^{-2}}, \quad (7.17)$$

визначити, чи задовольняє цей об'єкт такому критерію якості його регулювання, як відносний час регулювання k_p , який визначається з решітчастої перехідної функції $h[k]$ об'єкта (де

$$k = \frac{t_k}{T}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (7.18)$$

– відносний час, а T – період дискретності), останнім моментом входження решітчастої перехідної функції в 5-процентну зону її відхилення від усталеного значення h_y (і вже більше не покидає цю зону) і який не має перевищувати, наприклад, 4 сек, або у відносних одиницях, якщо період дискретності, наприклад, вибрати рівним 0,5 сек, не перевищувати 8 одиниць, адже, згідно з виразом (7.18), для випадку $t_k = 4$ матимемо $k_p^* = 8$.

Для того, щоб розв'язати поставлену задачу, нам, у першу чергу, потрібно отримати решітчасту перехідну функцію $h[k]$ цього об'єкта (рис. 27), адже саме з нею пов'язаний визначений критерій, оскільки

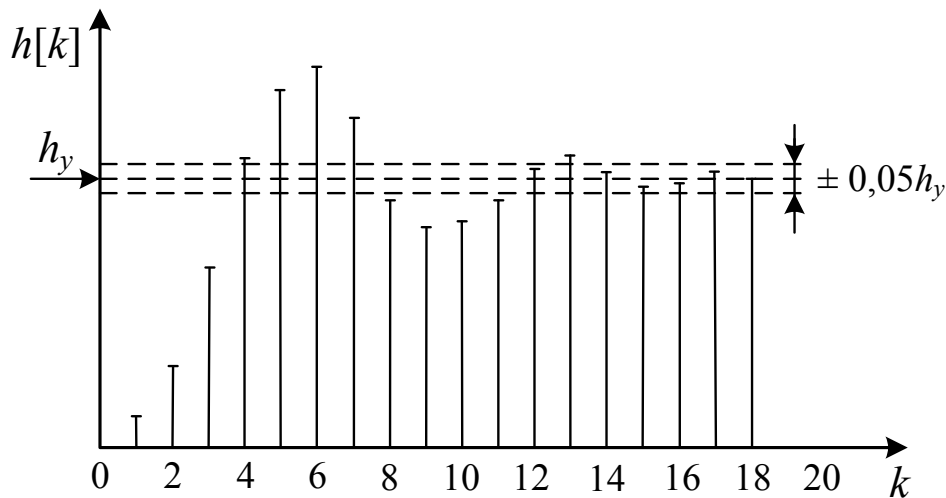


Рисунок 27 – Графік решітчастої перехідної функції $h[k]$ об'єкта дослідження, математична модель якого задана дискретною передаточною функцією (7.17)

$$\left| 100 \frac{h[k_p^*] - h_y^p}{h_y^p} \right| = 5, \quad \forall k \in [k > k_p^*] \Rightarrow \left| 100 \frac{h[k] - h_y^p}{h_y^p} \right| < 5. \quad (7.19)$$

Із виразів (5.14), (5.15) і (5.17) випливає, що

$$h(z) = W(z) \cdot Z\{1[k]\} = W(z) \frac{1}{1 - z^{-1}}. \quad (7.20)$$

Підставляючи вираз (7.17) у (7.20), отримаємо

$$h(z) = \left(\frac{1}{20 - 18z^{-1} + 4z^{-2}} \right) \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{1}{20 - 36z^{-1} + 22z^{-2} - 4z^{-3}}. \quad (7.21)$$

Оскільки, згідно з умовами задачі, нам потрібно знати не менше (8+1) значень решітчастої перехідної функції, то запишемо їх у загальному вигляді, використовуючи формулу Z-перетворення, так:

$$h(z) = \sum_{k=0}^{\infty} h[k]z^{-k} = h[0] + h[1]z^{-1} + h[2]z^{-2} + h[3]z^{-3} + h[4]z^{-4} + \dots$$

$$+ h[5]z^{-5} + h[6]z^{-6} + h[7]z^{-7} + h[8]z^{-8} + \dots \quad (7.22)$$

А тепер поділимо многочлен, що стоїть в чисельнику виразу (7.21), на многочлен, що стоїть у знаменнику цього виразу: на першому кроці поділимо перший член діленого на перший член дільника – отримаємо $\frac{1}{20}$. Далі

лі перемножимо кожен член дільника на $\frac{1}{20}$ і отриманий многочлен відні-

memo від діленого, внаслідок чого отримаємо нове ділене, перший член якого на 2-му кроці ділення знову розділимо на перший член дільника – отримаємо $\frac{36}{(20)^2}z^{-1}$. Далі знову перемножимо кожен член дільника тепер

уже на $\frac{36}{(20)^2}z^{-1}$, і отриманий многочлен знову віднімемо тепер уже від

нового діленого, внаслідок чого отримаємо наступне нове ділене, перший член якого на 3-му кроці ділення знову розділимо на перший член дільника; і так крок за кроком, поки не отримаємо достатньої для розв'язання поставленої задачі кількості членів у частці плюс дріб, в знаменнику якого стоїть дільник, а в чисельнику – останнє ділене.

$$\begin{array}{r|l} 1 & 20 - 36z^{-1} + 22z^{-2} - 4z^{-3} \\ \hline 1 - \frac{36}{20}z^{-1} + \frac{22}{20}z^{-2} - \frac{4}{20}z^{-3} & \frac{1}{20} + \frac{36}{(20)^2}z^{-1} \\ \hline \frac{36}{20}z^{-1} - \frac{22}{20}z^{-2} + \frac{4}{20}z^{-3} & \\ - & \\ \frac{36}{20}z^{-1} - \frac{36 \cdot 36}{(20)^2}z^{-2} + \frac{36 \cdot 22}{(20)^2}z^{-3} - \frac{36 \cdot 4}{(20)^2}z^{-4} & \\ \hline \frac{36 \cdot 36 - 22 \cdot 20}{(20)^2}z^{-2} - \frac{36 \cdot 22 - 4 \cdot 20}{(20)^2}z^{-3} + \frac{36 \cdot 4}{(20)^2}z^{-4} & \end{array}$$

Для наведеної вище схеми ділення – це

$$h(z) = \frac{1}{20 - 36z^{-1} + 22z^{-2} - 4z^{-3}} = \frac{1}{20} + \frac{36}{(20)^2} z^{-1} + \frac{36 \cdot 36 - 22 \cdot 20}{(20)^2} z^{-2} - \frac{36 \cdot 22 - 4 \cdot 20}{(20)^2} z^{-3} + \frac{36 \cdot 4}{(20)^2} z^{-4} \cdot \frac{1}{20 - 36z^{-1} + 22z^{-2} - 4z^{-3}} \quad (7.23)$$

Зіставляючи вирази (7.22) і (7.23), бачимо, що

$$\begin{cases} h[0] = \frac{1}{20}; \\ h[1] = \frac{36}{(20)^2}. \end{cases} \quad (7.24)$$

Із виразу (7.23) легко бачити, що

$$h[2] = \frac{36 \cdot 36 - 22 \cdot 20}{(20)^3}. \quad (7.25)$$

Продовжуючи ділення, отримаємо всі інші потрібні нам послідовні значення $h[k]$.

Побудувавши графік функції $h[k]$, нескладно знайти з нього і h_y^* і $h[k_p^*]$, підстановка яких у вираз (7.19) дозволяє переконатись у тому, що їх числове значення або задовольняє наш об'єкт за часом регулювання, або ні.

Як і в попередньому підрозділі завершимо і цей підрозділ прикладом застосування викладеного вище алгоритму в програмному середовищі Python.

Програма мовою Python для розв'язання задач, пов'язаних з визначенням послідовності значень $\{y[0], y[T], y[2T], y[3T], y[4T], \dots\}$ реакції $y[kT]$, $k=0,1,2,\dots$, $T>0$ об'єкта дослідження з дискретною передаточною функцією $W(z) = \frac{12-12z^{-1}+4z^{-2}}{44-72z^{-1}+40z^{-2}-8z^{-3}}$ на дискретний вхідний сигнал $x[kT]=kT$, $k=0,1,2,\dots$, $T=0,5$.

(Програма 5)

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: z = symbols('z')
In [4]: T = symbols('T')
In [5]: X = Function('X')(z)
In [6]: Y = Function('Y')(z)
In [7]: W = Function('W')(z)
In [8]: C = Function('C')(z)
In [9]: D = Function('D')(z)
In [10]: A = Function('A:5')(z)
```

```

In [11]: y = symbols ('y:5')
In [12]: R = Function ('R')(z)
In [13]: Q = Function ('Q')(z)
In [14]: W = (12.0 - 12.0/z + \
4.0/z**2)/(44.0 - 72.0/z + \
40.0/z**2 - 8.0/z**3)
In [15]: X = T*z**(-1)/(1-\
2*z**(-1)+z**(-2))
In [16]: Y = W*X; Y
Out[16]:
T*(12.0 - 12.0/z + 4.0/z**2)/(z*(1 - \
2/z +z**(-2))*(44.0 - 72.0/z + \
40.0/z**2 - 8.0/z**3))
In [17]: Q = Y.expand();Q
Out[17]:
4.0*T/(44.0*z**3 - 160.0*z**2 + \
228.0*z - 160.0 + 56.0/z - \
8.0/z**2) - 12.0*T/(44.0*z**2-\
160.0*z + 228.0 - 160.0/z + \
56.0/z**2 - 8.0/z**3) + \
12.0*T/(44.0*z - 160.0 + \
228.0/z -160.0/z**2 + \
56.0/z**3 - 8.0/z**4)
In [18]: T = 0.5
In [19]: d = dict({'T':0.5});d
Out[19]: {'T': 0.5}
In [20]: M = Function('M')(z)
In [21]: M = Q.subs({'T':0.5});M
Out[21]:
2.0/(44.0*z**3 - 160.0*z**2 + \
228.0*z - 160.0 + 56.0/z - \
8.0/z**2) - 6.0/(44.0*z**2 - \
160.0*z + 228.0 - 160.0/z + \
56.0/z**2 - 8.0/z**3) + \
6.0/(44.0*z - 160.0 + 228.0/z - \
160.0/z**2 + 56.0/z**3 - \
8.0/z**4)
In [22]: M1= Function('M1')(z)
In [23]: M1 = cancel(M);M1
Out[23]:
1.0*(11616.0*z**4 - 11616.0*z**3 + \
3872.0*z**2)/(85184.0*z**5 - \
309760.0*z**4 + 441408.0*z**3 - \
309760.0*z**2 + 108416.0*z - \
15488.0)
In [24]: expr = M1
In [25]: C,D = fraction(expr)
In [26]: print(C)
11616.0*z**4 - 11616.0*z**3 + \
3872.0*z**2
In [27]: print(D)
85184.0*z**5 - 309760.0*z**4 + \
441408.0*z**3 - 309760.0*z**2 + \
108416.0*z - 15488.0
In [28]: L1 = list(y);L1
Out[28]: [y0, y1, y2, y3, y4]
In [29]: f = Function ('f:16')(z)
In [30]: A0 = L1[0];A0
Out[30]:
y0
In [31]: A1 =L1[1]*z**(-1);A1
Out[31]:
y1/z
In [32]: A2 = L1[2]*z**(-2);A2
Out[32]:
y2/z**2
In [33]: A3 = L1[3]*z**(-3);A3
Out[33]:
y3/z**3
In [34]: A4 =L1[4]*z**(-4);A4
Out[34]:
y4/z**4
In [35]: r = Function ('r')(z)
In [36]: R = A0+A1+A2+A3+\
A4+r;R
Out[36]:
y0 + y1/z + y2/z**2 + y3/z**3 + \
y4/z**4 + r(z)
In [37]: L3 = C.as_ordered_terms( );\
L3
Out[37]: [11616.0*z**4, - \
11616.0*z**3, 3872.0*z**2]
In [38]: L4 = D.as_ordered_terms( );\
L4
Out[38]:
[85184.0*z**5, -309760.0*z**4, \
441408.0*z**3, -309760.0*z**2, \
108416.0*z, -15488.0000000000]
In [39]: L3[0]
Out[39]:
11616.0*z**4
In [40]: L4[0]
Out[40]:
85184.0*z**5
In [41]: L3[0]/L4[0]
Out[41]:

```

```

0.136363636363636/z
In [42]: A1 = L3[0]/L4[0];A1
Out[42]:
0.136363636363636/z
In [43]: y1 = A1*z;y1
Out[43]:
0.136363636363636
In [44]: A1*D
Out[44]:
0.136363636363636*(85184.0*z**5 - 309760.0*z**4 + 441408.0*z**3 - 309760.0*z**2 + 108416.0*z - 15488.0)/z
In [45]: f0 = C-A1*D;f0
Out[45]:
11616.0*z**4 - 11616.0*z**3 + 3872.0*z**2 - 0.136363636363636*(85184.0*z**5 - 309760.0*z**4 + 441408.0*z**3 - 309760.0*z**2 + 108416.0*z - 15488.0)/z
In [46]: f1 = f0.expand ();f1
Out[46]:
-1.81898940354586e-12*z**4 + 30624.0*z**3 - 56320.0*z**2 + 42240.0*z - 14784.0 + 2112.0/z
In [47]: L6 = f1.as_ordered_terms( );\
L6
Out[47]:
[-1.81898940354586e-12*z**4, 30624.0*z**3, -56320.0*z**2, 42240.0*z, -14784.0000000000, 2112.0/z]
In [48]: L6.pop(0)
Out[48]:
-1.81898940354586e-12*z**4
In [49]: L6
Out[49]: [30624.0*z**3, -56320.0*z**2, 42240.0*z, -14784.0000000000, 2112.0/z]
In [50]: f4 = L6[0]+L6[1]+L6[2]+\
L6[3]+L6[4];f4
Out[50]:
30624.0*z**3 - 56320.0*z**2 + 42240.0*z - 14784.0 + 2112.0/z
In [51]: A2=L6[0]/L4[0];A2
Out[51]:
0.359504132231405/z**2
In [52]: y2=A2*z**2;y2

```

```

Out[52]:
0.359504132231405
In [53]: A2*D
Out[53]:
0.359504132231405*\
(85184.0*z**5 - 309760.0*z**4 + 441408.0*z**3 - 309760.0*z**2 + 108416.0*z - 15488.0)/z**2
In [54]: f5=f4-A2*D;f5
Out[54]:
30624.0*z**3 - 56320.0*z**2 + 42240.0*z - 14784.0 + 2112.0/z - 0.359504132231405*(85184.0*z**5 - 309760.0*z**4 + 441408.0*z**3 - 309760.0*z**2 + 108416.0*z - 15488.0)/z**2
In [55]: f6=f5.expand();f6
Out[55]:
-3.63797880709171e-12*z**3 + 55040.0*z**2 - 96576.0 - 36864.0/z +
In [56]: L7 = \
f6.as_ordered_terms( ); L7
Out[56]:
[-3.63797880709171e-12*z**3, 55040.0*z**2, -116448.0*z, 96576.0000000000, -36864.0/z, 5568.0/z**2]
In [57]: L7.pop(0)
Out[57]:
-3.63797880709171e-12*z**3
In [58]: L7
Out[58]: [55040.0*z**2, -116448.0*z, 96576.0000000000, -36864.0/z, 5568.0/z**2]
In [59]: f7 =L7[0]+L7[1]+L7[2]+\
L7[3]+L7[4];f7
Out[59]:
55040.0*z**2 - 116448.0*z + 96576.0 - 36864.0/z + 5568.0/z**2
In [60]: A3 =L7[0]/L4[0];A3
Out[60]:
0.646130728775357/z**3
In [61]: y3=A3*z**3;y3
Out[61]:
0.646130728775357

```

```

In [62]: A3*D
Out[62]:
0.646130728775357*
(85184.0*z**5 - 309760.0*z**4 +
441408.0*z**3 - 309760.0*z**2 +
108416.0*z - 15488.0)/z**3
In [63]: f8 = f7-A3*D;f8
Out[63]:
55040.0*z**2 - 116448.0*z +
96576.0 - 36864.0/z +
5568.0/z**2 - 0.6461307287*
(85184.0*z**5 - 309760.0*z**4 +
441408.0*z**3 - 309760.0*z**2 +
108416.0*z - 15488.0)/z**3
In [64]: f9 = f8.expand();f9
Out[64]:
83697.4545454546*z -
188631.272727273 +
163281.454545455/z -
64482.9090909091/z**2 +
10007.2727272727/z**3
In [65]: L8 =
f9.as_ordered_terms( ); L8
Out[65]:
[83697.4545454546*z,
-188631.272727273,
163281.454545455/z,
-64482.9090909091/z**2,
10007.2727272727/z**3]
In [66]: A4 =L8[0]/L4[0];A4
Out[66]:
0.982549006215423/z**4
In [67]: y4 = A4*z**4;y4
Out[67]:
0.982549006215423
In [68]: A4*D
Out[68]:
0.982549006215423*
(85184.0*z**5 - 309760.0*z**4 +
441408.0*z**3 - 309760.0*z**2 +
108416.0*z - 15488.0)/z**4
In [69]: f10=f9-A4*D;f10
Out[69]:
83697.4545454546*z -
188631.272727273 +
163281.454545455/z -
64482.9090909091/z**2 +
10007.2727272727/z**3 -
0.982549006215423*(85184.0*
z**5 - 309760.0*z**4 + 441408.0*
z**3-309760.0*z**2 + 108416.0*
z - 15488.0)
In [70]: f11=f10.expand();f11
Out[70]:
115723.107438017 -
270423.537190083/z
239871.47107438/z**2 -
96516.7603305786/z**3 +
15217.7190082645/z**4
In [71]: r=f11/D;r
Out[71]:
(115723.107438017 -
270423.537190083/z +
239871.47107438/z**2 -
96516.7603305786/z**3 +
15217.7190082645/z**4)/(85184.0*
z**5-309760.0*z**4 + 441408.0*
z**3-309760.0*z**2 + 108416.0*
z - 15488.0)
In [72]: L1[0]=0;L1
Out[72]: [0, y1, y2, y3, y4]
In [73]: L1[1]=y1;L1
Out[73]: [0, 0.136363636363636,
y2, y3, y4]
In [74]: L1[2]=y2;L1
Out[74]: [0, 0.136363636363636,
0.359504132231405, y3, y4]
In [75]: L1[3]=y3;L1
Out[75]: [0, 0.136363636363636,
0.359504132231405,
0.646130728775357, y4]
In [76]: L1[4]=y4;L1
Out[76]: [0, 0.136363636363636,
0.359504132231405,
0.646130728775357,
0.982549006215423]
In [77]: import matplotlib
In [78]: import matplotlib.pyplot
as plt
In [79]: plt.plot(L1)
Out[79]: [<matplotlib.lines.
Line2D at 0x22cea175100>]

```

Кінець програми 5

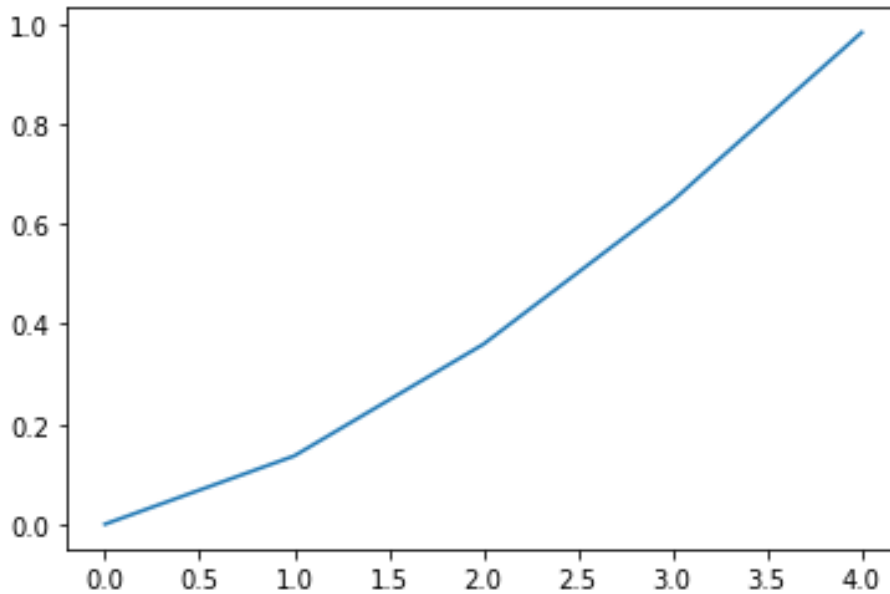


Рисунок 28 – Графік реакції об'єкта дослідження $y[k]$,
 $k=0,1,2,3,4$; $T=0,5$ у відносному часі k
з графічною лінійною інтерполяцією між сусідніми точками

7.4 Імітаційне моделювання процесів в об'єктах дослідження

Важливим методом аналізу процесів в об'єктах дослідження є метод, який називають імітаційним моделюванням. Його використовують у тих випадках, коли аналітичними методами розв'язати ті рівняння, що входять у математичну модель об'єкта, не можна через те, що якісь параметри цих рівнянь нелінійно або стохастично змінюються в часі. Згідно з основною ідеєю імітаційного моделювання у цьому випадку чинять так: 1) використовуючи відповідний комп'ютерний інструментарій, наприклад, пакет Simulink, задають на комп'ютері структурну схему об'єкта дослідження, складену з використанням елементів його математичної моделі; 2) додають до цієї структурної схеми додаткові елементи, якими задаються закони зміни залежних від часу детерміновано чи стохастично параметрів моделі об'єкта; 3) запускають процес моделювання доповненої структурної схеми з виведенням усіх потрібних для аналізу графіків чи цифрових даних; 4) повторюють кілька разів процес моделювання для виявлення тенденцій або трендів; 5) здійснюють аналіз отриманих результатів.

Наприклад, нехай потрібно дослідити залежність у часі t швидкості обертання ω приводного електродвигуна кульового млина, що використовується на електростанціях для помелу кускового вугілля, від ступеня помелу, який стохастично відображається моментом технологічного навантаження $M_{TH}(t)$.

Для електропривода кульового млина рівняння динаміки матиме стандартний вигляд

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{np} - M_{TH}(t), \quad (7.26)$$

в якому J – приведений до вала електродвигуна момент інерції млина разом з електродвигуном і редуктором, а M_{np} – приводний момент електродвигуна, який можна, наприклад, для електродвигуна постійного струму з незалежним чи паралельним збудженням, знайти з виразу

$$M_{np} = k_M I_{Я} = k_M \frac{U - E_{\omega}}{R_{Я}} = k_M \frac{U - k_{\omega} \omega}{R_{Я}} = \frac{k_M}{R_{Я}} U - \frac{k_M k_{\omega}}{R_{Я}} \omega, \quad (7.27)$$

в якому U – напруга, що прикладається до обмотки якоря електродвигуна, $R_{Я}$ – опір цієї обмотки, $I_{Я}$ – струм у ній, а k_M , k_{ω} – коефіцієнти, що визначаються з паспортних даних.

Ділячи рівняння (7.26) на J та підставляючи в нього вираз (7.27), матимемо

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_M}{R_{Я} J} U - \frac{k_M k_{\omega}}{R_{Я} J} \omega - \frac{1}{J} M_{TH}(t). \quad (7.28)$$

Інтегруючи рівняння (7.28), отримаємо

$$\omega = \frac{1}{D} \left(\frac{k_M}{R_{Я} J} U - \frac{k_M k_{\omega}}{R_{Я} J} \omega - \frac{1}{J} M_{TH}(t) \right), \quad (7.29)$$

де $\frac{1}{D}$ – оператор інтегрування.

На рис. 29 наведена структурна схема, яка реалізує рівняння (7.29).

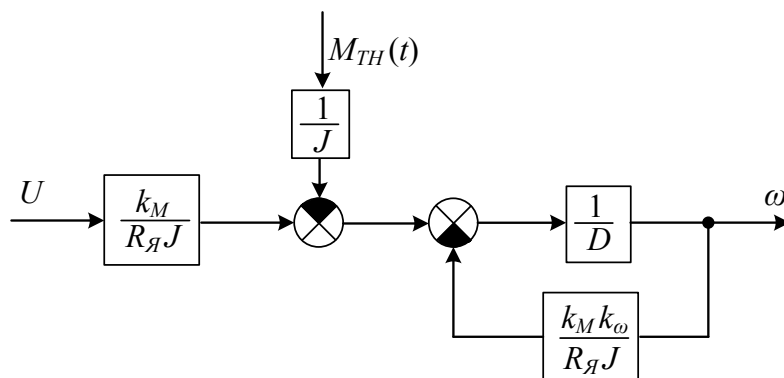


Рисунок 29 – Структурна схема системи електропривода кульового млина

Перед тим, як запустити процес комп'ютерного моделювання з використанням моделі (7.29), потрібно для структурної схеми, зображеної на рис. 29, синтезувати додатковий структурний блок, який реалізуватиме процес зміни в часі моменту технологічного навантаження $M_{TH}(t)$, графік однієї реалізації якого наведено на рис. 30.

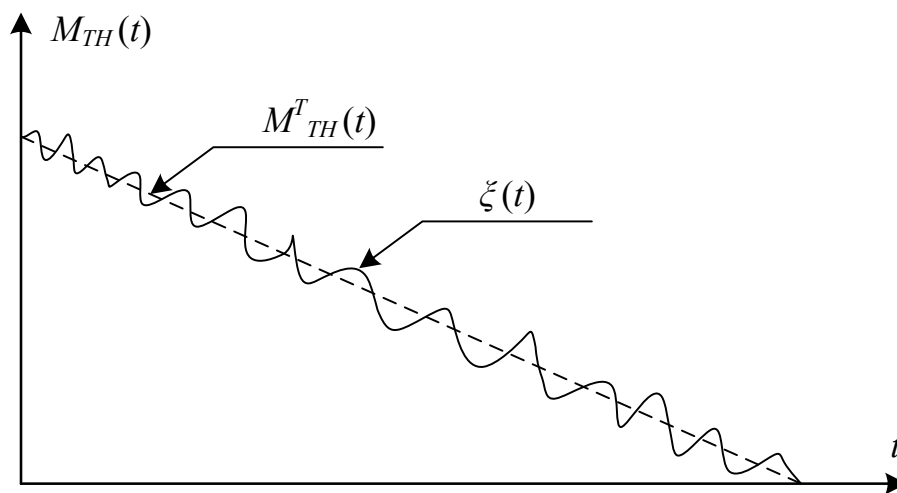


Рисунок 30 – Графічна інтерпретація формування моменту технологічного навантаження $M_{TH}(t)$

Цей графік є сумою тренду

$$M_{TH}^T(t) = M_0^T - k_T t \quad (7.30)$$

та білого шуму $\xi(t)$ з заданою дисперсією σ_ξ^2 . Структура, яка реалізує цю суму, показана на рис. 31. На ньому ПФТ – це комп'ютерна програма, яка формує тренд (7.30), а ПФБШ – це комп'ютерна програма, яка формує білий шум $\xi(t)$ з заданою дисперсією σ_ξ^2 .

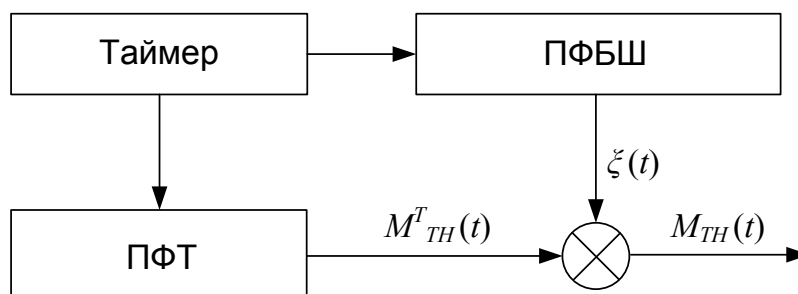


Рисунок 31 – Структурна схема додаткового блока, який формує $M_{TH}(t)$

Подаючи на лівий вхід структурної схеми, наведеної на рис. 29 і комп'ютерно реалізованої засобами пакета Simulink, вхідний сигнал, що відображає напругу U , та під'єднуючи верхній вхід до виходу додаткового структурного блока, наведеного на рис. 31, який формує сигнал $M_{TH}(t)$, і запускаючи процес від таймера, зображеного на цьому ж рис. 31, ми отримаємо реалізацію зміни швидкості обертання вала електродвигуна привода кульового млина, і, тим самим, зімітуємо реальний процес, що матиме місце в цьому кульовому млині. Повторюючи цей процес, ми отримаємо ансамбль реалізацій, до якого можна буде застосувати методи аналізу випадкових процесів і отримати усереднені характеристики параметрів, які нас цікавлять.

Задаючи різний нахил тренду та різні значення дисперсії білого шуму, ми можемо дослідити залежність процесу помелу кускового вугілля як від часу помелу, так і від сорту цього вугілля.

7.5 Прогнозування дискретних стохастичних процесів

У цьому підрозділі ми продемонструємо, як, використовуючи авторегресійні моделі часових рядів (4.79)–(4.82) та (4.93)–(4.97) та програми їх реалізації мовою Python, прогнозувати майбутні значення як стаціонарних, так і нестаціонарних дискретних стохастичних процесів, заданих у формі часових рядів.

Програма мовою Python для розв'язання задачі, пов'язаної з авторегресійною ідентифікацією стаціонарного часового ряду $y_t = \{5., 8., 3., 4., 6., 3., 2., 7., 5., 4., 3., 6., 4., 5., 3., 8., 6., 4., 3., 5., 4., 2., 7., 4., 5., 3., 6., 3., 4., 5.\}$, заданого в N точках $t \in [0, N - 1]$ при $N=30$, з використанням моделі $AR(3)$ зі структурою:

$$y_t = b + m_t,$$

$$b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i$$

$$m_t = g_1 m_{t-1} + g_2 m_{t-2} + g_3 m_{t-3} + a_t$$

та алгоритму Юла-Уокера визначення її параметрів

(Програма 6):

In [1]: import numpy as np	Out[5]: 137.0
In [2]: L=[5.,8.,3.,4.,6.,3.,2.,7.,5.,4.,\	In [6]: b=_/N;b
3.,6.,4.,5.,3.,8.,6.,4.,3.,5.,\	Out[6]:
4.,2.,7.,4.,5.,3.,6.,3.,4.,5.]	4.5666666666666666
In [3]: N=30	In [7]: b=b.round(3);b
In [4]: def fun (x):	Out[7]: 4.567
return np.sum(x)	In [8]: L1=L-b
In [5]: fun(L)	In [9]: def fun (x):


```

    return np.dot(x,x)
In [10]: fun(L1)
Out[10]:
77.36667
In [11]: q0=_/N; q0
Out[11]:
2.5788889999999998
In [12]: q0=q0.round(3);\
        q0
Out[12]:
2.579
In [13]: L2=L1[:-1]
In [14]: L5=L1[1:]
In [15]: def fun (x,y):
    return np.dot(x,y)
In [16]: fun(L2,L5)
Out[16]:
-22.8208189999999993
In [17]: q1=./(N-1); q1
Out[17]:
-0.786924793103448
In [18]: q1=q1.round(3);q1
Out[18]:
-0.787
In [19]: L3=L2[:-1]
In [20]: L6=L5[1:]
In [21]: fun(L3,L6)
Out[21]:
-14.8743080000000001
In [22]: q2=./(N-2);q2
Out[22]:
-0.5312252857142857
In [23]: q2=q2.round(3);q2
Out[23]:
-0.531
In [24]: L4=L3[:-1]
In [25]: L7=L6[1:]
In [26]: fun(L4,L7)
Out[26]:
2.67020300000000008
In [27]: q3=./(N-3); q3
Out[27]:
0.09889640740740743
In [28]: q3=q3.round(3);\
        q3
Out[28]:
0.099
In [29]: r0=q0/q0;r0

```

```

Out[29]:
1.0
In [30]: r1=q1/q0;r1
Out[30]:
-0.30515703761147733
In [31]: r1=r1.round(3);r1
Out[31]:
-0.305
In [32]: r2=q2/q0;r2
Out[32]:
-0.2058937572702598
In [33]: r2=r2.round(3);r2
Out[33]:
-0.206
In [34]: r3=q3/q0;r3
Out[34]:
0.038386971694455214
In [35]: r3=r3.round(3);r3
Out[35]:
0.038
In [36]: L9=[r0,r1,r2,\
            r3];L9
Out[36]:
[1.0, -0.305, -0.206, 0.038]
In [37]: import sympy
In [38]: from sympy
    import*
In [39]: r,r0,r1,r2,r3 =\
    symbols('r r0 r1\
            r2 r3')
In [40]: M = symbols('M')
In [41]: M = Matrix(\
    ([[r0,r1,r2],[r1,r0,r1],\
    [r2,r1,r0]]);M
Out[41]:
Matrix([
[r0, r1, r2],
[r1, r0, r1],
[r2, r1, r0]])
In [42]: g,g1,g2,g3=\
    symbols('g g1 \
            g2 g3')
In [43]: g = Matrix(\
    [g1,g2,g3]);g
Out[43]:
Matrix([
[g1],
[g2],

```

```
[g3]])
In [44]: M=M.subs\
        ((r0,1),(r1,-0.305),\
         (r2,-0.206));M
Out[44]:
Matrix([
 [ 1, -0.305, -0.206],
 [-0.305, 1, -0.305],
 [-0.206, -0.305, 1]])
In [45]: r=Matrix([r1,r2,r3]);\
        r
Out[45]:
Matrix([
 [r1],
 [r2],
 [r3]])
In [46]: r=r.subs([(r1,-0.305),\
                  (r2,-0.206),(r3,0.038)]);\
        r
Out[46]:
Matrix([
 [-0.305],
 [-0.206],
 [ 0.038]])
In [47]: B=simplify(M.inv())
In [48]: g=B*r
In [49]: g=g.evalf(3); g
Out[49]:
Matrix([
 [-0.465],
 [-0.403],
 [-0.181]])
In [50]: g1=g[0,0]; g1
Out[50]:
-0.465
In [51]: g2=g[1,0]; g2
Out[51]:
-0.403
In [52]: g3=g[2,0]; g3
Out[52]:
-0.181
In [53]: a = symbols('a')
In [54]: ska = symbols \
        ('ska')
In [55]: ska = q0-g1*q1-\
        g2*q2-g3*q3; ska
Out[55]:
2.01681854248047
```

```
In [56]: skv = symbols('skv')
In [57]: skv = ska**(0.5); skv
Out[57]:
1.42014736646605
In [58]: skv = skv.evalf(3); skv
Out[58]:
1.42
In [59]: a11,a22 = \
        symbols('a11 a22')
In [60]: a11 = -3*skv; a11
Out[60]:
-4.26
In [61]: a22 = 3*skv; a22
Out[61]:
4.26
In [62]: import random as rnd
In [63]: m = symbols('m:10')
In [64]: l = symbols('l:10')
In [65]: m=list(m)
In [66]: l=list(l)
In [67]: d = symbols('d:10')
In [68]: d = list(d)
In [69]: d[0] = rnd.\
        uniform(-4.26,\
        4.26); d[0]
Out[69]:
3.7878324717658174
In [70]: m[0]=g1*L1[29]+\
        g2*L1[28]+g3*L1[27]\
        +d[0]; m[0]
Out[70]:
4.09812879744941
In [71]: L1 = np.append(L1,\
        [m[0]])
In [72]: l[0]=b+m[0]; l[0]
Out[72]:
8.66512879744941
In [73]: L = np.append(L,[l[0]])
In [74]: d[1] = rnd.\
        uniform(-4.26,\
        4.26); d[1]
Out[74]:
-2.587298897242724
In [75]: m[1]= g1*L1[30]+\
        g2*L1[29]+g3*L1[28]+\
        d[1]; m[1]
Out[75]:
-2.08074576204602
```

```

In [76]: L1 = np.append\
         (L1,[m[1]])
In [77]: l[1]=b+m[1]; l[1]
Out[77]:
2.48625423795398
In [78]: L=np.append(L,[l[1]])
In [79]: d[2] = rnd.uniform \
         (-4.26,4.26); d[2]
Out[79]:
0.8071389548290568
In [80]: m[2]= g1*L1[31]+\
         g2*L1[30]+g3*L1[29]\
         +d[2]; m[2]
Out[80]:
0.0451337059883733
In [81]: L1 = np.append\
         (L1,[m[2]])
In [82]: l[2]=b+m[2]; l[2]
Out[82]:
4.61213370598837
In [83]: L=np.append(L,[l[2]])
In [84]: d[3] = rnd.uniform \
         (-4.26,4.26); d[3]
Out[84]:
3.5146713080878706
In [85]: m[3]= g1*L1[32]+\
         g2*L1[31]+g3*L1[30]\
         +d[3]; m[3]
Out[85]:
3.59161472387185
In [86]: L1 = np.\
         append\ (L1,[m[3]])
In [87]: l[3]=b+m[3]; l[3]
Out[87]:
8.15861472387185
In [88]: L=np.append\
         (L,[l[3]])
In [89]: d[4] = rnd.\
         uniform (-4.26,4.26);\
         d[4]
Out[89]:
3.332153915638866
In [90]: m[4]= g1*L1[33]+\
         g2*L1[32]+g3*L1[31]\
         +d[4]; m[4]
Out[90]:
0.178801469969288
In [91]: L1 = np.append\
         (L1,[m[4]])
In [92]: l[4]=b+m[4]; l[4]
Out[92]:
4.74580146996929
In [93]: L=np.append\
         (L,[l[4]])
In [94]: d[5] = rnd.uniform \
         (-4.26,4.26); d[5]
Out[94]:
2.867785147080328
In [95]: m[5]= g1*\
         L1[34]+g2*L1[33]+\
         g3*L1[32]+ d[5];\
         m[5]
Out[95]:
1.32898394299138
In [96]: L1 = np.append\ (L1,\
         [m[5]])
In [97]: l[5]=b+m[5]; l[5]
Out[97]:
5.89598394299138
In [98]: L=np.append(L,\
         [l[5]])
In [99]: d[6] = rnd.uniform \
         (-4.26,4.26); d[6]
Out[99]:
1.69270588124252
In [100]: m[6]= g1*\
         L1[35]+g2*L1[34]+\
         g3*L1[33]+ \
         d[6]; m[6]
Out[100]:
-0.471995713797095
In [101]: L1 = np.append\
         (L1,[m[6]])
In [102]: l[6]=b+m[6]; l[6]
Out[102]:
4.09500428620290
In [103]: L=np.append\
         (L,[l[6]])
In [104]: d[7] = rnd.uniform \
         (-4.26,4.26); d[7]
Out[104]:
0.10021632009046666
In [105]: m[7]= g1*L1[36]+\
         g2*L1[35]+g3*L1[34]\
         +d[7]; m[7]
Out[105]:

```

```

-0.248149939266434
In [106]: L1 = np.append\
          (L1,[m[7]])
In [107]: l[7]=b+m[7]; l[7]
Out[107]:
4.31885006073357
In [108]: L=np.append(L,[l[7]])
In [109]: d[8] = rnd.uniform\
          (-4.26,4.26); d[8]
Out[109]:
-2.232660689069062
In [110]: m[8]= g1*L1[37]+\
          g2*L1[36]+g3*L1[35]\
          +d[8]; m[8]
Out[110]:
-2.16719334714070
In [111]: L1 = np.append\
          (L1,[m[8]])
In [112]: l[8]=b+m[8]; l[8]
Out[112]:
2.39980665285930

In [113]: L=np.append\
          (L,[l[8]])
In [114]: d[9] = rnd.uniform\
          (-4.26,4.26); d[9]
Out[114]:
1.544009122634895
In [115]: m[9]= g1*L1[38]+\
          g2*L1[37]+g3*L1[36] \
          +d[9]; m[9]
Out[115]:
2.73738643318719
In [116]: L1 = np.append\
          (L1,[m[9]])
In [117]: l[9]=b+m[9]; l[9]
Out[117]:
7.30438643318719
In [118]: L=np.append(L,[l[9]])
In [119]: import matplotlib
In [120]: import matplotlib.\
          pyplot as plt
In [121]: plt.plot(L1)

```

Кінець програми 6.

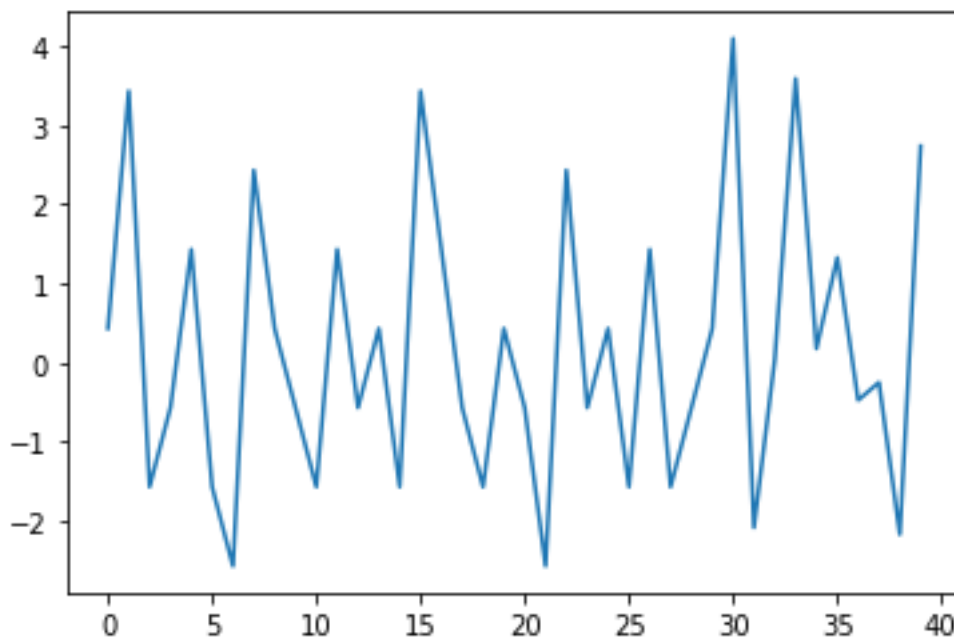


Рисунок 32 – Графік часового ряду m_t , який в діапазоні $t \in [0,30]$ заповнений експериментально отриманими значеннями, а за межами цього діапазону заповнений прогнозними значеннями, отриманими з використанням авторегресійної моделі, ідентифікованої за експериментально отриманими значеннями, та програми 6

Програма мовою Python для розв'язання задачі, пов'язаної з авто-регресійним моделюванням нестационарного часового ряду $y_t = \{5., 8., 3., 4., 6., 8., 10., 7., 6., 9., 12., 8., 11., 15., 12., 10., 7., 8., 12., 15., 18., 20., 17., 14., 15., 17., 16., 19., 22., 25.\}$, заданого в N точках $t \in [0, N - 1]$ при $N=30$, з використанням моделі АРПКС(3,0,2):

$$\begin{aligned} v_t &= y_t - y_{t-1}, w_t = v_t - v_{t-1}, \\ w_t &= g_1 w_{t-1} + g_2 w_{t-2} + g_3 w_{t-3} + a_t, \\ y_k &= y_{-1} + \sum_{t=0}^k v_t \quad v_k = v_{-1} + \sum_{t=0}^k w_t \end{aligned}$$

та методу її ідентифікації в класичній формі

(Програма 7):

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: L=[5.,8.,3.,4.,6.,8.,10.,\
        7.,6.,9.,12.,8.,11.,15.,\
        12.,10.,7.,8.,12.,15.,18.,\
        20.,17.,14.,15.,17.,16.,\
        19.,22.,25.]
In [3]: N=30
In [4]: L1 = np.diff(L)
In [5]: def fun (x):
        return np.sum(x)
In [6]: fun(L1)
Out[6]: 20.0
In [7]: _(N-1)
Out[7]: 0.6896551724137931
In [8]: L11=np.diff(L1)
In [9]: fun(L11)
Out[9]: 0.0
In [10]: def fun (x):
        return np.dot(x,x)
In [11]: fun(L11)
Out[11]:
390.0
In [12]: q0=_(N-2); q0
Out[12]:
13.928571428571429
In [13]: q0=q0.round(3);q0
Out[13]:
13.929
In [14]: L2=L11[:-1]
In [15]: L5=L11[1:]
In [16]: def fun (x,y):
        return np.dot(x,y)
In [17]: fun(L2,L5)
Out[17]:
-0.29059829059829057
Out[17]:
-102.0
In [18]: q1=_(N-3); q1
Out[18]:
-3.7777777777777777
In [19]: q1=q1.round(3);q1
Out[19]:
-3.778
In [20]: L3=L2[:-1]
In [21]: L6=L5[1:]
In [22]: fun(L3,L6)
Out[22]:
-134.0
In [23]: q2=_(N-4);q2
Out[23]:
-5.153846153846154
In [24]: q2=q2.round(3);q2
Out[24]:
-5.154
In [25]: L4=L3[:-1]
In [26]: L7=L6[1:]
In [27]: fun(L4,L7)
Out[27]:
49.0
In [28]: q3=_(N-5); q3
Out[28]:
1.96
In [29]: r0=q0/q0;r0
Out[29]:
1.0
In [30]: r1=q1/q0;r1
Out[30]:
-0.29059829059829057
```

```

In [31]: r1=r1.round(3);r1
Out[31]:
-0.291
In [32]: r2=q2/q0;r2
Out[32]:
-0.3964615384615385
In [33]: r2=r2.round(3);r2
-0.396
In [34]: r3=q3/q0;r3
Out[34]:
0.15076923076923077
In [35]: r3=r3.round(3);r3
Out[35]:
0.151
In [36]: L9=[r0,r1,r2,r3];L9
Out[36]:
[1.0, -0.291, -0.396, 0.151]
In [37]: import sympy
In [38]: from sympy import*
In [39]: r,r0,r1,r2,r3 = \
        symbols('r r0 r1 r2 r3')
In [40]: M = symbols('M')
In [41]: M = Matrix([[r0,r1,r2],\
        [r1,r0,r1],
        [r2,r1,r0]]);M
Out[41]:
Matrix([
[r0, r1, r2],
[r1, r0, r1],
[r2, r1, r0]])
In [42]: g,g1,g2,g3=\
        symbols('g g1 g2 g3')
In [43]: g = Matrix([g1,g2,g3]);g
Out[43]:
Matrix([
[g1],
[g2],
[g3]])
In [44]: M =M.subs([(r0,1),(r1,\
        -0.291),(r2,-0.396)]);M
Out[44]:
Matrix([
[ 1, -0.291, -0.396 ],
[-0.291,  1, -0.291],
[-0.396, -0.291,  1 ]])
In [45]: r=Matrix([r1,r2,r3]); r
Out[45]:
Matrix([
[r1],
[r2],
[r3]])
In [46]: r=r.subs([(r1,-0.291),\
        (r2,-0.396),(r3,0.151)]); r
Out[46]:
Matrix([
[-0.291],
[-0.396],
[ 0.151]])
In [47]: B=simplify(M.inv())
In [48]: g=B*r
In [49]: g=g.evalf(3); g
Out[49]:
Matrix([
[-0.584 ],
[-0.644],
[-0.268]])
In [50]: g1=g[0,0]; g1
Out[50]:
-0.584
In [51]: g2=g[1,0]; g2
Out[51]:
-0.644
In [52]: g3=g[2,0]; g3
Out[52]:
-0.268
In [53]: a = symbols ('a')
In [54]: ska = symbols ('ska')
In [55]: ska = q0-g1*q1-g2*q2-\
        g3*q3; ska
Out[55]:
7.99764599609375
In [56]: skv = symbols ('skv')
In [57]: skv = ska**(0.5)
In [58]: skv = skv.evalf(3); skv
Out[58]:
2.83
In [59]: a11,a22 = \
        symbols ('a11 a22')
In [60]: a11 = -2*skv; a11
Out[60]:
-5.66
In [61]: a22 = 2*skv; a22
Out[61]:
5.66

```

```

In [62]: import random as rnd
In [63]: w = symbols('w:10')
In [64]: v = symbols('v:10')
In [65]: w=list(w)
In [66]: v=list(v)
In [67]: d = symbols('d:10')
In [68]: d = list(d)
In [69]: y = symbols('y:10')
In [70]: y=list(y)
In [71]: L21=[ ]
In [72]: L22=[ ]
In [73]: L23=[ ]
In [74]: d[0] = rnd.uniform \
          (-5.66,5.66); d[0]
Out[74]:
-3.949689744213309
In [75]: w[0]=g1*L11[27]+g2*\
          L11[26]+g3*L11[25]+\
          d[0]; w[0]
Out[75]:
-5.02122294733831
In [76]: L23.append(w[0]);L23
Out[76]:
[-5.02122294733831]
In [77]: v[0]=L1[28]+w[0];v[0]
Out[77]:
-2.02122294733831
In [78]: L22.append(v[0]);L22
Out[78]:
[-2.02122294733831]
In [79]: y[0]=L[29]+v[0];y[0]
Out[79]:
22.9787770526617
In [80]: L21.append(y[0]); L21
Out[80]:
[22.9787770526617]
In [81]: d[1] = rnd.uniform \
          (-5.66,5.66); d[1]
Out[81]:
-0.35599763798745787
In [82]: w[1]=g1*L23[0]+\
          g2*L11[27]+g3*L11[26]\
          + d[1]; w[1]
Out[82]:
2.57876987566682
In [83]: L23.append(w[1]);L23
Out[83]:
[-5.02122294733831, \
 2.57876987566682]
In [84]: v[1]=L22[0]+w[1];v[1]
Out[84]:
0.557546928328509
In [85]: L22.append(v[1]);L22
Out[85]:
[-2.02122294733831, \
 0.557546928328509]
In [86]: y[1]=L21[0]+v[1];y[1]
Out[86]:
23.5363239809902
In [87]: L21.append(y[1]);L21
Out[87]:
[22.9787770526617, \
 23.5363239809902]
In [88]: d[2] = rnd.uniform \
          (-5.66,5.66); d[2]
Out[88]:
5.4505096830373745
In [89]: w[2]=g1*L23[1]+\
          g2*L23[0]+g3*L11[27]+\
          d[2]; w[2]
Out[89]:
7.17717253770830
In [90]: L23.append(w[2]);L23
Out[90]:
[-5.02122294733831, \
 2.57876987566682, \
 7.17717253770830]
In [91]: v[2]=L22[1]+w[2];v[2]
Out[91]:
7.73471946603681
In [92]: L22.append(v[2]);L22
Out[92]:
[-2.02122294733831, \
 0.557546928328509, \
 7.73471946603681]
In [93]: y[2]=L21[1]+v[2];y[2]
Out[93]:
31.2710434470270
In [94]: L21.append(y[2]);L21
Out[94]:
[22.9787770526617, \
 23.5363239809902, \
 31.2710434470270]
In [95]: d[3] = rnd.uniform \

```

```

(-5.66,5.66); d[3]
Out[95]:
1.5127310202924091
In [96]: w[3]=g1*L23[2]+\
          g2*L23[1]+g3*L23[0]+\
          d[3]; w[3]
Out[96]:
-2.99786690654250
In [97]: L23.append(w[3])
In [98]: v[3]=L22[2]+w[3];v[3]
Out[98]:
4.73685255949431
In [99]: L22.append(v[3])
In [100]: y[3]=L21[2]+v[3];y[3]
Out[100]:
36.0078960065213
In [101]: L21.append(y[3])
In [102]: d[4] = rnd.uniform
          (-5.66,5.66); d[4]
Out[102]:

```

```

-2.938526432470273
In [103]: w[4]=g1*L23[3]+\
          g2*L23[2]+g3*L23[1]+\
          d[4]; w[4]
Out[103]:
-6.49957209318491
In [104]: L23.append(w[4])
In [105]: v[4]=L22[3]+w[4];v[4]
Out[105]:
-1.76271953369060
In [106]: L22.append(v[4])
In [107]: y[4]=L21[3]+v[4];y[4]
Out[107]:
34.2451764728307
In [108]: L21.append(y[4])
In [109]: L555 = L+L21
In [110]: import matplotlib
In [111]: import matplotlib.pyplot\
          as plt
In [112]: plt.plot(L555)

```

Кінець програми 7

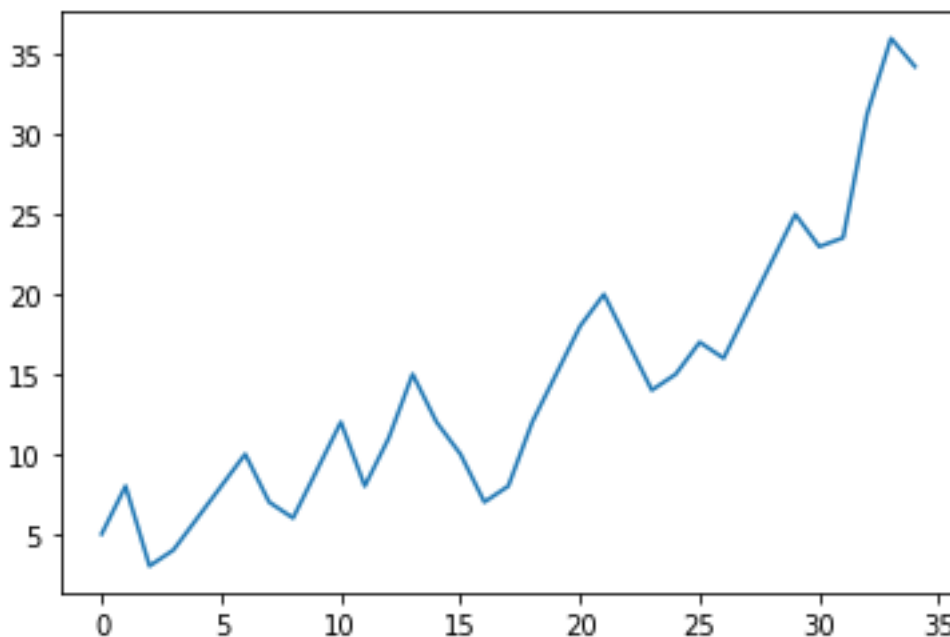


Рисунок 33 – Графік часового ряду y_t , який в діапазоні $t \in [0,30]$ заповнений експериментальними значеннями, а за його межами – прогнозними значеннями, отриманими з використанням програми 7

РОЗДІЛ 8 ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ТА ХАРАКТЕРИСТИК ОБ'ЄКТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

8.1 Загальна характеристика 5-го етапу системного аналізу

Як ми уже раніше відзначали, на 5-му етапі системного аналізу здійснюється оптимізація, якщо необхідність в ній виявлена в результаті досліджень, проведених на 4-му етапі системного аналізу.

Розрізняють два види оптимізації: оптимізацію параметрів моделей, якими описуються процеси в об'єктах дослідження, та оптимізацію параметрів самих об'єктів дослідження.

Спільним для обох видів оптимізації є те, що вони мають здійснюватися шляхом пошуку екстремумів спеціально сконструйованих функціоналів чи функцій, які називають критеріями оптимізації чи цільовими функціями, і які однозначно пов'язані з параметрами моделей чи параметрами об'єктів або процесів у цих об'єктах, оптимальні значення яких ми бажаємо знати.

Стосовно моделей це може бути, наприклад, сума квадратів відхилень вихідних величин об'єкта $y_i, i=1,2,\dots,n$ та моделі y_i^M , тобто

$$\sum = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^M)^2, \quad (8.1)$$

мінімізацією якої знаходять оптимальні значення параметрів моделі.

Стосовно параметрів процесів в об'єктах дослідження, то, наприклад, в електроенергетиці таким критерієм можуть бути сумарні втрати активної електричної потужності ΔP в n лініях електропередачі електричної мережі з активним опором R_i кожна, по яких електричний струм $I_i(t)$ передається від його джерела до споживачів протягом відрізка часу T ; ці втрати можна записати у вигляді функціонала

$$\Delta P = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{i=1}^n I_i^2(t) R_i dt. \quad (8.2)$$

А в електромеханіці таким критерієм можуть бути, наприклад, сумарні втрати електричної енергії ΔE за відрізок часу T , протягом якого на електропривод з електродвигуном постійного струму подається напруга $U(t)$, що створює в якірному колі з опором $R_{\text{я}}$ електродвигуна струм $I(t)$; ці втрати можна записати у вигляді функціонала

$$\Delta E = \int_0^T I^2(t) R_a dt. \quad (8.3)$$

Мінімізуючи критерії (8.2), (8.3), знаходять у першому випадку оптимальні значення параметрів режиму електричної мережі, а у другому – оптимальні значення параметрів режиму об'єкта з системою електроприводу.

Що ж до цільової функції, то для одної вихідної змінної y об'єкта дослідження і двох його вхідних змінних x_1, x_2 вона може бути записана, наприклад, так:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1^2 + a_4 x_1 x_2 + a_5 x_2^2. \quad (8.4)$$

Коефіцієнти $a_i, i = 0, 1, \dots, 5$ цільової функції (8.4) визначаються в процесі оптимізації, наприклад, шляхом постановки оптимального активного експерименту, мова про який піде в одному з наступних підрозділів, або за допомогою методу найменших квадратів, суть якого нами уже викладена раніше.

Методів оптимізації, за допомогою яких відшуковують екстремуми критеріальних співвідношень, існує надзвичайно багато, і їх неможливо охопити в одному розділі підручника з методології і організації наукових досліджень; їм присвячені численні монографії і навчальні посібники. А у нашому підручнику у наступному підрозділі ми продемонструємо як оптимізацію здійснити за допомогою методів, які базуються на варіаційному численні, оскільки саме з їх використанням здійснено оптимізацію багатьох процесів в різних галузях, зокрема і в галузі інформаційних технологій. Викладемо ми також суть методу оптимізації, запропонованого Гаусом і Зейделем, та градієнтного методу.

8.2 Оптимізація режимних параметрів процесів в об'єктах дослідження

В курсі варіаційного числення показано, що у випадку, якщо критерієм оптимізації є функціонал

$$J_{ab} = \int_a^b F(t, y, y') dt, \quad (8.5)$$

то його екстремум при відсутності обмежень досягається:

- на функціях $y(t)$, які є розв'язком рівняння Ейлера

$$F_y - \frac{d}{dt} F_{y'} = 0, \quad (8.6)$$

в якому

$$F_y = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad F_{y'} = \frac{\partial F}{\partial y'}, \quad y' = \frac{dy}{dt}, \quad (8.7)$$

а за наявності обмежень у вигляді рівняння

$$\varphi(t, y, y') = 0, \quad (8.8)$$

або у вигляді функціонала

$$J_{ab}^* = \int_a^b F^*(t, y, y') dt \quad (8.9)$$

екстремум досягається:

- на функціях $y(t)$, які є спільним розв'язком рівняння Лагранжа

$$H_y - \frac{d}{dt} H_{y'} = F_y - \frac{d}{dt} F_{y'} + \lambda(t) \cdot \varphi_y(t, y, y') - \frac{d}{dt} (\lambda(t) \cdot \varphi_{y'}(t, y, y')) = 0 \quad (8.10)$$

та рівняння (8.8) у випадку обмеження (8.8);

- на функціях $y(t)$, які є спільним розв'язком системи рівнянь Лагранжа

$$\begin{cases} H_y - \frac{d}{dt} H_{y'} = F_y - \frac{d}{dt} F_{y'} - \lambda(t) \cdot (F_y^*(t, y, y')) + \\ + \frac{d}{dt} (\lambda(t) \cdot (F_{y'}^*(t, y, y_1'))) = 0; \\ H_\psi - \frac{d}{dt} H_{\psi'} = \frac{d}{dt} (-\lambda(t)) = 0; \end{cases}, \quad (8.11)$$

та рівняння (8.9) у випадку обмеження (8.9);

- на функціях $y(t)$, які є спільним розв'язком системи рівнянь Лагранжа

$$\begin{cases} H_y - \frac{d}{dt} H_{y'} = F_y - \frac{d}{dt} F_{y'} + \lambda_1(t) \cdot \varphi_y(t, y, y') - \lambda_2(t) \cdot (F_y^*(t, y, y')) - \\ - \frac{d}{dt} (\lambda_1(t) \cdot \varphi_{y'}(t, y, y') - \lambda_2(t) \cdot (F_{y'}^*(t, y, y_1'))) = 0; \\ H_\psi - \frac{d}{dt} H_{\psi'} = \frac{d}{dt} (-\lambda_2(t)) = 0 \end{cases} \quad (8.12)$$

та рівнянь (8.8), (8.9) у випадку наявності обох обмежень (8.8), (8.9).

Як функція Лагранжа для рівняння (8.10) виступає функція

$$H(t, y, y', \lambda) = F(t, y, y') + \lambda(t) \cdot \varphi(t, y, y'), \quad (8.13)$$

для системи рівнянь (8.11) – функція

$$H(t, y, y', \lambda) = F(t, y, y') + \lambda(t) \cdot (\psi' - F^*(t, y, y')), \quad (8.14)$$

а для системи рівнянь (8.12) – функція

$$H(t, y, y', \lambda_1, \lambda_2) = F(t, y, y') + \lambda_1(t) \cdot \varphi(t, y, y') + \lambda_2(t) \cdot (\psi' - F^*(t, y, y')), \quad (8.15)$$

де

$$\psi(t) = \int_a^t F^*(\theta, y, y') dt, \quad (8.16)$$

що матиме місце, якщо в інтегралі (8.9) ми верхню межу «відпустимо», зробивши її змінною, тобто якщо замість визначеного інтеграла (8.9) ми розглядатимемо інтеграл зі змінною верхньою межею

$$J_{at}^* = \psi(t) = \int_a^t F^*(\theta, y, y') d\theta \quad (8.17)$$

В електроенергетиці часто доводиться мати справу не з однією змінною y , а з n змінними y_i , $i = 1, 2, \dots, n$, а тому замість критерію оптимізації (8.5) у цьому випадку потрібно розглядати критерій

$$J_{ab} = \int_a^b F(t, y_1, y_2, \dots, y_n, y'_1, y'_2, \dots, y'_n) dt. \quad (8.18)$$

І одним обмеженням, що має вигляд (8.8), у цьому випадку уже не обійтись, оскільки обмеження набувають вигляду системи рівнянь типу

$$\varphi_i(t, y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_n, y'_1, y'_2, \dots, y'_j, \dots, y'_n) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (8.19)$$

А тому функція Лагранжа набуває вигляду

$$H(\bullet) = F(t, y_1, \dots, y_j, \dots, y_n, y'_1, \dots, y'_j, \dots, y'_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i(t) \cdot \varphi_i(t, y_1, \dots, y_j, \dots, y_n, y'_1, \dots, y'_j, \dots, y'_n). \quad (8.20)$$

А замість одного рівняння Лагранжа (8.10) та одного рівняння обмеження (8.8), що розв'язувались спільно для визначення оптимальної кривої $y(t)$, у цьому випадку для визначення оптимальної n -вимірної гіперповерхні, що задається кривими $y_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$, потрібно розв'язувати n рівнянь Лагранжа

$$H_{y_j}(\bullet) - \frac{d}{dt} H_{y'_j}(\bullet) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (8.21)$$

які після підстановки в них виразу (8.20) набувають вигляду

$$F_{y_j}(\bullet) - \frac{d}{dt} F_{y'_j}(\bullet) + \sum_{i=1}^m \lambda_i(t) \frac{\partial \varphi_i(\bullet)}{\partial y_j} - \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^m \lambda_i(t) \frac{\partial \varphi_i(\bullet)}{\partial y'_j}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8.22)$$

разом з m рівняннями обмежень (8.19).

Нагадаємо, що жирними крапками в дужках математики усього світу домовились позначати довгі сукупності аргументів функцій, що у якихось попередніх записах уже були деталізовані.

Нагадаємо також, що множники $\lambda_i(t)$, $i=1,2,\dots,m$ в усіх вищенаведених рівняннях, які можуть бути і функціями, і константами, називають невизначеними множниками Лагранжа, а сам метод, який оперує цими множниками, аби відрізнити його від інших методів, розроблених Лагранжем, називають методом невизначених множників Лагранжа. І саме тому, що ці множники спочатку невідомі та їх потрібно визначати з тієї ж системи рівнянь, з якої визначаються і функції, що доставляють екстремум критерію оптимізації, число цих рівнянь має дорівнювати сумі кількості функцій і кількості множників.

Екстремалі $y(t)$ або $y_i(t)$, $i=1,2,\dots,n$, знайдені шляхом розв'язання рівняння Ейлера чи рівнянь Лагранжа, не вказують на те, що на них знайдено – мінімум чи максимум критеріального функціонала. Тож для визначення характеру екстремуму – максимум це чи мінімум – потрібно функцію Ейлера $F(t, y, y')$ чи функцію Лагранжа $H(t, y, y', \lambda)$, які є підінтегральними в критеріальному функціоналі, після визначення векторів $y(t)$, $\lambda(t)$, перевірити на те, чи задовольняють вони на відрізьку інтегрування $[a, b]$ умови Лежандра, які для мінімуму критеріального функціонала записуються у вигляді такої системи детермінантних нерівностей:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{y'_1 y'_1} \geq 0; \\ \left| \begin{array}{cc} F_{y'_1 y'_1} & F_{y'_1 y'_2} \\ F_{y'_2 y'_1} & F_{y'_2 y'_2} \end{array} \right| \geq 0; \\ \dots; \\ \left| \begin{array}{cccc} F_{y'_1 y'_1} & \dots & \dots & F_{y'_1 y'_n} \\ F_{y'_2 y'_1} & F_{y'_2 y'_2} & \dots & F_{y'_2 y'_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{y'_n y'_1} & F_{y'_n y'_2} & \dots & F_{y'_n y'_n} \end{array} \right| \geq 0. \end{array} \right. \quad (8.23)$$

Для максимуму є справедливою така ж сама система детермінантних нерівностей, але з протилежним знаком.

Продемонструємо на трьох прикладах, як розв'язувати задачі оптимізації з використанням наведених вище рівнянь Ейлера та Лагранжа і програм, написаних мовою Python.

Програма мовою Python для дослідження на безумовний екстремум функціонала

$$I_1 = \int_a^b F_1(t, y, y') dt$$

коли $a = 0$, $b = 1$, $F_1(t, y, y') = t^2 + y^2 + ty + (y')^2$, а екстремаль $y(t)$ починається в точці $(y(0) = 0, y'(0) = 1)$

(Програма 8)

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: from IPython.display\
import*
In [4]: init_printing(use_latex=\
True)
```

```
In [5]: t=symbols('t')
In [6]: y=Function('y')(t)
In [7]: z=Function('z')(t)
In [8]: z=y.diff(t)
```

```
In [9]: u=Function('u')(t)
In [10]: u=t**2+y**2+t*y+\
z**2
```

```
In [11]: de=Eq(u.diff(y)-\
u.diff(z,t),0)
```

```
In [12]: display(de)

$$t + 2y(t) - 2 \frac{d^2}{dt^2} y(t) = 0$$

```

```
In [12]: des=dsolve(de)
In [13]: display(des)
```

$$y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^t - \frac{t}{2}$$

```
In [14]: eq1=des.rhs.subs(t,0);\
eq1
```

```
Out[14]:
```

$$C_1 + C_2$$

```
In [15]: eq2=des.rhs.diff(\
t).subs(t,0);eq2
```

```
Out[15]:  $-C_1 + C_2 - \frac{1}{2}$ 
```

```
In [16]: seq=solve([eq1,eq2-\
1],C1,C2);seq
```

```
Out[16]:  $\left\{ C_1: -\frac{3}{4}, C_2: \frac{3}{4} \right\}$ 
```

```
In [17]: rez=des.rhs.subs([(C1,\
seq[C1]),(C2,seq[C2])]);\
rez
```

```
Out[17]:
```

$$-\frac{t}{2} + \frac{3}{4} e^t - \frac{3}{4} e^{-t}$$

```
In [18]: F=Lambda(t,rez)
```

```
In [19]: display(Latex('$y(t)='+\
+str(latex(F(t))+'$'))
```

$$y(t) = -\frac{t}{2} + \frac{3e^t}{4} - \frac{3e^{-t}}{4}$$

```
In [20]: import numpy as np
```

```
In [21]: import matplotlib.pyplot \
as plt
```

```
In [22]: x=symbols('x')
```

```
In [23]: expr=-x/2+3*exp(x)/4-\
-3*exp(-x)/4
```

```
In [24]: f=lambdify(x,expr,\
"numpy")
```

```
In [25]: x=np.linspace(0,1,21)
```

```
In [26]: f=f(x)
```

```
In [27]: fig=plt.figure(facecolor\
='white')
```

```
In [28]: plt.plot(x,f(x),'-r',\
linewidth=3)
```

Кінець програми 8.

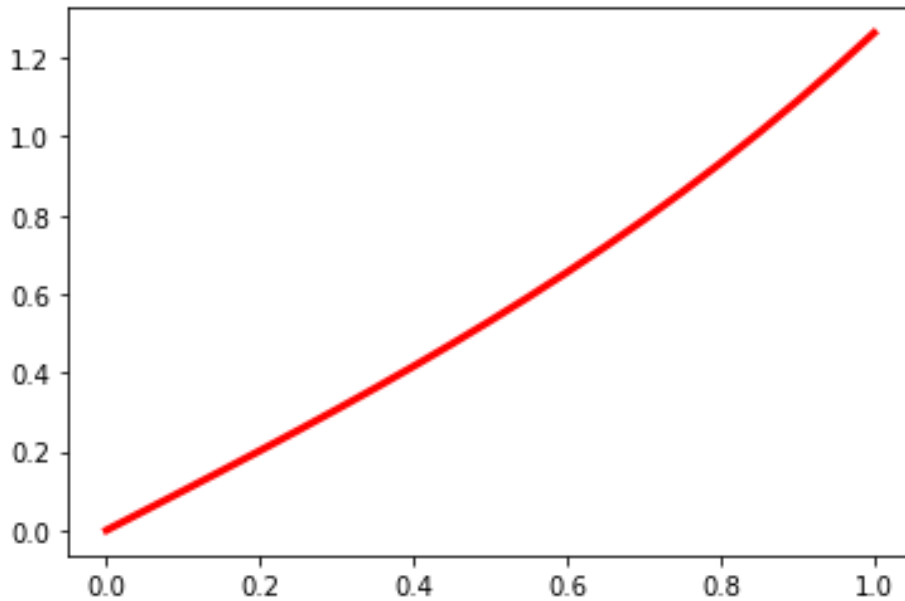


Рисунок 34 – Графік екстремалі функціонала $J_1 = \int_a^b F_1(t, y, y') dt$,
 коли $a = 0$, $b = 1$, $F_1(t, y, y') = t^2 + y^2 + ty + (y')^2$,
 а екстремаль $y(t)$ починається в точці $(y(0) = 0, y'(0) = 1)$

Програма мовою Python для дослідження на безумовний екстремум функціонала

$$J_1 = \int_a^b F_1(t, y_1, y_2, y_3, y'_1, y'_2, y'_3) dt$$

за умов, що:

$$a = 0, b = 1, F_1(t, y_1, y_2, y_3, y'_1, y'_2, y'_3) = t^2 + y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + 3y_1y_2 + (y'_1)^2 + (y'_2)^2 + (y'_3)^2 + 5y_2y_3,$$

а екстремалі починаються в точках:

$$(y_1(0) = 0, y'_1(0) = 1), (y_2(0) = 0, y'_2(0) = 2), (y_3(0) = 0, y'_3(0) = -1)$$

(Програма 9)

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: t=symbols('t')
In [4]: y1=Function('y1')(t)
In [5]: y2=Function('y2')(t)
In [6]: y3=Function('y3')(t)
In [7]: z1=Function('z1')(t)
In [8]: z1=y1.diff(t)
In [9]: z2=Function('z2')(t)
```

```
In [10]: z2=y2.diff(t)
In [11]: z3=Function('z3')(t)
In [12]: z3=y3.diff(t)
In [13]: u=Function('u')(t)
In [14]: u=t**2+y1**2+y2**2+\
          y3**2+3*y1*y2+z1**2\
          +z2**2+z3**2+5*y2*y3
In [15]: de11=Eq(u.diff(y1)-\
                u.diff(z1,t),0)
```

```

In [16]: de12=Eq(u.diff(y2)-\
u.diff(z2,t),0)
In [17]: de13=Eq(u.diff(y3)-\
u.diff(z3,t),0)
In [18]: eq11=Eq(y1.diff(t)-z1,0)
In [19]: eq12=Eq(y2.diff(t)-z2,0)
In [20]: eq13=Eq(y3.diff(t)-z3,0)
In [21]: eq14=Eq(y1+3*y2/2-\
z1.diff(t),0)
In [22]: eq15=Eq(3*y1/2+y2+\
5*y3/2-z2.diff(t),0)
In [23]: eq16=Eq(-z3.diff(t)+\
5*y2/2+y3,0)
In [24]: des16=dsolve(eq11,\
eq12,eq13,eq14,eq15,\
eq16);des16
Out [25]: ValueError:
In [26]: import numpy as np
In [27]: from scipy.integrate\
import odeint
In [28]: import matplotlib.pyplot \
as plt
In [29]: def f(y,t):
y1,y2,y3,z1,z2,z3=y
return [z1,z2,z3,y1+\
3*y2/2,3*y1/2+\
y2+5*y3/2, \
5*y2/2+y3]
In [30]:y0=[0,0,0,1,2,-1]
In [31]: t=np.linspace(0,1,21)
In [32]: [y1,y2,y3,z1,z2,z3]=\
odeint(f,y0,t,full_output\
=False).T
In [33]: fig=plt.figure(facecolor=\
'white')
In [34]: plt.plot(t,y1,'-r',t,y2,'-g',\
t,y3,'-c',linewidth=3)

```

Кінець програми 9.

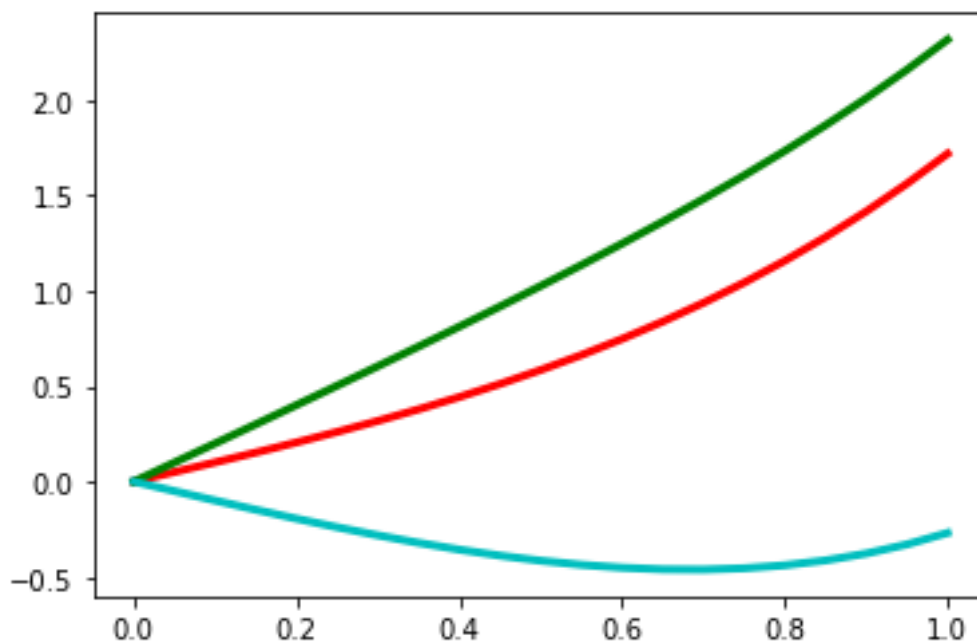


Рисунок 35 – Графік екстремалей функціонала

$J_1 = \int_a^b F_1(t, y_1, y_2, y_3, y_1', y_2', y_3') dt$, отриманих за програмою 9

Програма мовою Python для дослідження на умовний екстремум функціонала

$$I_1 = \int_a^b F_1(t, y, y') dt$$

коли $a = 0$, $b = 1$, $F_1(t, y, y') = y^2 + yy' + (y')^2$, а екстремаль $y(t)$ починається в точці $(y(0) = 0, y'(0) = 1)$ та задовольняє обмеження $y = 1$

(Програма 10)

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: from IPython.display \
import*
In [4]: init_printing(use_latex=True)
In [5]: t=symbols('t')
In [6]: λ =symbols ('λ')
In [7]: y=Function('y')(t)
In [8]: z=Function('z')(t)
In [9]: z=y.diff(t)
In [10]: u=Function('u')(t)
In [11]: u=y**2+y*z+z**2+λ(y - 1)
In [12]: de=Eq(u.diff(y)-u.diff(z,t),0)
In [13]: display(de)
```

$$\lambda + 2y(t) - 2 \frac{d^2}{dt^2} y(t) = 0$$

```
In [14]: des=dsolve(de)
In [15]: display(des)
```

$$y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^t - \frac{\lambda}{2}$$

```
In [16]: eq1=des.rhs.subs(t,0);\
eq1
```

Out[16]:

$$C_1 + C_2 - \frac{\lambda}{2}$$

```
In [17]: eq2=des.rhs.diff(t).subs(t,0);\
eq2
```

Out[17]:

$$-C_1 + C_2$$

```
In [18]: seq=solve([eq1,eq2-1],\
C1,C2);seq
```

Out[18]:

$$\left\{ C_1: \frac{\lambda}{4} - \frac{1}{2}, C_2: \frac{\lambda}{4} + \frac{1}{2} \right\}$$

```
In [19]: rez=des.rhs.subs([(C1,\
seq[C1]),(C2,seq[C2])]);\
rez
```

Out[19]:

$$-\frac{\lambda}{2} + \left(\frac{\lambda}{4} - \frac{1}{2}\right) e^{-t} + \left(\frac{\lambda}{4} + \frac{1}{2}\right) e^t$$

```
In [20]: eq3=rez.subs(t,1);eq3
```

Out[20]:

$$-\frac{\lambda}{2} + \left(\frac{\lambda}{4} - \frac{1}{2}\right) e^{-1} + \left(\frac{\lambda}{4} + \frac{1}{2}\right) e^1$$

```
In [21]: expr1=-λ/2+(λ/4-1/2)/exp(1)\
+(λ/4+1/2)*exp(1)
```

```
In [22]: expr2=1
```

```
In [23]: solveset(Eq(expr1,\
expr2),λ)
```

Out [23]:

$$\frac{-4.0(-1.0e - 0.5 + 0.5e^2)}{(-1.0 + 1.0e^2)}$$

```
In [24]: import numpy as np
```

```
In [25]: λ=-4*(-np.exp(1)-0.5)\
+0.5*(np.exp(1))**2)/(-1\
+np.exp(1))**2;λ
```

Out [25]:

-0.6423909789760494

```
In [26]: λ=np.array(\
-0.6423909789760494)
```

```
In [27]: λ=λ.round(3);λ
```

Out[27]: -0.642

```
In [28]: d={}
```

```
In [29]: d["λ"]=-0.642
```

```
In [30]: d
```

Out [30]:

```
{'λ': -0.642}
```

```
In [31]: y=y.subs({'λ':-0.642});y
```

Out [31]:

$$0.321 - 0.6605e^{-t} + 0.3395e^t$$

```
In [32]: import matplotlib
```

```
In [33]: import matplotlib.pyplot
as plt
```

```
In [34]: x=symbols('x')
In [35]: expr=0.321-0.6605*\
          exp(-x) +0.3395*exp(x)
In [36]: f=lambdify(x, expr,\
          'numpy')
In [37]: x=np.linspace(0,1,21)
```

```
In [38]: fig= plt.figure (facecolor\
          ='white')
In [39]: plt.plot(x,f(x),'-r',\
          linewidth=3)
```

Кінець програми 10.

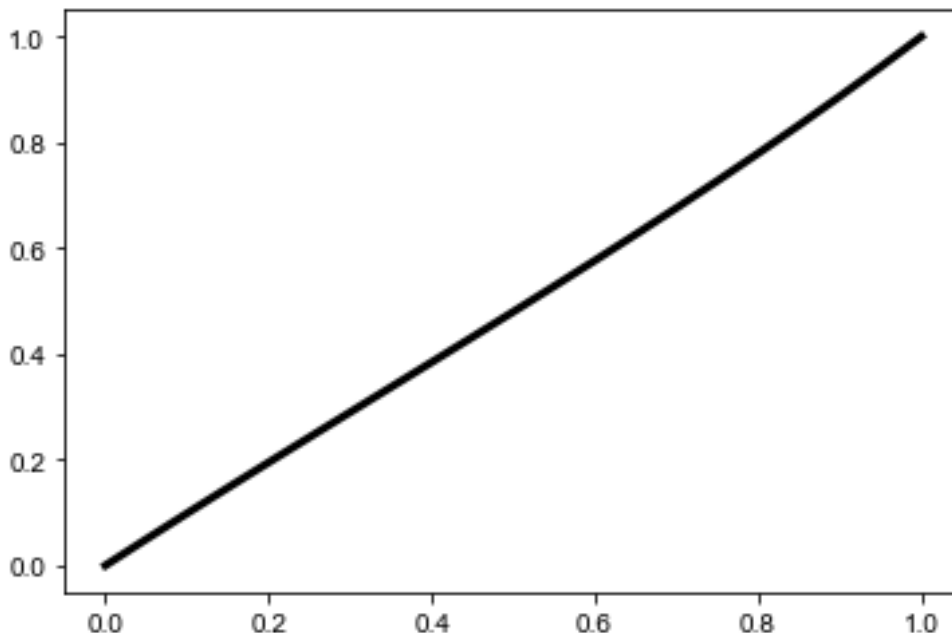


Рисунок 36 – Графік екстремалі функціонала $J_1 = \int_a^b F_1(t, y, y') dt$, отриманої за програмою 10

8.3 Пошук оптимальних умов протікання процесу в об'єктах дослідження на основі оптимальних планів активних експериментів

Інший шлях оптимізації відкривається, якщо оптимізувати не функціонал типу (8.5), а цільову функцію типу (8.4).

В спеціальній і навчальній літературі, частина якої наведена у списку літературних джерел, використаних при написанні 1-го видання однойменного навчального посібника, викладені досить деталізовано ортонормовані плани екстремальних експериментів (як повні, так і дробові), тому тих наших читачів, яким це цікаво, ми відсилаємо до цих літературних джерел. Ми ж для оптимізації цільової функції (8.4) використаємо інший підхід, який не вимагатиме ні переходу до безрозмірних величин, ні нормалізації, хоча розпочнемо з того ж, що й інші теоретики експериментальної оптимізації, а саме: на першому кроці алгоритму оптимізації визначимо координати точок на площині факторів (x_1, x_2) , в яких визначатимемо ви-

хідну координату y . І відштовхнемося від точки $(x_{1(0)}, x_{2(0)})$ у центрі цієї площини, яку задамо координатами:

$$x_{1(0)} = \frac{x_{1\min} + x_{1\max}}{2}, \quad x_{2(0)} = \frac{x_{2\min} + x_{2\max}}{2}, \quad (8.24)$$

де $x_{1\min}$, $x_{2\min}$, $x_{1\max}$, $x_{2\max}$ – відповідно, мінімально можливі чи мінімально допустимі та максимально можливі чи максимально допустимі значення факторів Далі визначимо крок, на який під час експерименту змінюватимемо фактори x_1 , x_2 , у вигляді:

$$\Delta x_1 = \frac{x_{1\max} - x_{1\min}}{2}, \quad \Delta x_2 = \frac{x_{2\max} - x_{2\min}}{2}. \quad (8.25)$$

У цьому випадку матимемо:

$$\begin{cases} x_{1(-1)} = x_{1(0)} - \Delta x_1, x_{1(+1)} = x_{1(0)} + \Delta x_1; \\ x_{2(-1)} = x_{2(0)} - \Delta x_2, x_{2(+1)} = x_{2(0)} + \Delta x_2. \end{cases} \quad (8.26)$$

Точкою 1 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(-1)}, x_{2(-1)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_1 на поверхні (8.4).

Точкою 2 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(-1)}, x_{2(0)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_2 на поверхні (8.4).

Точкою 3 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(-1)}, x_{2(+1)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_3 на поверхні (8.4).

Точкою 4 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(0)}, x_{2(-1)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_4 на поверхні (8.4).

Точкою 5 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(0)}, x_{2(0)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_5 на поверхні (8.4).

Точкою 6 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(0)}, x_{2(+1)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_6 на поверхні (8.4).

Точкою 7 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(+1)}, x_{2(-1)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_7 на поверхні (8.4).

Точкою 8 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(+1)}, x_{2(0)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_8 на поверхні (8.4).

Точкою 9 на площині факторів x_1 , x_2 будемо вважати точку $(x_{1(+1)}, x_{2(+1)})$ – їй поставимо у відповідність точку y_9 на поверхні (8.4).

Усі ці точки показані на рис. 37.

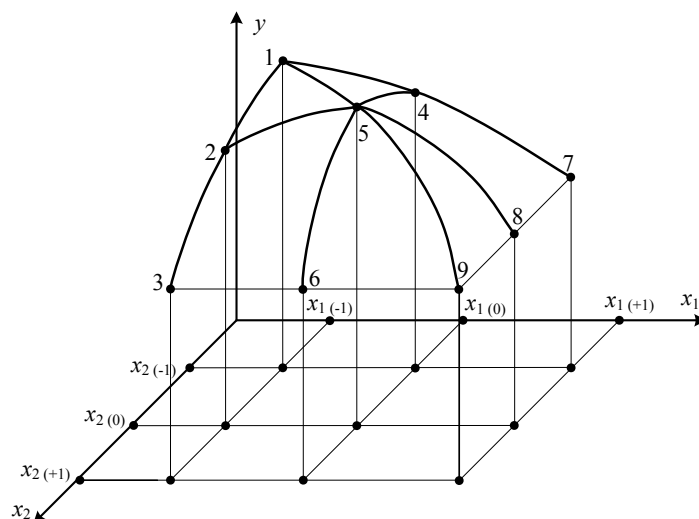


Рисунок 37 – Графічне зображення експериментальних точок на площині факторів x_1 , x_2 та на поверхні, заданій цільовою функцією (8.4)

А далі, задаючи факторам x_1 , x_2 значення відповідно до виразів (8.24)–(8.26), визначимо значення цільової функції (8.4) в усіх, визначених вище, 9 точках координатної площини x_1 , x_2 – результати зведемо у таблицю координат точок та значень цільової функції в них.

Для визначення 6 коефіцієнтів $a_i, i = 0, 1, \dots, 5$ цільової функції (8.4) нам потрібно скласти систему з 6 рівнянь, що мають вигляд

$$y_i = a_0 + a_1x_{1(i)} + a_2x_{2(i)} + a_3x_{1(i)}^2 + a_4x_{1(i)}x_{2(i)} + a_5x_{2(i)}^2, \quad i = 0, 1, \dots, 5. \quad (8.27)$$

Цілком очевидно, що для їх складення достатньо лише 6 точок із 9, визначених нами на поверхні (8.4).

Таблиця координат точок та значень цільової функції в них

Номер точки на поверхні (8.24)	Координата x_1 , точки з даним номером	Координата x_2 , точки з даним номером	Значення цільової функції в даній точці
1	$x_{1(-1)}$	$x_{2(-1)}$	y_1
2	$x_{1(-1)}$	$x_{2(0)}$	y_2
3	$x_{1(-1)}$	$x_{2(+1)}$	y_3
4	$x_{1(0)}$	$x_{2(-1)}$	y_4
5	$x_{1(0)}$	$x_{2(0)}$	y_5
6	$x_{1(0)}$	$x_{2(+1)}$	y_6
7	$x_{1(+1)}$	$x_{2(-1)}$	y_7
8	$x_{1(+1)}$	$x_{2(0)}$	y_8
9	$x_{1(+1)}$	$+ x_{2(+1)}$	y_9

А, як відомо ще зі шкільного курсу математики, число комбінацій C_n^m із n по m дорівнює

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}. \quad (8.28)$$

Для нашого випадку число комбінацій із 9 по 6, згідно з формулою (8.28), дорівнюватиме

$$C_9^6 = \frac{9!}{6!(9-6)!} = 84. \quad (8.29)$$

Тобто, маючи 9 точок на поверхні (8.4), ми можемо 84 наборами значень координат x_1, x_2 скласти систему 6 рівнянь (8.27) для визначення коефіцієнтів цільової функції (8.4). На наш погляд, із цих можливих 84 комбінацій потрібно вибрати лише 4, в кожену з яких входять по 6 точок, взятих у першому випадку, який позначимо $j = 1$, на лівій півповерхні (8.4) – це точки 1, 2, 3, 4, 5, 6; у другому випадку, який позначимо $j = 2$, на правій півповерхні (8.4) – це точки 4, 5, 6, 7, 8, 9; у третьому випадку, який позначимо $j = 3$, на передній півповерхні (8.4) – це точки 1, 2, 4, 5, 7, 8, у четвертому випадку, який позначимо $j = 4$, на задній півповерхні (8.4) – це точки 2, 3, 5, 6, 8, 9.

Розв'язуючи отримані системи рівнянь, за допомогою ППП Mathcad ППП MATLAB чи ППП Python знайдемо чотири набори числових оцінок коефіцієнтів $a_i, i = 0, 1, \dots, 5$ цільової функції (8.4), які позначимо $a_{ij}^*, i = 0, 1, \dots, 5, j = 1, 2, 3, 4$.

А усереднені значення цих оцінок будуть числами

$$a_i^* = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^4 a_{ij}^*, i = 0, 1, \dots, 5, \quad (8.30)$$

які мало відрізнятимуться від аналогічних оцінок, отриманих за допомогою методу найменших квадратів.

Після визначення коефіцієнтів цільової функції (8.4) відшукаємо координати точки на площині факторів x_1, x_2 , в якій цільова функція (8.4) досягає екстремуму. Для цього візьмемо частинні похідні від неї по кожній з цих координат

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = a_1 + 2a_3x_1 + a_4x_2, \quad \frac{\partial y}{\partial x_2} = a_2 + a_4x_1 + 2a_5x_2,$$

прирівняємо отримані вирази до нуля

$$a_1 + 2a_3x_1 + a_4x_2 = 0, \quad a_2 + a_4x_1 + 2a_5x_2 = 0$$

і розв'яжемо отриману систему двох рівнянь

$$\begin{cases} 2a_3x_1 + a_4x_2 = -a_1; \\ a_4x_1 + 2a_5x_2 = -a_2 \end{cases} \quad (8.31)$$

відносно цих координат.

В результаті розв'язання системи (8.31) отримаємо:

$$x_{1opt} = \frac{-2a_1a_5 + a_2a_4}{4a_3a_5 - a_4^2}, \quad (8.32)$$

$$x_{2opt} = \frac{-2a_2a_3 + a_1a_4}{4a_3a_5 - a_4^2}. \quad (8.33)$$

Саме в точці на площині факторів x_1, x_2 , з координатами, визначеними співвідношеннями (8.32), (8.33), цільова функція (8.4) досягає екстремуму.

І це буде точка мінімуму цільової функції, якщо у ній

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} = 2a_3 > 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} = 2a_5 > 0; \quad (8.34)$$

це буде точка максимуму цільової функції, якщо у ній

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x_1^2} = 2a_3 < 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x_2^2} = 2a_5 < 0; \quad (8.35)$$

а якщо знаки нерівностей будуть різними, то це так зване «сідло» – точка, в якій по одній координаті має місце мінімум цільової функції, а по другій – максимум.

Викладений вище метод пошуку екстремуму цільової функції не спрацьовує в разі, якщо про цільову функцію відомо лише те, що вона залежить від певної кількості факторів, але не виражена математичною моделлю, що має вигляд, аналогічний (8.4), тобто якщо вона задана лише у найзагальнішій формі

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (8.36)$$

Екстремум таких цільових функцій відшуковують експериментально прямим пошуком за допомогою різних методів, викладених у спеціальній літературі з оптимізації, найбільш поширеними з яких є метод Гаусса-Зейделя, градієнтний метод з постійним робочим кроком, градієнтний метод зі змінним робочим кроком, який часто називають методом Кіфера-Вольфовиця, та симплексний метод.

Суть методу Гаусса-Зейделя полягає в тому, що на його першому етапі з вибраної початкової точки $(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})$ роблять два кроки по першій координаті x_1 , задаючи їй значення $x_{10} + \Delta x_1$ та $x_{10} - \Delta x_1$ і не змінюючи значень усіх інших координат, та вимірюють значення вихідної координати y після кожного з цих кроків, тобто знаходять

$$y_{+\Delta x_1} = f(x_{10} + \Delta x_1, x_{20}, \dots, x_{n0}); \quad (8.37)$$

$$y_{-\Delta x_1} = f(x_{10} - \Delta x_1, x_{20}, \dots, x_{n0}). \quad (8.38)$$

Якщо ми шукаємо максимум цільової функції, то на другому етапі цього методу ми здійснюємо наступні кроки за першою координатою x_1 , задаючи їй послідовно значення $x_{10} + 2\Delta x_1$, $x_{10} + 3\Delta x_1$ і далі чи $x_{10} - 2\Delta x_1$, $x_{10} - 3\Delta x_1$ і далі, орієнтуючись на те, яке зі значень $y_{+\Delta x_1}$ чи $y_{-\Delta x_1}$ виявилось більшим, та вимірюючи на кожному наступному кроці значення $y_{+2\Delta x_1}$, $y_{+3\Delta x_1}$ і далі чи $y_{-2\Delta x_1}$, $y_{-3\Delta x_1}$ і далі. Ці кроки здійснюватимемо до тих пір, поки зростатиме значення цільової функції. З того кроку, в якому значення цільової функції стало меншим попереднього, повертаємось на крок назад, тобто до попереднього значення першої координати x_1 . Нехай це буде $x_{10} + k\Delta x_1$ чи $x_{10} - k\Delta x_1$. Те ж саме на третьому етапі методу проробляємо з другою координатою x_2 , тобто спочатку відшукуємо

$$y_{+\Delta x_2} = f(x_{1k}, x_{20} + \Delta x_2, x_{30}, \dots, x_{n0}); \quad (8.39)$$

$$y_{-\Delta x_2} = f(x_{1k}, x_{20} - \Delta x_2, x_{30}, \dots, x_{n0}), \quad (8.40)$$

а потім задаємо їй послідовно значення $x_{20} + 2\Delta x_2$, $x_{20} + 3\Delta x_2$ і далі чи $x_{20} - 2\Delta x_2$, $x_{20} - 3\Delta x_2$ і далі, орієнтуючись на те, яке зі значень $y_{+\Delta x_2}$ чи $y_{-\Delta x_2}$ виявилось більшим, та вимірюємо на кожному наступному кроці значення $y_{+2\Delta x_2}$, $y_{+3\Delta x_2}$ і далі чи $y_{-2\Delta x_2}$, $y_{-3\Delta x_2}$ і далі. Знову ж таки ці кроки здійснюватимемо до тих пір, поки зростатиме значення цільової функції. З того кроку, в якому значення цільової функції стане меншим попереднього, повернемося на крок назад, тобто до попереднього значення другої координати x_2 – нехай це буде $x_{20} + m\Delta x_2$ чи $x_{20} - m\Delta x_2$ – і те ж саме на четвертому етапі методу проробляємо з третьою координатою x_3 . І так етап за етапом здійснюємо вищеозначені кроки для кожної з вхідних координат аж до $x_{n0} + l\Delta x_n$ чи $x_{n0} - l\Delta x_n$. Найбільше значення цільової функції, яка на кожному етапі зростала,

$$y_{+\Delta x_n} = f(x_{1k}, x_{2m}, \dots, x_{n0} + \Delta x_n) \quad (8.41)$$

чи

$$y_{-\Delta x_n} = f(x_{1k}, x_{2m}, \dots, x_{n0} - \Delta x_n), \quad (8.42)$$

і буде дорівнювати її оптимуму, визначеному з похибкою, зумовленою похибкою методу Гауса-Зейделя. Процес руху до оптимуму за цим методом за один цикл зміни вхідних координат, схематично показаний на рис. 38 для випадку присутності у цільовій функції лише двох вхідних координат x_1 та x_2 , на якому замкнутими лініями зображені проєкції ліній однакового рівня для двофакторної цільової поверхні (8.36), отримані в її перетині з площинами, паралельними координатній площині (x_1, x_2) .

А на рис. 39 показано процес руху до оптимуму за цим методом за два цикли зміни вхідних координат x_1 та x_2 .

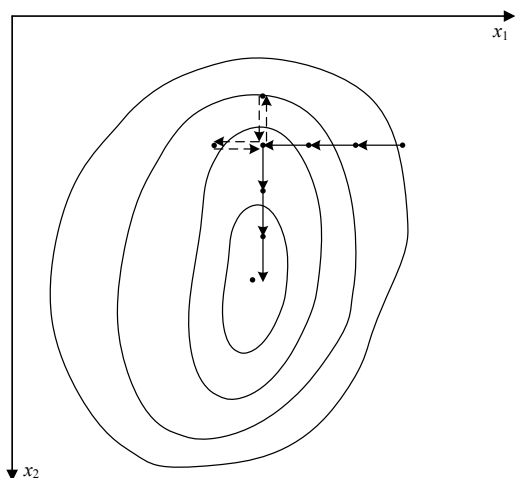


Рисунок 38 – Схематичний графік шляху досягнення екстремуму цільової функції за один цикл методу Гауса-Зейделя

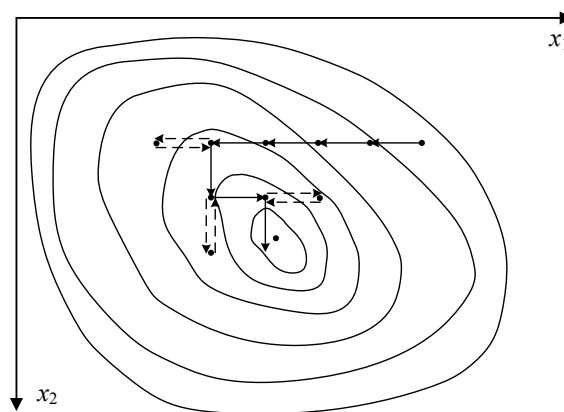


Рисунок 39 – Схематичний графік шляху досягнення екстремуму цільової функції за 2 цикли методу Гауса-Зейделя

Як відомо з курсу математики, швидкість зміни функції $y = y(x)$ однієї змінної x в точці x_0 визначається значенням її похідної у цій точці

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} = y'(x_0), \quad (8.43)$$

яке при малих приростах аргументу $\Delta x = x - x_0$ в точці x_0 наближено можна визначити як

$$y'(x_0) \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x) - y(x_0)}{x - x_0}. \quad (8.44)$$

Аналогічно швидкість зміни функції $y = y(x_1, x_2)$ двох змінних x_1, x_2 в точці (x_{10}, x_{20}) характеризується її градієнтом у цій точці

$$\overrightarrow{\text{grad}} y(x_{10}, x_{20}) = \overrightarrow{\text{grad}} y(x_1, x_2) \Big|_{\substack{x_1=x_{10} \\ x_2=x_{20}}} = \left(i \frac{\partial y}{\partial x_1} + j \frac{\partial y}{\partial x_2} \right) \Big|_{\substack{x_1=x_{10} \\ x_2=x_{20}}}, \quad (8.45)$$

який при малих приростах аргументів $\Delta x_1 = x_1 - x_{10}, \Delta x_2 = x_2 - x_{20}$ в точці (x_{10}, x_{20}) наближено можна визначити як

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{grad}} y(x_{10}, x_{20}) &\approx i \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} + j \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} = \\ &= i \frac{y(x_1, x_2) - y(x_{10}, x_{20})}{x_1 - x_{10}} + j \frac{y(x_1, x_2) - y(x_{10}, x_{20})}{x_2 - x_{20}}. \end{aligned} \quad (8.46)$$

Нагадаємо, що у виразах (8.45), (8.46) i, j – це одиничні орти на осях x_1, x_2 .

Нагадаємо також, що градієнт, будучи вектором, є дотичним до цільової поверхні $y(x_1, x_2)$ в точці, що розглядається, а тому його проекція на координатну площину x_1, x_2 є ортогональною до проекції на цю площину лінії однакового рівня. Саме це і використано в градієнтному методі пошуку екстремуму, згідно з алгоритмом якого координати наступної точки визначаються з використанням проекцій градієнта на відповідні осі, тобто

$$x_{1(i+1)} = x_{1i} + \lambda \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} \right), \quad x_{2(i+1)} = x_{2i} + \lambda \left(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} \right), \quad i = 0, 1, 2, \dots, \quad (8.47)$$

де λ – постійний коефіцієнт, який, як правило, є меншим одиниці.

Схематично пошук екстремуму за допомогою градієнтного методу показаний на рис. 40.

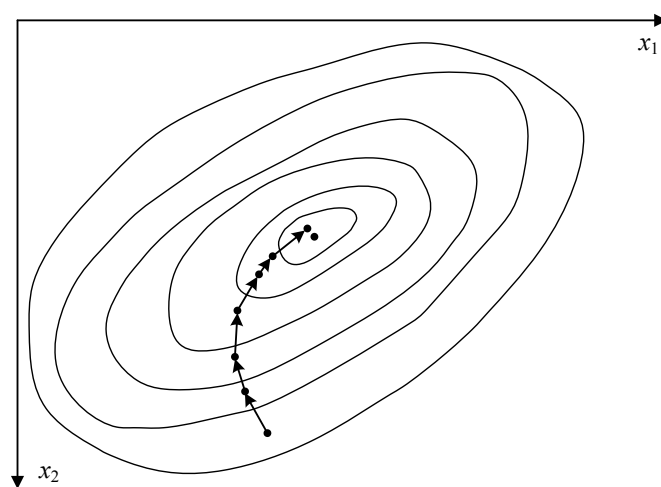


Рисунок 40 – Схематичний графік шляху досягнення екстремуму цільової функції градієнтним методом

Особливістю градієнтного методу є те, що за його алгоритмом при невдалому виборі параметра λ за рахунок занадто великих кроків в околі точки екстремуму може трапитись «перескакування» через неї.

Для ліквідації цього недоліку Кіфером і Вольфовицем запропоновано значення параметра λ задавати обернено пропорційним номеру кроку, тобто вибирати на k -му кроці алгоритму

$$\lambda_k = \frac{\lambda}{k}. \quad (8.48)$$

У цьому випадку чим ближче ми підійдемо до області екстремуму, тим коротшими будуть наші наступні кроки. Але, водночас, і часу на досягнення екстремуму доведеться витратити більше.

Звертаємо увагу на те, що при кількості факторів у цільовій функції, більшій двох, алгоритми і методу Гауса-Зейделя, і градієнтного методу залишаються такими ж, як і у випадку розглянутому нами, але у відповідних формулах з'являться додаткові члени, пов'язані з додатковими координатами. Ну і графічно зобразити шляхи досягнення екстремуму цільової функції при кількості факторів у ній, більшій двох, уже не вдасться.

Стандартні програми реалізації алгоритмів оптимізації і за методом Гауса-Зейделя, і за градієнтним методом входять як в ППП Python і ППП Mathcad, так і в ППП MATLAB.

Що ж до симплексного методу досягнення екстремуму цільової функції, то ми його розглядати не будемо з тієї причини, що у випадку двох факторів і симплекса на площині у вигляді трикутника він не має ніякої переваги перед градієнтним методом, а у випадку навіть лише тільки трьох факторів і симплекса у тривимірному просторі у вигляді тетраедра він суттєво програє алгоритмічно не лише градієнтним методам, а і методу Гауса-Зейделя. Щоб зрозуміти це, нагадаємо що основна ідея симплексного методу оптимізації полягає у тому, що після визначення значення цільової функції у вершинах симплекса у випадку пошуку максимуму наступний крок робиться у напрямку дзеркального відображення вершини з найменшим значенням цільової функції.

І, наостанок, зауваження, яке стосується усіх методів експериментальної оптимізації. Усі вони алгоритмічно задають шлях від початкової точки до найближчого оптимуму цільової функції, який може виявитись локальним і не найглибшим. Тож для пошуку глобального оптимуму цільової функції потрібно вибирати кілька початкових точок в різних областях координатної площини чи гіперплощини, якщо кількість координат перевищує дві. Від кожної з цих початкових точок в разі однокстремальної цільової поверхні ми алгоритмічно дійдемо до однієї і тієї ж точки екстремуму, а в разі багатокстремальної поверхні дійдемо до різних точок екстремуму, значення цільової функції в яких треба буде порівняти між собою, і вибрати ту точку з них, в якій має місце глобальний екстремум.

8.4 Методи статистичної теорії прийняття оптимальних рішень як засоби оптимального оцінювання стану стохастичних об'єктів дослідження

Почнемо з зауваження, що при формуванні змісту цього підрозділу ми використали матеріали, почерпнуті з 2-го видання нашого однойменного навчального посібника та з книги Біргера І. А. «Технічна діагностика», опублікованої у 1978 році.

А далі акцентуємо увагу на тому, що основною перевагою статистичних методів теорії прийняття оптимальних рішень при розв'язанні задач оцінювання стану стохастичних об'єктів дослідження, в число яких традиційно вносять метод Байєса (МБ), метод мінімального ризику (ММР), метод максимальної правдоподібності (ММП), метод мінімального числа помилкових рішень (ММЧ), метод мінімаксу (МММ) та метод Неймана-Пірсона (МНП), є те, що вони забезпечують можливість одночасного врахування факторів різної природи, оскільки оперують з безрозмірними величинами – ймовірностями їх появи в різних станах об'єкта дослідження.

Ну і нарешті звертаємо увагу на те, що методику ідентифікації щільності ймовірностей випадкової величини за експериментальними даними ми уже виклали в шостому розділі, тому при подальшому викладенні матеріалу цього підрозділу будемо вважати цю характеристику випадкової величини, яка наділяє об'єкт дослідження властивістю стохастичності, відомою.

Традиційно вивчення методів статистичної теорії прийняття оптимальних рішень починають з розгляду методу Байєса, який вважається найбільш ефективним за наявності великого обсягу попередньої інформації. Однак ми цієї традиції не дотримуватимемось і взагалі не розглядатимемо МБ у зв'язку з його обмеженою придатністю для розв'язання задач оцінювання стану об'єктів дослідження великої потужності, кількість яких в експлуатації, як правило, недостатня для створення достатнього обсягу попередньої інформації про його стан, необхідної для ідентифікації відповідних щільностей ймовірностей.

Другою особливістю, яка обмежує застосування МБ, є пригнічення (чи ігнорування) оцінок стану об'єктів дослідження, які рідко зустрічаються, що є неприпустимим при оцінюванні стану об'єктів великої потужності, оскільки саме для них можливі важкі аварійні наслідки неправильно визначеної оцінки.

А третя особливість МБ, яка дозволяє нам його не розглядати, полягає у тому, що у випадку, який є найбільш розповсюдженим, коли внаслідок недостатньої кількості апріорних даних приймається умова однаковості апріорних ймовірностей усіх оцінок, цей метод вироджується у метод максимальної правдоподібності, алгоритм якого є набагато простішим і для

розуміння, і для програмування, і, головне, забезпечує рівноправність оцінок стану, які зустрічаються рідко, з оцінками, які зустрічаються часто.

Тож у подальшому у цьому підрозділі ми зосередимо увагу лише на використанні в задачах оцінювання стану стохастичних об'єктів дослідження таких методів статистичної теорії прийняття оптимальних рішень, як ММР, ММП, ММЧ, МММ та МНП. І перш ніж перейти до їх викладення розкриємо спочатку суть чотирьох фундаментальних категорій статистичної теорії прийняття оптимальних рішень, якими є «безпідставна стурбованість», «пропуск цілі (дефекту)», «правило рішення» та «середній ризик».

Термінологія статистичної теорії прийняття оптимальних рішень складалася під впливом радіолокації, з якої і привнесені назви цих категорій. Дамо їх означення в інтерпретації задачі оцінювання стану стохастичних об'єктів дослідження.

«Безпідставна стурбованість» – це випадок, коли приймається помилкове рішення про наявність дефекту в об'єкті, стан якого оцінюється, у той час як цей об'єкт перебуває в нормальному стані. Ця помилка називається помилкою першого роду.

«Пропуск дефекту» – це випадок, коли приймається помилкове рішення про нормальний стан об'єкта, стан якого оцінюється, у той час як у цьому об'єкті має місце дефект. Ця помилка називається помилкою другого роду.

Ціни «безпідставної стурбованості» та «пропуску дефекту» можуть бути як однаковими, так і різними залежно від наслідків, що настають після прийняття відповідного рішення. Цілком очевидно, що ціна «пропуску дефекту» при оцінюванні станів об'єктів великої потужності, як правило, є набагато більшою за ціну «безпідставної стурбованості», оскільки у першому випадку вона буде визначатись витратами на ліквідацію аварії, а у другому – витратами на проведення лишньої профілактики. Однак при оцінюванні стану об'єктів малої потужності ціни обох помилок можуть бути і однаковими.

Тепер перейдемо до розгляду категорії «правило рішення», під яким розуміють правило, згідно з яким приймається рішення при розв'язанні задачі оцінювання стану стохастичного об'єкта дослідження. Для розкриття суті цього правила розглянемо такий приклад: нехай оцінюється стан силового трансформатора за концентрацією газів у його маслі, яку позначимо символом X , а її порогове значення – символом X_0 . Нехай D_1 – це нормальний стан силового трансформатора, для якого $X < X_0$, а D_2 – це аварійний стан цього ж силового трансформатора, для якого $X > X_0$. Тобто, коли концентрація газів у маслі силового трансформатора є меншою її деякого, визначеного апріорі, порогового значення, то цей трансформатор, як правило, знаходиться в нормальному стані, а якщо ця концентрація стає біль-

шою її порогового значення, то трансформатор, як правило, знаходиться в аварійному стані. Математично це «правило рішення» записується так:

$$\begin{cases} X < X_0 \Rightarrow X \in D_1, \\ X > X_0 \Rightarrow X \in D_2. \end{cases} \quad (8.49)$$

Очевидно, що для застосування «правила рішення» (8.49) необхідно спочатку здійснити вимір концентрації газів у маслі для отримання числового значення параметра X і порівняти це значення з пороговим значенням X_0 . А далі, згідно з умовами, записаними у (8.49), зробити висновок в якому зі станів (D_1 чи D_2) знаходиться об'єкт.

Оскільки стан трансформатора ми визначаємо з використанням лише одного оцінного параметра X та маємо справу з одновимірним простором оцінних параметрів, в якому приймається рішення про віднесення об'єкта лише до одного з двох станів, а це – дихотомія, то така задача класифікується як задача диференціального оцінювання. Лише цей клас задач оцінювання стану стохастичних об'єктів дослідження ми і розглядатимемо надалі у цьому підрозділі.

Розглядаючи «правило рішення» (8.49), ми застосували словосполучення «як правило», чим підкреслили, що, в принципі, можуть бути і випадки, коли концентрація газів у маслі є більшою за її порогове значення, а трансформатор знаходиться у нормальному стані, або коли ця концентрація є меншою за її порогове значення, а трансформатор знаходиться в аварійному стані, зумовленому, можливо, якимись іншими причинами. Цьому твердженню можна дати графічну інтерпретацію, зобразивши на рис. 41 графіки щільностей ймовірностей $f(x / D_1), f(x / D_2)$ оцінного параметра X для нормального стану D_1 трансформатора та для його аварійного стану D_2 .

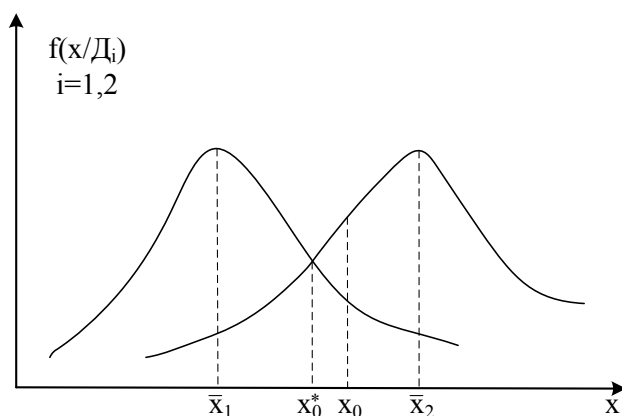


Рисунок 41 – Графічна інтерпретація появи словосполучення «як правило» у формулюванні «правила рішення»

Як видно з рис. 41 області станів D_1 та D_2 перетинаються, а тому принципово неможливо вибрати поріг X_0 так, щоб «правило рішення» (8.49) не давало б якусь кількість і помилкових рішень. А тому головною задачею диференціального оцінювання фактично є задача вибору числового значення порога X_0 , у якомусь сенсі найкращого. Саме вибором числового значення порога X_0 , а точніше критеріями оптимізації цього вибору і різняться між собою такі методи статистичної теорії прийняття оптимальних рішень, як ММР, ММП, ММЧ, МММ, МНП, для викладення суті яких розкриємо спочатку, який зміст ми вкладаємо в категорію «середній ризик».

Позначимо символами $H_{ij}; i, j = 1, 2$ можливі рішення за правилом (8.49), домовившись, що перший індекс відповідає індексу визначеної оцінки, а другий індекс – індексу дійсного стану об'єкта дослідження. Тоді H_{11} – це буде правильне рішення, що об'єкт знаходиться у нормальному стані; H_{22} – правильне рішення, що об'єкт знаходиться в аварійному стані; H_{12} – «пропуск дефекту», а H_{21} – «безпідставна стурбованість».

Визначимо ймовірність «безпідставної стурбованості» $P(H_{21})$. Для цього спочатку, скориставшись «правилом рішення» (8.49) та рис. 41, визначимо умовну ймовірність $P(x > X_0 / D_1)$ того, що у об'єкта, який знаходиться у нормальному стані D_1 в результаті вимірювання оцінного параметра X виявилось, що його виміряне значення x є більшим порогового значення X_0 . Ця умовна ймовірність буде дорівнювати площі під кривою щільності ймовірності нормального стану $f(x / D_1)$ в межах від X_0 до ∞ , що математично виглядатиме так:–

$$P(x > X_0 / D_1) = \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx. \quad (8.50)$$

Тож, якщо ми знаємо апріорну ймовірність $P(D_1)$ нормального стану об'єкта, яку позначимо символом P_1 , то, згідно з відомою з теорії ймовірностей теоремою про перемноження ймовірностей, ймовірність того, що одночасно перетнуться і подія D_1 , і подія $x > X_0$, можна знайти зі співвідношення

$$P(H_{21}) = P(D_1 \cap (x > X_0)) = P(D_1)P(x > X_0 / D_1) = P_1 \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx, \quad (8.51)$$

де символом \cap позначено операцію перетину подій.

Одразу ж зауважимо, що якщо при дослідженні стану N об'єктів (наприклад, однотипних силових трансформаторів) у нормальному стані перебували N_1 об'єктів, то кількісну статистичну оцінку ймовірності $P(D_1)$ можна знайти зі співвідношення

$$P(D_1) = P_1 = \frac{N_1}{N}. \quad (8.52)$$

Розмірковуючи за аналогією, для ймовірності «пропуску дефекту» $P(H_{12})$ отримаємо співвідношення

$$P(H_{12}) = P(D_2 \cap (x < X_0)) = P(D_2)P(x < X_0 / D_2) = P_2 \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx, \quad (8.53)$$

для якого статистична оцінка апіорної ймовірності $P(D_2)$ аварійного стану об'єкта D_2 за наявності інформації про кількість N об'єктів, що досліджувались, та кількість N_2 з них, що виявились в аварійному стані, може бути визначена зі співвідношення

$$P(D_2) = P_2 = \frac{N_2}{N}. \quad (8.54)$$

Очевидно, що ймовірність прийняття помилкового рішення за «правилом рішення» (8.49) буде складатись з ймовірностей «безпідставної стурбованості» $P(H_{21})$ та «пропуску дефекту» $P(H_{12})$. Оскільки наслідки цих помилок, як правило, є різними, то є сенс приписати цим помилкам певні «ціни» – відповідно, C_{21} та C_{12} – і скласти для їх сумарної оцінки вираз

$$R = C_{21}P(H_{21}) + C_{12}P(H_{12}), \quad (8.55)$$

який після підстановки виразів (8.51), (8.53) набуває вигляду

$$R = C_{21}P_1 \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx + C_{12}P_2 \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx \quad (8.56)$$

і називається середнім ризиком прийняття помилкового рішення. Очевидно, що якщо ми хочемо знайти таке значення порога X_0 , яке доставляє мінімум середньому ризику R , то ми маємо взяти похідну від функціонала (8.56) за X_0 і, прирівнявши її до нуля

$$\frac{dR}{dX_0} = 0, \quad (8.57)$$

розв'язати отримане рівняння (8.57) відносно X_0 . Тож метод оцінювання порогового значення діагностичного параметра X_0 , алгоритм якого побудовано на використанні співвідношень (8.56) і (8.57), називається методом мінімального ризику (ММР). Пояснимо цей алгоритм.

Підставляючи вираз (8.56) у (8.57) та згадуючи про похідну від інтеграла зі змінною верхньою межею і про зміну знака перед інтегралом при зміні місцями нижньої та верхньої меж, отримаємо

$$-C_{21}P_1f(X_0 / D_1) + C_{12}P_2f(X_0 / D_2) = 0, \quad (8.58)$$

або

$$\frac{f(X_0 / D_1)}{f(X_0 / D_2)} = \frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1}. \quad (8.59)$$

Позначимо:

$$\frac{f(x / D_1)}{f(x / D_2)} = \lambda(x), \quad (8.60)$$

$$\frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1} = \lambda_0. \quad (8.61)$$

Відношення щільностей ймовірностей випадкової величини x за наявності двох гіпотез D_1, D_2 стосовно області її визначення, яке має вигляд лівої частини виразу (8.60), називають відношенням (або функцією) правдоподібності і, як показано у правій частині виразу (8.60), позначають символом $\lambda(x)$. З урахуванням цього означення та виразів (8.60), (8.61) рівняння (8.59) можна переписати так:

$$\lambda(X_0) = \lambda_0. \quad (8.62)$$

Розв'язуючи це рівняння, ми знайдемо те значення X_0 , яке забезпечує екстремум середнього ризику R , поданого у вигляді (8.56), який при одномодальних щільностях ймовірностей (як показано на рис. 41) буде мінімумом, що знаходиться між абсцисами \bar{X}_1, \bar{X}_2 максимумів цих щільностей, в чому нескладно переконатись, беручи другу похідну від $\lambda(x)$ і пересвідчуючись, що в точці X_0 вона є більшою нуля. Саме тому метод прийняття рішення, який реалізується за допомогою викладеного алгоритму пошуку оптимального значення порога X_0 і називається методом мінімального ризику (ММР).

З використанням відношення (чи функції) правдоподібності $\lambda(x)$ «правило рішення» (8.49) за ММР можна записати і так:

$$\begin{cases} \lambda(X) > \lambda_0 \Rightarrow X \in D_1, \\ \lambda(X) < \lambda_0 \Rightarrow X \in D_2. \end{cases} \quad (8.63)$$

Як бачимо, у цьому випадку для реалізації алгоритму ММР нам уже навіть не потрібно розв'язувати рівняння (8.62) відносно X_0 , оскільки, визначивши з виразу (8.61) числове значення λ_0 і розрахувавши числове зна-

чення функції правдоподібності $\lambda(x)$ для того числового значення оцінного параметра X , яке було виміряне при дослідженні об'єкта, ми, скориставшись «правилом рішення» у формі (8.63), легко визначимо до якої з областей – D_1 чи D_2 – це значення оцінного параметра X відносить даний об'єкт. Звертаємо увагу на те, що знаки $<$, $>$ у «правилі рішення» (8.63) помінялись місцями відносно того, як вони стояли у «правилі рішення» (8.49).

А тепер повернемося до рис. 41. На ньому ми бачимо, що криві щільностей ймовірностей перетинаються у точці з абсцисою X_0^* . А це означає, що

$$\lambda(X_0^*) = 1. \quad (8.64)$$

Спільний розгляд виразів (8.61) і (8.64) дає підстави записати, що для цього випадку

$$\frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1} = 1. \quad (8.65)$$

Дивлячись на вираз (8.65), бачимо, що такий випадок можливий, але за умов, якщо:

$$\begin{cases} P_2 \ll P_1, \\ C_{21} \ll C_{12}. \end{cases} \quad (8.66)$$

А це, як правило, є справедливим для потужних об'єктів, які виходять з ладу не часто, але вартість наслідків аварійного стану цих об'єктів суттєво перевищує вартість їхнього профілактичного огляду.

Тож для цього випадку «правило рішення» (8.63) набуває вигляду

$$\begin{cases} \lambda(X) > 1 \Rightarrow X \in D_1, \\ \lambda(X) < 1 \Rightarrow X \in D_2, \end{cases} \quad (8.67)$$

в якому окрім функції правдоподібності, розрахованої шляхом підстановки у вираз (8.60) числового значення виміряного оцінного параметра X , інших параметрів немає. Тобто, рішення у цьому випадку приймається лише за тим, чи перевищує одиницю значення функції правдоподібності чи ні. А тому метод прийняття рішення на основі правила (8.67) називають методом максимальної правдоподібності (ММП).

А тепер розглянемо інший окремий випадок ММП, який можна застосовувати для оцінювання стану стохастичних об'єктів невеликої потужності, для яких ціни «пропуску дефекту» і «безпідставної стурбованості» є приблизно однаковими, тобто для яких

$$C_{12} = C_{21}. \quad (8.68)$$

Виходячи з виразів (8.61) та (8.68), для цього випадку «правило рішення» (8.63) набуває вигляду

$$\begin{cases} \lambda(X) > \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow X \in D_1, \\ \lambda(X) < \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow X \in D_2, \end{cases} \quad (8.69)$$

а сам метод з таким «правилом рішення» хоч і є окремим випадком ММР, але має власну назву – метод мінімального числа помилкових рішень (ММЧ)

Як уже вище було відзначено, для того, щоб застосовувати ММР, потрібно знати ціни помилок «безпідставної стурбованості» і «пропуску дефекту» – C_{21}, C_{12} , а для того, щоб застосовувати ММП або ММЧ, потрібно знати хоча б співвідношення між цими цінами, які задаються виразами (8.66) або (8.68). Але часто при оцінюванні стану стохастичних об'єктів дослідження трапляються випадки, коли про ці ціни нічого невідомо. Тоді для оцінювання застосовують метод Неймана-Пірсона, за допомогою якого мінімізується ймовірність «пропуску дефекту» P_{nd} , тобто реалізується алгоритм руху у напрямку

$$P_{nd}(X_0) = P_2 \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx \Rightarrow \min, \quad (8.70)$$

при неперевіщенні заданого рівня ймовірності «безпідставної стурбованості» P_{bc} , тобто при

$$P_{bc}(X_0) = P_1 \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx \leq Q, \quad (8.71)$$

де

$$Q = kP_2. \quad (8.72)$$

А коефіцієнт надлишковості k , залежно від небезпечності дефекту, задається значенням із відрізка [1,2] для дефектів з обмеженими наслідками, із відрізка [3,10] для дефектів небезпечних та більшим 10-и для таких дефектів, що рідко зустрічаються ($P_2 < 0,01$), але надзвичайно небезпечних.

Алгоритм ММП полягає в такому: спочатку, визначивши за виразом (8.54) числове значення оцінки ймовірності P_2 несправного стану стохастичного об'єкта дослідження та задавшись числовим значенням коефіцієнта надлишковості k , за допомогою виразу (8.72) визначаємо порогове зна-

чення рівня ймовірності «безпідставної стурбованості» Q . Потім формуємо функцію

$$\phi(X_0) = P_1 \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx - Q. \quad (8.73)$$

і, прирівнявши її до нуля, отримуємо рівняння

$$\phi(X_0) = 0, \quad (8.74)$$

для розв'язання якого використовуємо якийсь наближений метод.

Наприклад, якщо ми виберемо метод Ньютона, то ітераційна процедура пошуку значення X_0 з заданою точністю матиме вигляд

$$X_{0(n)} = X_{0(n-1)} - \frac{\phi(X_{0(n-1)})}{\frac{d\phi}{dX}(X_{0(n-1)})}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (8.75)$$

Із співвідношення (8.75) при $\phi(X_0)$, заданому виразом (8.73), матимемо

$$\frac{d\phi}{dX_0}(X_{0(n-1)}) = -P_1 f(X_{0(n-1)} / D_1). \quad (8.76)$$

За перше (стартове) наближення $X_{0(0)}$, згідно з позначеннями рис. 41, доцільно взяти $\frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2}{2}$.

Якщо в результаті підстановки $X_{0(n)}$ в рівняння (8.74) його нев'язка $\phi(X_{0(n)})$ стає за абсолютною величиною меншою заданого її значення ε , тобто, якщо виконується нерівність

$$\phi(X_{0(n)}) < \varepsilon, \quad (8.77)$$

то процес наближень до точного розв'язку рівняння (8.74) зупиняємо, і за наближений розв'язок приймаємо те значення $X_{0(n)}$, яке першим задовольнятиме умову (8.77).

Припустимо, що ітераційний процес (8.75) у нас завершився на значенні

$$X_{0(n)} = X_0^*. \quad (8.78)$$

Підставляючи це значення у вираз (8.70), знаходимо числове значення ймовірності P_{nd} . Якщо воно нас влаштовує, то на цьому процес прийняття рішення за МНП завершується, а якщо не влаштовує, то, задавшись новим значенням коефіцієнта надлишковості k , повторюємо всі кроки вищевикладеного алгоритму – і так до тих пір, аж поки не отримаємо те значення ймовірності P_{nd} , яке нас задовольнить.

Спільним для усіх розглянутих вище методів прийняття рішень, тобто і для ММР, і для ММП, і для ММЧ, і для МНП, є те, що вони працюють лише за умови, що відомою є інформація про апріорні ймовірності перебування об'єкта дослідження у нормальному стані P_1 та в аварійному стані P_2 . Нагадаємо, що фактично потрібно експериментально визначити хоча б одну з цих ймовірностей, оскільки вони пов'язані між собою тотожністю

$$P_1 + P_2 = 1. \quad (8.79)$$

Але мають місце і ситуації, коли апріорі ці ймовірності визначеними бути не можуть, а в прийнятті рішення про стан об'єкта дослідження потреба є. Саме для цього випадку розроблено метод прийняття рішення, який називають мінімаксом. Суть методу мінімаксу (МММ) полягає у такому: спочатку розглядається «найгірший випадок», тобто висувається гіпотеза, що мають місце найбільш несприятливі значення ймовірностей P_1, P_2 , що приводять до максимального значення ризику R , а потім формується процедура знаходження значення оцінного параметра X_0 таким чином, щоб зі всіх можливих максимумів ризику забезпечувався мінімальний.

На відміну від попередніх методів прийняття рішення, алгоритми яких зводились до визначення значення лише однієї змінної – порогового значення оцінного параметра X_0 – у МММ в ранг параметра, числове значення якого потрібно визначити, піднімається ще й невідома ймовірність нормального стану об'єкта дослідження P_1 , тобто у цьому випадку замість задачі пошуку оптимуму функції однієї змінної X_0 потрібно розв'язувати задачу пошуку оптимуму функції з двома невідомими – X_0, P_1 .

Побудову алгоритму розв'язання цієї задачі почнемо з вилучення з функції ризику (8.56) ймовірності P_2 . Для цього визначимо P_2 з тотожності (8.79) і підставимо результат в співвідношення (8.56). Отримаємо

$$R = C_{21}P_1 \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx + C_{12}(1 - P_1) \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx. \quad (8.80)$$

У вигляді (8.80) ризик уже буде функцією двох змінних – X_0, P_1 . Для пошуку координат точки оптимуму цієї функції візьмемо частинні похідні від неї за X_0, P_1 , прирівняємо кожен з них до нуля

$$\begin{cases} \frac{\partial R}{\partial X_0} = 0, \\ \frac{\partial R}{\partial P_1} = 0 \end{cases} \quad (8.81)$$

і розв'яжемо систему рівнянь (8.81), що отримали, відносно X_0, P_1 .

Підставляючи функцію ризику, визначену виразом (8.80), в рівняння (8.81), отримаємо таку систему рівнянь:

$$\frac{f(X_0 / D_1)}{f(X_0 / D_2)} = \frac{C_{12}(1 - P_1)}{C_{21}P_1}, \quad (8.82)$$

$$C_{21} \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx - C_{12} \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx = 0, \quad (8.83)$$

розв'язувати яку зручно, починаючи з розв'язання рівняння (8.83), оскільки воно не містить в собі змінної P_1 і є рівнянням з однією лише змінною X_0 .

Подаючи рівняння (8.83) у вигляді

$$\phi(X_0) = 0, \quad (8.84)$$

де

$$\phi(X_0) = C_{21} \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx - C_{12} \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx, \quad (8.85)$$

його розв'язок знаходитимемо за вищевикладеною процедурою (8.75) з поправкою лише на те, що похідну потрібно задавати не у вигляді (8.76), а у вигляді

$$\frac{d\phi}{dX_0}(X_{0(n-1)}) = -C_{21}f(X_{0(n-1)} / D_1) - C_{12}f(X_{0(n-1)} / D_2). \quad (8.86)$$

Віднайшовши розв'язок цього рівняння у вигляді (8.78), підставимо знайдене значення X_0^* в рівняння (8.82), з якого визначимо, що

$$P_1^* = \frac{C_{12}f(X_0^* / D_2)}{C_{21}(X_0^* / D_1) + C_{12}f(X_0^*)} \quad (8.87)$$

– це і буде найменш сприятливим значенням ймовірності нормального стану об'єкта дослідження, котре, будучи підставленим разом зі значенням X_0^* у вираз (8.80), визначить мінімальне значення R^* ризику для цього

найгіршого випадку, тобто цей параметр характеризуватиме наш найменший програш за найбільш несприятливих обставин.

Для оцінювання ефективності розглянутих статистичних методів прийняття оптимальних рішень та порівняння їх між собою розв'яжемо за допомогою цих методів одну і ту ж задачу діагностування стану трансмісії газової турбіни газотурбінної електростанції з використанням за оцінний параметр вміст заліза в маслі, який позначимо (як і при виведенні основних розрахункових співвідношень цих методів) символом X і який вимірюватимемо в грамах на тонну.

Із статистичних даних відомо, що середнє значення цього оцінного параметра у нормальному стані трансмісії дорівнює 5 при середньоквадратичному відхиленні 2, тобто для нормального стану маємо:

$$\begin{cases} \bar{X}_1 = 5, \\ \sigma_1 = 2. \end{cases} \quad (8.88)$$

А при аварійному стані трансмісії середнє значення цього оцінного параметра дорівнює 12 при середньоквадратичному відхиленні 3, тобто, для аварійного стану маємо:

$$\begin{cases} \bar{X}_2 = 12, \\ \sigma_2 = 3. \end{cases} \quad (8.89)$$

Обробка статистичних даних за цим оцінним параметром для цього класу турбін засвідчила, що цей параметр, який є випадковою величиною, має щільність ймовірностей, підпорядковану нормальному закону

$$f(X / D_i) = \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X - \bar{X}_i}{\sigma_i} \right)^2 \right], \quad i = 1, 2, \quad (8.90)$$

а зі 100 обстежених турбін 10 виявилися в аварійному стані. Тому, згідно з виразами (8.52), (8.54), маємо

$$\begin{cases} P_1 = 0,9; \\ P_2 = 0,1. \end{cases} \quad (8.91)$$

З досвіду експлуатації турбін цього класу відомо, що вартість ремонту турбіни після аварії разом з вартістю електроенергії, недоданої за час аварійного ремонту, та збитками споживачів, викликаними недопостачанням електроенергії за час ремонту, приблизно в 20 разів є більшою за вартість профілактичного огляду турбіни разом з вартістю електроенергії, недоданої за час профілактики, та збитками споживачів, викликаними недопостачанням електроенергії за час профілактики. Це дає нам право прийняти, що

$$\frac{C_{12}}{C_{21}} = 20. \quad (8.92)$$

Потрібно, скориставшись алгоритмами ММР, ММП, ММЧ, МММ, МНП, визначити граничний вміст заліза в маслі X_0 , при досягненні якого турбіну потрібно зняти з експлуатації і відправити в ремонт.

Спочатку розв'яжемо поставлену задачу методом мінімального ризику.

Для визначення параметра λ_0 підставимо (8.91) і (8.92) в (8.61), в результаті чого отримаємо

$$\lambda_0 = \frac{C_{12}}{C_{21}} \cdot \frac{P_2}{P_1} = 20 \cdot \frac{0,1}{0,9} = 2,22. \quad (8.93)$$

Після підстановки (8.88) і (89) в (8.90) матимемо

$$f(X / D_1) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X - \bar{X}_1}{\sigma_1} \right)^2 \right] = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X - 5}{2} \right)^2 \right], \quad (8.94)$$

$$f(X / D_2) = \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X - \bar{X}_2}{\sigma_2} \right)^2 \right] = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{X - 12}{3} \right)^2 \right]. \quad (8.95)$$

Підставляючи (8.93), (8.94) і (8.95) в (8.59) та логарифмуючи результат цієї підстановки, отримаємо рівняння

$$-\frac{(X_0 - 5)^2}{8} + \frac{(X_0 - 12)^2}{18} = \ln \frac{4,44}{3}, \quad (8.96)$$

розв'язуючи яке знайдемо, що

$$X_0^* = 7,46. \quad (8.97)$$

Тепер розв'яжемо цю ж задачу методом мінімального числа помилкових рішень.

У цьому випадку рівняння (8.96) матиме відмінність лише у правій частині за рахунок того, що для цього випадку справедливою є тотожність (8.68), а тому замість (8.92) потрібно використовувати вираз

$$\frac{C_{12}}{C_{21}} = 1. \quad (8.98)$$

З урахуванням вищевикладеного рівняння (8.96) для ММЧ набуває вигляду

$$-\frac{(X_0 - 5)^2}{8} + \frac{(X_0 - 12)^2}{18} = \ln \frac{2}{27}. \quad (8.99)$$

Розв'язуючи рівняння (8.99), знайдемо, що у цьому випадку

$$X_0^* = 9,79. \quad (8.100)$$

А тепер розв'яжемо цю ж задачу методом максимальної правдоподібності.

І у цьому випадку рівняння (8.96) матиме відмінність лише у правій частині за рахунок того, що для цього випадку справедливими є тотожності (8.64), (8.65), тож, з їх урахуванням, замість (8.96) матимемо рівняння

$$-\frac{(X_0 - 5)^2}{8} + \frac{(X_0 - 12)^2}{18} = \ln \frac{2}{3}. \quad (8.101)$$

Розв'язуючи рівняння (8.101), знайдемо, що у цьому випадку

$$X_0^* = 8,14. \quad (8.102)$$

Тепер розв'яжемо цю ж задачу методом мінімаксу.

Функцію (8.85) для рівняння (8.84) у цьому випадку доцільно привести до вигляду

$$\phi(X_0) = \int_{X_0}^{\infty} f(x / D_1) dx - \frac{C_{12}}{C_{21}} \int_{-\infty}^{X_0} f(x / D_2) dx, \quad (8.103)$$

а її похідна тоді замість (8.86) набере вигляду

$$\frac{d\phi}{dX_0} = -f(X_0 / D_1) - \frac{C_{12}}{C_{21}} f(X_0 / D_2). \quad (8.104)$$

Підставляючи у (8.103) та у (8.104) вирази (8.92), (8.94), (8.95) та запускаючи процедуру послідовних наближень (8.75) від початкової точки

$$X_{0(0)} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2}{2} = \frac{5 + 12}{2} = 8,5, \quad (8.105)$$

знайдемо, що

$$X_{0(1)} = 6,79; \quad X_{0(2)} = 5,91; \quad X_{0(3)} = 5,72; \quad X_{0(4)} = 5,71. \quad (8.106)$$

Із послідовності (8.106) навіть без визначення нев'язки рівняння (8.84) витікає, що за порогове значення оцінного параметра можна взяти

$$X_0^* = X_{0(4)} = 5,71. \quad (8.107)$$

У свою чергу при такому значенні X_0^* , згідно з виразом (8.87), найменш сприятливим значенням ймовірності нормального стану об'єкта дослідження буде

$$P_1^* = 0,61. \quad (8.108)$$

А тепер розв'яжемо цю ж задачу методом Неймана-Пірсона.

Оскільки контроль трансмісії турбіни здійснюється ще й вібродавачами, то наслідки «пропуску дефекту» системою контролю вмісту заліза у маслі віднесемо до класу обмежених, що дає нам право задати коефіцієнт k рівним одиниці, і тоді, згідно з виразами (8.72), (8.91), матимемо

$$Q = kP_2 = 1 \cdot 0,1 = 0,1. \quad (8.109)$$

Функція $\phi(X_0)$ для рівняння (8.74) у цьому випадку матиме вигляд

$$\phi(X_0) = P_1 \int_{X_0}^{\infty} f(X / D_1) dX - Q = \phi(X_0) = 0,9 \int_{X_0}^{\infty} f(X / D_1) dX - 0,1, \quad (8.110)$$

а процедура пошуку розв'язку рівняння (8.74) задаватиметься виразом

$$X_{0(n)} = X_{0(n-1)} - \frac{\phi(X_{0(n-1)})}{\frac{d\phi}{dX}(X_{0(n-1)})} = X_{0(n-1)} + \frac{X_{0(n-1)} \int_{X_{0(n-1)}}^{\infty} f(X / D_1) dX - 0,1}{0,9 f(X_{0(n-1)} / D_1)}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (8.111)$$

Підставляючи у (8.111) вирази (8.94), (8.95) та, як і у випадку МММ, запускаючи процедуру послідовних наближень (8.111) від початкової точки, заданої виразом (8.105), знайдемо, що

$$X_{0(1)} = 6,85; \quad X_{0(2)} = 7,36; \quad X_{0(3)} = 7,43; \quad X_{0(4)} = 7,43. \quad (8.112)$$

Із послідовності (8.112) витікає, що за порогове значення оцінного параметр потрібно брати

$$X_0^* = X_{0(3)} = 7,43. \quad (8.113)$$

Узагальнимо отримані результати, визначивши для кожного з них ще й ймовірність «безпідставної стурбованості» $P(H_{21})$ за виразом (8.53), ймовірність «пропуску дефекту» $P(H_{12})$ за виразом (8.51) та ризик R за виразом (8.55). Для зручності результати усіх розрахунків зведемо у таблицю порівняння результатів оцінювання усіма методами

Таблиця порівняння результатів оцінювання усіма методами

№	X_0^*	$P(H_{21})$	$P(H_{12})$	R	Метод
1	7,46	0,0984	0,0065	0,229	ММР
2	9,79	0,0074	0,0229	0,467	ММЧ
3	8,14	0,0524	0,0098	0,249	ММП
4	5,71	0,3235	0,0018	0,360	МММ
5	7,43	0,1000	0,0064	0,230	МНП

Зіставляючи результати, наведені у цій таблиці, бачимо, що:

- ММЧ дає найгірше рішення, оскільки і ризик R має найбільше числове значення, і ймовірність «пропуску дефекту» $P(H_{12})$ теж має найбільше числове значення;
- МММ задає найбільше числове значення ймовірності «безпідставної стурбованості» $P(H_{21})$, що приводить до виведення з експлуатації на профілактику майже третини турбін (32%), а тому цей метод доцільно застосовувати лише тоді, коли відсутні навіть опосередковані оцінки ймовірностей нормального P_1 та аварійного P_2 станів об'єкта дослідження, і головною задачею є мінімізація «пропуску дефекту» $P(H_{12})$;
- ММР та МНП і оцінки ризику R дають найменші, і щодо оцінок «пропуску дефекту» $P(H_{12})$ дають результати кращі, ніж ММЧ, і усі інші характеристики у них майже не відрізняються – саме тому ці два методи найчастіше використовують у практиці побудови алгоритмів і пристроїв для оцінювання стану стохастичних об'єктів;
- ММП займає у цій п'ятірці методів «золоту середину», оскільки в цілому має характеристики трохи гірші, ніж ММР і МНП, але кращі, ніж ММЧ та МММ.

РОЗДІЛ 9

ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ПЛАНУВАННЯ ЗАХОДІВ З ЇХ РЕАЛІЗАЦІЇ

9.1 Узагальнення результатів, отриманих в науковому дослідженні

У будь-якому науковому дослідженні розв'язується декілька наукових задач, зв'язаних між собою спільним об'єктом дослідження чи використанням одного і того ж методу для дослідження різних об'єктів, а тому часто отримуються такі результати, які, на перший погляд, можуть виглядати навіть не взаємодоповнювальними. І дуже важливо на завершальному етапі наукового дослідження так узагальнити отримані результати, щоб усі вони таки стали органічно пов'язаними між собою та взаємодоповнювальними, інакше ті, хто замовляв і фінансував проведення вашого дослідження можуть не зрозуміти, навіщо ви їм пропонуєте зокрема і такі результати, які, на їх погляд, не стосуються сформульованої вам теми. А це, у свою чергу, може призвести до неприйняття замовниками вашого завершального звіту і вимогу повернути усі їхні кошти, витрачені вами на проведення дослідження, чи хоча б якусь їх частину, що теж не буде для вас безболісним, оскільки ви ці кошти уже встигнете витратити на зарплату дослідникам і матеріальне забезпечення дослідів.

Наприклад, якщо вам в рамках виконання теми з оцінювання енергоємності вітрових потоків, створюваних потягами під час руху, доведеться спочатку створити вимірювальну систему, в процесі розробки якої ставити досліди в аеродинамічній трубі для зняття характеристик сенсорів швидкості вітру з використанням еталонного анемометра, який доведеться придбати за кошти, виділені на тему, та створювати комп'ютерну програму і відповідний інтерфейс для обробки результатів вимірювання сенсорами швидкостей вітрових потоків, то під час захисту звіту у замовника досліджень вам доведеться довести, що подібних вимірювальних систем немає і подібних комп'ютерних програм теж немає, а без них ви не змогли б досягти поставленої мети, тобто не змогли б провести експеримент та отримати експериментальні дані, саме в результаті комп'ютерної обробки яких і визначається енергоємність вітрових потоків, створюваних потягами під час руху.

Під час узагальнення результатів важливо не лише підвести підсумок виконаним дослідженням і вистроїти з усіх отриманих результатів цілісну систему, але й вказати, як можна буде використати ці результати у подальших, більш глибоких чи більш широких, дослідженнях цього ж предмета дослідження чи об'єкта дослідження, для якого цей предмет дослідження є лише однією зі складових частин. Наприклад, при узагальненні результатів, отриманих від дослідження енергоємності вітрових потоків, створюваних потягами під час руху, потрібно показати, як ці результати можна буде

використати в дослідженнях, присвячених розробці вітрових електричних станцій, що встановлюватимуться вздовж залізничної колії для перетворення енергії вітрових потоків, створюваних потягами, в електричну енергію.

9.2 Оформлення наукових результатів за виконаною темою у вигляді наукового звіту за встановленими державними стандартами

За результатами наукового дослідження, виконаного на замовлення держави або юридичної чи приватної особи чи у зв'язку з виконанням індивідуального плану роботи наукового дослідника, що працює в науковій установі, отримуючи зарплату, завжди оформляється звіт про виконану роботу з наукової теми, який після реєстрації вважається рукописною науковою роботою, яку дозволяється вносити до списку наукових праць кожного наукового дослідника, офіційно внесеного до списку виконавців даної наукової теми.

На титульному листі звіту вказується, у якій організації виконана ця робота, назва теми цієї наукової роботи та номер її державної реєстрації.

А на наступному листі вказуються всі виконавці даної роботи, котрі своїм власним підписом засвідчують свою участь у її виконанні. Потім розміщується зміст роботи, в якому наводяться назви розділів і підрозділів та вказуються сторінки, з яких починається викладення суті кожного розділу чи підрозділу.

Будь-який звіт про виконання наукової роботи за затвердженою темою має містити анотацію українською та англійською мовами, яка складається з кількох речень, котрі вказують на те, чому присвячена наукова робота і що в ній досягнуто, і яка закінчується ключовими словами, що являють собою набір із 7–12 іменників чи іменників з прикметниками, які в разі їх доповнення відповідними дієсловами передають основну суть роботи, її предмет дослідження та прив'язку до конкретної наукової галузі. Потім іде вступ, в якому обґрунтовується актуальність даної наукової теми, вказується її місце в загальному полі наукових досліджень за цією проблематикою та формулюються задачі, поставлені для дослідження теми, і дається характеристика наукової новизни отриманих результатів та їх апробації. Далі у звіті йдуть розділи, в яких викладається суть даного наукового дослідження та отримані наукові результати і робляться висновки з матеріалів кожного розділу. Розділи можуть розбиватись на підрозділи, присвячені викладенню суті більш вузьких досліджень, що проводяться в рамках конкретного розділу. Після викладення останнього розділу розміщуються загальні висновки з теми. Далі йде список літературних джерел, використаних під час виконання даної роботи, та додатки, в які виносяться проміжні результати, використані комп'ютерні програми чи таблиці експериментальних даних та акти впровадження окремих результатів чи теми в цілому.

Звіт оформляється з дотриманням відповідних державних стандартів і прийнятої в даній науковій галузі термінології. Усі формули, рисунки і таблиці у звіті мають мати номери з подвійних чисел, розділених крапкою, перше з яких вказує на порядковий номер розділу, а друге – на порядковий номер формули, рисунка чи таблиці у даному розділі.

Список використаних літературних джерел може подаватись або в алфавітному порядку відносно прізвищ їхніх авторів, або в порядку здійснення посилань на них при викладенні матеріалу в розділах. Більш детальну інформацію про оформлення звітів можна отримати в роботі [18].

9.3 Оформлення отриманих наукових результатів у вигляді, придатному для публікації в наукових журналах та презентації на наукових семінарах і наукових конференціях

Для ознайомлення широкої наукової громадськості з результатами наукових досліджень їх потрібно публікувати в наукових журналах та доповідати на наукових семінарах або на наукових конференціях.

Для публікації цих результатів у вигляді статей у наукових журналах потрібно дотримуватись правил оформлення матеріалів, котрі у вигляді рукопису чи в електронному вигляді надсилаються до редакції наукового журналу, та отримати позитивну рецензію профільного члена редколегії цього журналу чи залученого редколегією експерта.

Вимоги до оформлення рукописів статей в різних наукових журналах можуть відрізнятися, але щодо структури статті вони є однаковими. За цими вимогами стаття має починатись із заголовка, що містить в собі мету і об'єкт чи предмет дослідження. Потім потрібно вказати прізвища та ініціали авторів, які розміщуються або в алфавітному порядку, або згідно з внесеною у статтю авторською часткою, і назву організації, в якій виконане дане наукове дослідження. Далі йде анотація українською та англійською мовами і ключові слова. Потім йде вступна частина, яка називається або «Вступ», або «Вихідні передумови та постановка задачі», в якій дається характеристика наукових робіт інших авторів, котрі займалися дослідженням цієї ж наукової тематики, та постановка задач власного дослідження, розв'язання яких приведе до створення нових наукових результатів з цієї тематики. Далі йде основна частина статті, яку, як правило, називають «Викладення основних результатів дослідження», в якій наводяться усі авторські рішення, що супроводжуються формулюванням і доведенням теорем чи висуненням гіпотез і їх доведенням чи синтезом моделей процесів і явищ та дослідженням цих процесів і явищ за допомогою синтезованих моделей, чи розробкою нових технологій або структури нових приладів з наведенням усіх потрібних математичних виразів, таблиць даних, графіків залежностей, структурних схем, діаграм тощо. За необхідності цей основний розділ статті може розбиватись на підрозділи, в яких матеріал концентрується навколо певної його характеристики, наприклад, в одному під-

розділі здійснюється синтез математичної моделі процесу, а в іншому цей процес досліджується з її застосуванням. Після викладення основних результатів дослідження йде розділ, який називається «Аналіз отриманих результатів», в якому отримані результати аналізуються на предмет їх узгодження між собою та достатності для досягнення поставленої мети дослідження. Обов'язковим є наступний розділ, який називається «Висновки», в якому наводяться узагальнені висновки за матеріалами цього дослідження. Вони не мають бути суцільним загальним текстом, а їх потрібно формулювати чітко і конкретно. Останнім розділом статті є «Список використаних літературних джерел» або «Список літератури», в якому наводяться, маючи порядкові номери, всі ті літературні джерела, що використовувались вами при написанні статті. І кожен раз, коли у тексті статті ви використовували якийсь матеріал із того чи іншого джерела, маєте в кінці відповідного речення проставити у квадратних дужках порядковий номер цього джерела. В разі ж, якщо ви використовуєте у статті якийсь матеріал із літературного джерела, взятий дослівно, то крім посилання на порядковий номер цього джерела у квадратних дужках ви зобов'язані також взяти цитований текст в лапки і вказати, що він є цитатою з цього джерела. У кінці статті ви маєте навести інформацію про те, ким ви працюєте у вказаній на початку статті організації, який ви маєте науковий ступінь та вчене звання, а також пишете не лише своє прізвище, але й ім'я та по батькові повністю, вказуєте також номер свого телефону та адресу електронної пошти.

Як правило, журнальні статті мають мати обсяг до 8 надрукованих через два інтервали сторінок разом з рисунками, яких бажано в одній статті мати не більше трьох–чотирьох. Оглядові статті, які замовляються редколегією журналу авторитетним вченим у даній галузі науки, можуть досягати і 16 сторінок.

Формули, що наводяться у статті, мають мати порядкові номери, розміщені справа на зрізі тексту і взяті у круглі дужки, рисунки теж нумеруються і мають назви, поміщені під ними. Нумеруються і таблиці, їх назви розміщуються над ними.

Для супроводу свого виступу на науковому семінарі або науковій конференції дослідник створює електронну презентацію, за допомогою якої, використовуючи проєктор, з'єднаний з комп'ютером, виводить на екран потрібні формули, схеми, графіки, діаграми.

Якщо презентація готується для виступу на міжнародній науковій конференції за участю іноземних вчених, то її треба робити англійською мовою, якою здійснювати короткі пояснення до формул, рисунків, схем, таблиць і діаграм – це допоможе донести зміст вашого виступу до іноземних вчених навіть у тому випадку, коли, доповідаючи, ви від хвилювання чи недостатнього володіння англійською мовою, частину потрібних слів не вимовите.

Відповідаючи на запитання, поставлені вам англійською мовою, концентруйте свою увагу на ключових для вашої теми словах у кожному запи-

танні – додаючи до них ствердження чи заперечення ви зможете без особливого напруження дати відповіді на всі поставлені вам запитання. І не так уже й важливо, чи сподобалася ваша відповідь тому, хто задав запитання, – головне, щоб ви справили гарне враження на аудиторію швидкістю і однозначністю ваших коротких відповідей.

9.4 Основні наукометричні бази, індекс цитування авторів наукових статей в них та імпаکت-фактор журналів, що публікують наукові статті

Останній часом набрала оберти мода на подання опублікованих наукових результатів у відомих міжнародних наукометричних базах (НМБ), яких є кілька десятків, але найбільш відомими і авторитетними з яких є дві: англomовні бази Scopus та Web of Science (WoS), створені приватними компаніями. Ці бази надають перевагу вузькопрофільним науковим журналам, тому українських наукових журналів, що, як правило, є широкопрофільними, станом на середину 2023 року в цих НМБ не так уже й багато.

Основним недоліком цих міжнародних НМБ є те, що вони створили ілюзію, що провідними вченими є лише ті наукові дослідники, які публікуються в наукових журналах з високим імпаکت-фактором, та мають високий коефіцієнт Гірша (Хірша), що характеризує цитованість наукових робіт кожного автора в журналах, що входять до цих міжнародних НМБ. Але ж незаперечним фактом є те, що у кожній країні найбільш видатні вчені займаються науковими дослідженнями з грифом «Цілком таємно», результати яких багато років містяться лише в грифованих звітах та утаємничених збірниках наукових праць з тиражом у кілька екземплярів і розміщенням у спецвідділах «поштових скриньок». Тож нині за цитованістю своїх наукових праць, тобто за значенням коефіцієнта Гірша, ні російський творець атомної бомби, академік Курчатов, ні російський творець водневої бомби, академік Сахаров, ні російський творець балістичних ракетних систем і комплексів, академік Корольов, ні творець американської атомної бомби Опенгеймер, ні творець німецьких, а потім американських балістичних ракетних систем і комплексів Вернер фон Браун, ні творець американських водневих бомб великої та малої потужності Теллер до числа провідних вчених не були б віднесені.

Нагадаємо, як же розраховується коефіцієнт Гірша, який є індексом цитування наукових робіт певного автора, розміщених в журналах, занесених у якусь відому міжнародну НМБ, та як визначається імпакт-фактор наукового журналу, що входить в цю міжнародну НМБ.

Якщо автор має якусь кількість наукових статей в різних наукових журналах, що входять в конкретну міжнародну НМБ, то його коефіцієнт Гірша визначається за найбільшою кількістю цитувань якоїсь із цих його наукових статей. Так, наприклад, якщо автор опублікував 20 наукових статей, на 5 із яких посилаються 5 разів автори інших наукових статей, опубліко-

ваних в наукових журналах, що входять до цієї ж міжнародної НМБ, які не є його співавторами, а інші 15 статей цього автора мають кількість посилань, меншу 5, то цей автор має значення коефіцієнта Гірша, що дорівнює 5. Якщо ж інший автор опублікував 200 наукових статей, але лише 2 з них мають по 2 цитування, а інші статті мають або по одному цитуванню, або не мають цитувань зовсім, то цей інший автор має коефіцієнт Гірша, що дорівнює 2. Тож, опублікувавши лише 10 наукових праць в журналах, що входять до якоїсь конкретної міжнародної НМБ, на кожному з яких послали 10 авторів інших наукових статей, опублікованих в наукових журналах, які входять у цю ж міжнародну НМБ, можна мати коефіцієнт Гірша, рівний 10. Ці приклади наочно демонструють ущербність коефіцієнта Гірша, незважаючи на його тріумфальну ходу науковими видавництвами і міжнародними НМБ. Особливо рельєфно ущербність коефіцієнта Гірша підкреслює такий приклад – уявімо, що якийсь науковець опублікував серію з 10 статей, в кожній з яких має місце помилка, допущена автором і не помічена рецензентом ще в першій з них і перенесена у наступні, тобто опублікував 10 наукових праць з нульовою науковою значимістю. Цілком імовірно, що 10 інших наукових дослідників цієї ж тематики, які мають значення коефіцієнта Гірша, що не перевищує, наприклад 2, звернуть увагу на його помилку, вносячи статті з помилкою в число цитованих ними праць. Завдяки цитуванню 10 більш розумними авторами, автор 10 статей з нульовою науковою значимістю матиме коефіцієнт Гірша, що дорівнюватиме 10, і вважатиметься в бюрократичних навколонукових колах набагато розумнішим за тих науковців, які знайшли у його статті помилки, оскільки за усіма своїми опублікованими статтями, як уже було відзначено, ці автори мають значення коефіцієнта Гірша, не більше 2.

Тепер щодо визначення імпаکت-фактора наукового журналу. Імпакт-фактор визначається в конкретній НМБ, до якої він входить, шляхом ділення кількості посилань на статті, опубліковані за два попередні роки в журналах, що представлені в цій же НМБ, на загальну кількість статей, опублікованих за ці ж два роки в журналі, імпакт-фактор якого визначається. Наприклад, якщо за 2020 та 2021 роки в науковому журналі, представленому, наприклад у НМБ WoS, опубліковано сумарно 250 статей, на які є 125 посилань в журналах, представлених у цій же НМБ, то імпакт-фактор станом на 2022 рік цього журналу дорівнюватиме 0,5.

Основним недоліком цього показника є його незахищеність від договірного перехресного цитування різними авторами один одного, про що свідчить те, що в статтях закордонних авторів дуже часто в списках цитованої літератури поміщається два, а то й три десятки джерел, про деякі з яких говориться лише те, що в них та задача, яку розв'язує автор публікації, не розв'язувалась або навіть не ставилась. І у цьому немає нічого дивного, оскільки від значення індексу цитування Гірша, чи від значення імпакт-фактора журналів, в яких публікується професор західноєвропейського чи американського університету, контракт з яким підписується чи подовжу-

ється на новий термін, залежить розмір його окладу. І чим більше наші міністерська та університетська адміністрації будуть зацікавлені в цих показниках, тим швидше наші науковці переймуть західний спосіб перекресного цитування.

9.5 Особливості подання результатів, отриманих під час виконання науково-дослідної теми, при написанні кваліфікаційних дипломних робіт і дисертацій

У цьому короткому підрозділі ми хочемо звернути увагу молодих дослідників лише на три речі:

1. Не можна вносити результати зі звіту про виконання науково-дослідної теми в матеріали статті чи дисертації як такі, що отримані вами, в разі, якщо вас не вказано в числі авторів цього звіту, причому навіть у тому випадку, коли якась ваша участь у виконанні цієї теми мала місце. Адже, не внесши вас до переліку авторів звіту, науковий керівник цієї теми та її відповідальний виконавець цим самим продемонстрували науковому світу, що ви при виконанні цієї теми відігравали лише допоміжну роль і не можете бути віднесеним до співавторів отриманих наукових результатів. І нехтування цим положенням рано чи пізно приведе вас до когорти звинувачених у плагіаті. Тож, якщо ви вважаєте, що під час виконання відведеної вам ролі в науковому дослідженні за цією темою вами отримані не другорядні, а значимі результати, без яких не склалися б і ті результати, які наведені у звіті як основні наукові, то потрібно домагатись від наукового керівника і відповідального виконавця теми, щоб вони внесли вас у число співавторів звіту про виконання теми, що підтверджується наявністю вашого підпису на титульній сторінці цього звіту в списку його авторів, ще до того, як цей звіт буде затверджено проректором з наукової роботи і відіслано в центральний орган його зберігання.

2. Наукові результати, наведені у звіті про виконання наукової теми, серед авторів якого вас не вказано, ви маєте право використовувати лише в оглядовій частині вашої статті чи дисертації з обов'язковим внесенням цього звіту (з вказанням його офіційних авторів) до списку використаних наукових джерел і посиланням на це джерело при викладенні чи навіть лише згадуванні якогось із розміщених у ньому результатів.

3. Наукові результати, що використані вами при розкритті теми дисертації доктора філософії зі спеціальності конкретної галузі наук, можуть бути використані вами у дисертації на здобуття наукового ступеня доктора наук у цій же галузі, яку ви захищатимете, уже маючи ступінь доктора філософії, лише в її оглядовій частині, а в основній частині вашої дисертації доктора наук мають бути викладені нові наукові результати, отримані за межами захищеної раніше дисертації доктора філософії. І лише в оглядовій частині вашої дисертації доктора наук можуть бути використані наукові результати, захищені здобувачами ступеня доктора філософії, науковим

керівником у яких були ви. Тобто, не може чиясь дисертація доктора наук бути роботою, скомпонованою з чужих дисертацій докторів філософії, навіть якщо їх написанням і підготовкою до захисту керував автор цієї дисертації доктора наук.

Ігнорування викладеного у цих трьох пунктах, навіть якщо вони не будуть виявленими на етапі експертизи дисертації у спеціалізованій раді, за рідкими винятками приводить до негативних висновків на етапі проходження затвердження результатів захисту або на етапі реагування в експертній раді на скарги, що надійдуть в якийсь із наступних років після присудження відповідного ступеня.

9.6 Планування заходів з реалізації результатів наукового дослідження та вимоги до актів впровадження і заявок на їх продовження у розвиток

Складаючи план проведення наукового дослідження за кошти держави чи господарського договору з замовником, дослідник зобов'язаний передбачити у цьому плані заходи з реалізації результатів цього наукового дослідження з отриманням актів їх впровадження у відповідному середовищі.

Ці середовища можуть суттєво відрізнитись залежно від того, про які наукові дослідження йде мова – про фундаментальні, про прикладні чи про науково-технічні розробки, які, згідно з Законом України (№ 3714-VI від 08.09.2011 р.) «Про внесення змін до Закону України «Про наукову і науково-технічну діяльність» визначені так:

«науково-технічні розробки – науково-технічна діяльність, спрямована на створення нових матеріалів, продуктів, процесів, пристроїв, технологій, систем і надання нових послуг або на істотне вдосконалення тих, що вже виробляються (надаються) чи введені в дію».

А прикладні наукові дослідження цим же Законом України визначені так – це «наукова діяльність, спрямована на одержання нових знань, що можуть бути використані для практичних цілей». Підкреслюємо – можуть бути використаними, а не уже використані.

Важливим у цьому Законі України є також визначення таких категорій, як «наукова (науково-технічна) продукція», якою є «науковий та (або) науково-прикладний результат, призначений для реалізації».

Звертаємо увагу тих, хто у майбутньому захищатиме дисертації, що, згідно з цим Законом України, «Акт впровадження результатів», отриманих в дисертації як з фундаментальних, так і з прикладних наук, має містити в собі лише констатацію чийхось намірів використати отримані в дисертації результати, а не бути підтвердженням того, що ці результати уже впроваджені у повному обсязі, як це трактувалося раніше у нормативних документах Вищої атестаційної комісії України. А підтвердження впровадження результатів у повному обсязі «Актом впровадження результатів» має здійснюватись виключно лише при завершенні госпдоговірної чи

держбюджетної теми з цільовим фінансуванням на «науково-технічну розробку», в результаті якої заплановано було отримати новий матеріал, новий прилад, нову конструкцію, нову технологію виготовлення чогось тощо.

Дуже часто після виконання наукових досліджень за визначеною темою виникає необхідність у продовженні цих досліджень. Але, щоб переконати відповідні органи, від яких залежить затвердження нової теми досліджень і виділення фінансування для забезпечення їх проведення, вам доведеться у відповідних розділах заявки зрозуміло показати, що за попередньою темою досліджень вами були отримані переконливі результати, що підтверджуються відповідним переліком наукових статей у провідних наукових журналах, переліком патентів і монографій за даною науковою тематикою і переліком захищених за її результатами виконавцями даної тематики магістерських робіт і 1-го чи 2-го рівня докторських дисертацій.

І лише за умови отримання високих результатів, підтверджених незалежною експертизою, спочатку на рівні наукової організації, в якій працюєте, а потім на рівні експертної ради міністерства чи академії наук, ви можете розраховувати на внесення вашої нової наукової теми до плану науково-дослідних робіт на наступний рік, затвердженого для вашої наукової організації, і виділення фінансування для проведення нових досліджень.

Що ж стосується госпдоговірних науково-дослідних тем, що фінансуються конкретними замовниками, то процедура підписання нового господарчого договору залежить, по-перше, від того, сподобався замовнику результат, отриманий вами при виконанні попередньої теми, чи ні; по-друге, чи бачить замовник перспективу для розвитку свого підприємства від впровадження результатів нового господарського договору чи ні; а по-третє, має чи ні станом на дату підписання господарчого договору ваш замовник кошти для продовження фінансування за узгодженою науковою тематикою.

Про цей етап в організації наукових досліджень більш детальну інформацію можна отримати в роботі [18].

РОЗДІЛ 10

ВИНАХІДНИЦТВО ЯК ЕВРИСТИЧНИЙ СПОСІБ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

10.1 Загальна характеристика евристичного способу наукового дослідження

Усе, про що ми вели мову у цьому підручнику на попередніх сторінках, стосувалося гіпотетичного або аксіоматичного способів дослідження, в яких або спочатку висувувалась певна гіпотеза, а наукове дослідження проводилось для того, щоб її підтвердити чи спростувати, або висувались певні аксіоми у вигляді передумов, на основі яких формувався ланцюг силогізмів і здійснювався їх аналіз, котрий приводив до кінцевої мети наукового дослідження. Але з древніх часів існує ще й інший, відмінний від гіпотетичного та аксіоматичного, спосіб наукового дослідження – евристичний, згідно з яким істина досягається одномоментно, вибухово і одразу ж в ідейно-завершеному вигляді, а результатом подальшого наукового дослідження є лише вдосконалення отриманого евристично результату, або, як кажуть механіки, його шліфування.

Історично походження цього методу відносять до епохи, в якій жив древньогрецький вчений Архімед, який мав такі жирові відкладення в тілі, які могли тримати його на воді без додаткових зусиль. Одного разу Архімед, приймаючи ванну, побачив, що, коли він заліз у заповнену по вінця ванну, то частина води виплеснулася, а його тіло своєю верхньою поверхнею піднялося до поверхні води, яка знову ж таки заповнила ванну по вінця. З криком «Еврика» («Знайшов») Архімед вискочив з ванни і сформулював своє, ставше відомим усім майбутнім поколінням людей, відкриття, суть якого полягає у тому, що на тіло, занурене в рідину, діє виштовхувальна сила, яка дорівнює вазі витісненої ним рідини. Філософське обґрунтування цього методу пізнання дав трохи пізніше інший древньогрецький мислитель Сократ.

Звичайно, невігласу, котрий нічого не знає і ні над чим не замислюється, таке одномоментне осяяння ніколи в голову не прийде – воно приходить в голови лише тих людей, які багато знають і часто замислюються над сенсом знаного, а саме: осяяння – це результат роботи мозку, збагаченого знаннями, на підкорковому рівні у певному напрямку. Тож дослідник, який мріє зробити відкриття у певній галузі, має систематично і наполегливо заповнювати свій мозок як основоположними, так і новими знаннями з цієї галузі і бути у неперервному пошуку відповідей на запитання, які у нього виникають під час засвоєння все нових і нових знань.

Потрібно відзначити, що в останню третину 20-го століття почали активно розроблятися так звані системи АРВЗ (алгоритм розв'язання винахідницьких задач) – одним із основоположників є відомий винахідник

Г. С. Альтшуллер, основні монографії і посібники якого наведені у списку рекомендованої літератури до 1-го видання нашого однойменного навчального посібника. В системі АРВЗ головною задачею винахідника є виявлення протиріч в об'єкті винахідництва, для усунення яких пропонується 40 типових прийомів, об'єднаних в єдиний алгоритм. Ці системи є цікавими, і для певної категорії осіб корисними, але вони не відображають евристичний спосіб наукового дослідження – вони є спробою внести у винахідницький процес аксіоматичний спосіб наукового дослідження з чітко визначеною послідовністю силогізмів технічного характеру, тобто спробою перевести спалахи творчої інтуїції в послідовність ремісничих дій. Авторам цього підручника, які спостерігали за спробами викладачів, озброєних знаннями з теорії АРВЗ, творити винаходи за допомогою рекомендованих цією теорією ремісничих правил, не вдалося віднайти свідчення, які переконали б їх у тому, що дотримання правил цього ремесла хоча б у якомусь випадку було б ефективнішим за спалахи творчої інтуїції.

Інші думки та оцінки з цього приводу можна віднайти в роботі [19].

10.2 Спільні риси і відмінності наукового відкриття, винаходу, раціоналізаторської пропозиції та патентування корисних моделей і способів іншого застосування запатентованих винаходів чи корисних моделей

Аби не витратити час на пошук і аналіз усіх можливих означень суті наукового відкриття, винаходу і раціоналізаторської пропозиції, ми, як і у попередніх 1-му та 2-му виданнях цього нашого навчального посібника, процитуємо в перекладі ці означення з відомого навчального посібника І. М. Грушка, В. М. Сиденка «Основи наукових досліджень», опублікованого у Харкові у 1983 році, згідно з яким: наукове відкриття – це «встановлення невідомих раніше об'єктивно існуючих закономірностей, властивостей і явищ матеріального світу», винахід – це «нове, що містить суттєві відмінності, технічне вирішення задачі у будь-якій галузі народного господарства, зокрема в галузі соціально-культурного будівництва та оборони держави, яке дає позитивний ефект», а раціоналізаторська пропозиція – це «технічне рішення, що є новим і корисним для даного підприємства, організації, установи, якому воно запропоноване».

Як приклад наукового відкриття можна навести виявлення електронної і діркової провідності через *p-n* перехід у напівпровідникових матеріалах, як приклад винаходу у цій же галузі можна навести створення транзистора як напівпровідникового пристрою, що містить керований *p-n* перехід, а як приклад раціоналізаторської пропозиції можна навести встановлення між одвірком і входними дверима будівлі науково-дослідного інституту напівпровідників пружини, яка сама зачиняє двері, якщо якийсь заклопотаний своїми ідеями дослідник, входячи до будівлі інституту, забуває їх зачинити за собою.

Як приклад наукового відкриття в електротехніці можна навести виявлення явища наведення електрорушійної сили в провіднику, що перетинає силові лінії магнітного поля, як приклад винаходу у цій же галузі можна навести створення електричного генератора, в основі якого лежить вищенаведене явище, а як приклад раціоналізаторської пропозиції можна навести нанесення напису «Небезпечно! Висока напруга» на дверях приміщення, в якому встановлено електричний генератор, аби усі, хто входить у ці двері, були обережними.

Виходячи з означень та наведених прикладів, спробуємо розібратись, які ж риси є спільними у наукового відкриття, винаходу і раціоналізаторської пропозиції, а що між ними є відмінного.

Очевидно, що спільною є категорія новизни – це мають бути або нові закономірності у випадку наукового відкриття, або нові пристрої чи нові технології у випадку винаходу, або нове вдосконалення в роботі чогось у випадку раціоналізаторської пропозиції.

А що ж до відмінностей, то для їх визначення ми обіпрємось на категорію середовища поширення, яким у випадку наукового відкриття є весь матеріальний світ, у випадку винаходу – це технічні задачі у будь-якій галузі народного господарства, а у випадку раціоналізаторської пропозиції – це вдосконалення роботи чогось у межах підприємства, організації чи установи, в якій працює конкретний раціоналізатор.

Мають місце відмінності і у документах, що підтверджують авторство – у випадку наукового відкриття таким авторським документом є диплом, що видається головним відомством країни, уповноваженим здійснювати організаційну діяльність у цьому напрямку, в якому вписується прізвище, ім'я та по батькові особи, що здійснила наукове відкриття; у випадку винаходу – це авторське свідоцтво, яке видається тим же таки головним відомством; а у випадку раціоналізаторської пропозиції в разі її впровадження – це запис у трудовій книжці працівника, котрий згенерував раціоналізаторську пропозицію, який робиться згідно з наказом керівника підприємства, організації чи установи, у якій працює ця особа, та грошова винагорода, обсяг якої теж оговорюється у цьому ж наказі.

Для того, щоб мати можливість отримувати грошову винагороду за винахід, яку називають роялті, про що детально прописано в роботі [20], його потрібно запатентувати у кожній з тих країн, з підприємств, організацій чи установ яких автор винаходу хотів би отримувати роялті у разі використання ними його винаходу.

Патенти не видаються безплатно, їх оформлення коштує у кожній державі різні, але у всіх випадках немалі кошти, а тому не кожен винахідник має змогу запатентувати свій винахід хоча б у одній країні, оскільки, наприклад, взявши гроші для цього в кредит у банку, винахідник не може бути впевненим у тому, що майбутні роялті йому забезпечать вчасне повернення цього кредиту, адже, оформляючи патент у якійсь країні на певний часовий термін, винахідник не має стопроцентної гарантії, що у цій країні у визначений патентом термін хтось використає цей його винахід.

Для того, щоб видати авторське свідоцтво про винахід, відповідне відомство кожної країни проводить незалежну експертизу поданої заявки на винахід, яка здійснюється, як правило, двома невідомими один одному експертами. Для плідної роботи експертів кожна держава, яка видає авторські свідоцтва на винахід, має мати банк авторських свідоцтв з їх описами, уже виданих хоча б у провідних країнах світу протягом багатьох років, починаючи, як мінімум, з року закінчення другої світової війни.

Якщо ж країна утворилась порівняно недавно, як, наприклад, Україна, то вона не має достатньо заглибленого у час банку авторських свідоцтв, а тому її експерти не в змозі проводити всеохоплювальну експертизу заявок на винаходи з позицій встановлення новизни закладених у цей винахід технічних рішень, а тому замість авторських свідоцтв на винаходи у такій країні видається патент на корисну модель, який діє лише на території цієї країни і не є тим документом, на основі якого винахідник має право вимагати виплату роялті.

Крім патентування винаходів і корисних моделей існує ще один вид патентування – це патенти на інший спосіб використання чужих винаходів чи корисних моделей, не оговорений первинним винахідником у своїй заявці, на основі якої йому було видане авторське свідоцтво, в описі до якого обов'язково вказується область застосування цього винаходу чи корисної моделі. Наприклад, П-подібний чотириполюсник з індуктивністю у повздовжньому плечі і конденсаторами у поперечних плечах спочатку був запропонований як фільтр, який згладжує випрямлену напругу, але з розвитком електротехнічної теорії його стали застосовувати і як фільтр вищих гармонік і як пристрій для регулювання реактивної потужності. Або колесо, яке було придумане як пристрій для зменшення тертя при транспортуванні вантажів, а потім почало використовуватись і як кермо для автомобіля і як основа видовищного атракціону для огляду місцевості у парках відпочинку.

10.3 Особливості оформлення заявки на винахід (корисну модель)

Основним документом, який піддається експертизі в головному відомстві країни, уповноваженому здійснювати організаційну діяльність у напрямку реєстрації та визнання прав винахідників, є заявка на винахід (корисну модель), котра має чотири складові, а саме: 1) лист-звернення до цього відомства за підписом керівника організації чи установи, в якій працює винахідник, з проханням розглянути заявку на винахід (корисну модель) і встановити пріоритет автора; 2) опис винаходу (корисної моделі); 3) рисунок до опису винаходу (корисної моделі); 4) формула винаходу (корисної моделі).

А далі ми вчинемо так – наведемо структуру опису винаходу (корисної моделі), дамо роз'яснення, що має містити в собі рисунок до опису винаходу (корисної моделі), та наведемо структуру формули винаходу (корисної моделі), а за прикладом реалізації цих складових відішлемо до попереднього 2-го видання нашого однойменного навчального посібника, в

якому наведено приклад оформлення заявки на винахід, за якою нами отримано патент.

Отже, опис винаходу (корисної моделі) має структуру, яка показана у таблиці структуризації цього опису.

Таблиця структуризації опису винаходу (корисної моделі)

Початок	Назва винаходу (корисної моделі)
1-й абзац	Віднесення винаходу (корисної моделі) до галузі використання і визначення класу об'єктів, що використовуються
2-й абзац	Існуючий аналог винаходу (корисної моделі) і його характеристика
3-й абзац	Недоліки існуючого аналогу
4-й абзац	Найближчий аналог винаходу (корисної моделі), тобто, прототип і його характеристика
5-й абзац	Недоліки прототипу
6-й абзац	Постановка задачі створення винаходу (корисної моделі) і що її розв'язанням досягається
7-й абзац	Як розв'язується поставлена задача, тобто суть винаходу (корисної моделі)
8-й абзац	Що досягається розв'язанням поставленої задачі
9-й абзац	Що зображено на рисунку з нумерацією фігур і елементів
10-й абзац	З чого складається винахід (корисна модель), тобто його структура і внутрішньоструктурні зв'язки
11-й абзац	Як працює винахід (корисна модель), тобто опис його роботи

Завершується цей документ підписами начальника науково-дослідної частини, завідувача патентним відділом і підписами усіх авторів.

Що стосується рисунка, то на всіх його пронумерованих фігурах зображені всі ті елементи (з їхніми номерами) винаходу (корисної моделі), з використанням яких описується його структура і робота. Підписується рисунок лише авторами винаходу (корисної моделі).

У формулі винаходу (корисної моделі), яка починається з повторення назви винаходу та слів, «що містить» спочатку вказуються елементи, спільні з прототипом, а потім після слова «відрізняється» вказуються ті елементи винаходу (корисної моделі) і зв'язки між ними, яких у прототипі немає, тобто які є новими.

А далі ми розглянемо матеріал, присвячений оформленню документів для отримання авторства на комп'ютерну програму, який є більш актуальним для студентів, що навчаються за спеціальностями галузі інформаційних технологій. І подамо цей матеріал на прикладі подачі заяви нами – авторами цього підручника – і отримання позитивного рішення від головного відомства України, уповноваженого здійснювати організаційну діяльність у напрямку реєстрації та визнання прав винахідників.

Заява подається на стандартному бланку, в якому заповнюються відповідні графи тією інформацією, яка вимагається, після чого вона набуває вигляду:

АВТОРСЬКЕ ПРАВО

НАЦІОНАЛЬНИЙ ОРГАН ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ
ДЕРЖАВНЕ ПІДПРИЄМСТВО
«УКРАЇНСЬКИЙ ІНСТИТУТ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ»
(УКРПАТЕНТ)

вул. Глазунова, буд. 1, м. Київ, 01601, тел.: (044) 494-05-05, факс:
(044) 494-05-06

E-mail: office@ukrpatent.org, сайт: www.ukrpatent.org, код згідно з ЄДРПОУ 31032378

ЗАЯВА № 1

про реєстрацію авторського права на твір

Службові відмітки:

Номер заявки ▼	Дата подання		
	Число ▲	Місяць ▲	Рік ▲

Номер свідоцтва ▼	Дата реєстрації		
	Число ▲	Місяць ▲	Рік ▲

Прошу зареєструвати авторське право на твір

1. Вид та повна назва твору: **Комп'ютерна програма «ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛА ЛЕБЕГА»**

Скорочена назва твору: **немає**

Попередня чи альтернативна назва твору: **немає**

2. Галузь творчої діяльності: **література**

3. До якого об'єкта авторського права належить твір: **Комп'ютерна програма**

4. Анотація або реферат твору: **текст анотації**

Запропоновано програму наближеного обчислення інтеграла Лебега мовою Python, якого нині немає в програмних пакетах sympy та scipy, в яких зосереджені програмні функції обчислення лише однократних та багатократних інтегралів Рімана. Для реалізації цієї програми здійснене коригування класичних математичних виразів, якими визначають інтеграл Лебега, і синтезовано алгоритм, придатний для розроблення програм наближеного обчислення цього інтеграла мовою Python. Особливістю алгоритму, який синтезовано для наближеного обчислення інтеграла Лебега, є врахування того, що міра Лебега дискретної функції, заданої на нульвимірній множині точок, розміщених на відрізьку визначення її аргументу, є монотонною неперервною функцією координати функціональної осі, що зростає від нуля (в точці

мінімального значення цієї функції) до величини, що дорівнює довжині відрізка функціональної осі в межах від мінімального значення цієї функції до її максимального значення. В цьому алгоритмі значення дискретної функції, що інтегрується за Лебегом, відсортовуються так, щоб складала зростаючу послідовність, міра кожного значення якої задається відрізком функціональної осі в межах сусідніх значень цієї послідовності в бік її зростання. Розроблена програма інтегрування за Лебегом мовою Python містить у своїй структурі стандартні, уже відомі програмні функції цієї мови. Показано, що запропонована програма буде корисною науковцям, які займаються задачами системного аналізу з дискретними моделями.

5. Дата остаточного завершення роботи над твором: **16 червня 2022 р.**

6. Відомості про оприлюднення твору: **немає**

7. Відомості про використані твори:

7.1. Відомості про твір: **цей твір не є похідним**

7.2. Відомості про твір: **не внесено інші твори або їх частини**

8. Відомості про попередню реєстрацію Ні – ; Так – ,

9.1. Прізвище, ім'я, по батькові першого автора:

Мокін Борис Іванович

Дата народження: _____

Повна поштова адреса, телефон: _____

Суть авторства, авторський вклад у створення твору: **співавтор твору**

Цей твір (частину твору) створено: за договором	<input type="checkbox"/>	Цей твір створено для оприлюднення: під власним ім'ям	<input type="checkbox"/>
у порядку індивідуальної розробки	<input type="checkbox"/>	анонімно	<input type="checkbox"/>
		під псевдонімом	<input type="checkbox"/>

9.2. Прізвище, ім'я, по батькові другого автора:

Мокін Віталій Борисович

Дата народження: _____

Повна поштова адреса, телефон: _____

Суть авторства, авторський вклад у створення твору: **співавтор твору**

Цей твір (частину твору) створено: за договором	<input type="checkbox"/>	Цей твір створено для оприлюднення: під власним ім'ям	<input type="checkbox"/>
у порядку індивідуальної розробки	<input type="checkbox"/>	анонімно	<input type="checkbox"/>
		під псевдонімом	<input type="checkbox"/>

9.3. Прізвище, ім'я, по батькові третього автора:

Мокін Олександр Борисович

Дата народження: _____

Повна поштова адреса, телефон: _____

Суть авторства, авторський вклад у створення твору: **співавтор твору**

Цей твір (частину твору) створено:	Цей твір створено для оприлюднення:
за договором <input type="checkbox"/>	під власним ім'ям <input type="checkbox"/>
у порядку індивідуальної розробки <input type="checkbox"/>	анонімно <input type="checkbox"/>
	під псевдонімом <input type="checkbox"/>

9.4. Прізвище, ім'я, по батькові четвертого автора:

Шалагай Дмитро Олександрович

Дата народження: _____

Повна поштова адреса, телефон: _____

Суть авторства, авторський вклад у створення твору: **співавтор твору**

Цей твір (частину твору) створено:	Цей твір створено для оприлюднення:
за договором <input type="checkbox"/>	під власним ім'ям <input type="checkbox"/>
у порядку індивідуальної розробки <input type="checkbox"/>	анонімно <input type="checkbox"/>
	під псевдонімом <input type="checkbox"/>

10. Особа, яка подає заявку на реєстрацію (*заявник*):

10.1. Автор: **Мокін Борис Іванович, Мокін Віталій Борисович, Мокін Олександр Борисович, Шалагай Дмитро Олександрович**

11. Видача свідоцтва:

Надіслати за вказаною адресою: **Мокіну Борису Івановичу,**
Мокіну Олександровичу _____
Мокіну Віталію Борисовичу, _____ **Шалагаю Дмитру Олександровичу,** _____

Видати заявнику: **Мокіну Борису Івановичу, Мокіну Віталію Борисовичу, Мокіну Олександровичу, Шалагаю Дмитру Олександровичу**

12.Перелік документів і матеріалів, що додаються до заяви		Кількість аркушів	Кількість примірників
Примірник твору (форма, в якій подано твір)	Твір та настанова користувача	2	1
Документ, що підтверджує перехід у спадщину майнового права автора (якщо заявка подається спадкоємцем автора)		-	-
Платіжний документ, що підтверджує сплату збору за підготовку до державної реєстрації авторського права на твір		1	1
Платіжний документ, що підтверджує сплату збору за оформлення і видачу свідоцтва про державну реєстрацію авторського права на твір		1	1
Документ, що підтверджує наявність пільг зі сплати збору		-	-
Документ, що свідчить про факт і дату оприлюднення твору (за наявності)		-	-
Документ, що підтверджує повноваження довіреної особи (довіреність)		-	-
Інші документи, що додаються до заяви	Настанова щодо використання АП	1	1
	Фрагмент лістингу АП	1	1

13. Я, який нижче підписався, підтверджую достатність і достовірність відомостей, вказаних у матеріалах заявки:

Автори:

Б. І. Мокін підпис

В. Б. Мокін підпис

О. Б. Мокін підпис

Д. О. Шалагай підпис

Заявник:

Б. І. Мокін підпис

В. Б. Мокін підпис

О. Б. Мокін підпис

Д. О. Шалагай підпис

Дата Число _____ Місяць _____ Рік _____

Примітки: _____

Заявку опрацював: _____

Прізвище, ініціали та підпис працівника відділу

Фрагмент лістингу КП

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: x=np.linspace(0,3,21)
In [3]: def f(x):
        return np.exp(-x)*np.sin(3*x)
In [4]: fvec=np.vectorize(f)
In [5]: f1=fvec(x); f1
Out[5]:
array([ 0. , 0.3743783 , 0.58030285, 0.62214868,
 0.53445891, 0.36753575, 0.17375969, -0.00294201,
-0.1332846, -0.20441749, -0.21811645, -0.1866539,
-0.12773711, -0.05972154, 0.00205897, 0.0474343 ,
0.07199992, 0.07646286, 0.06518194, 0.0443898 ,
0.02051817])
In [6]: M=max(f1); M
Out[6]: 0.6221486811452028
In [7]: m=min(f1); m
Out[7]: -0.21811645170452654
In [8]: mEf=M-m;mEf
Out[8]: 0.8402651328497294
In [9]: f11=np.sort(f1); f11
Out[9]:
array([-0.21811645, -0.20441749,
-0.1866539 , -0.1332846 , -0.12773711,
-0.05972154, -0.00294201, 0, 0.00205897,
0.02051817, 0.0443898 , 0.0474343, 0.06518194,
0.07199992, 0.07646286, 0.17375969, 0.36753575,
0.3743783, 0.53445891, 0.58030285, 0.62214868])
In [10]: g=np.diff(f11); g
Out[10]:
array([0.01369896, 0.0177636, 0.0533693,
0.00554749, 0.06801557, 0.05677952, 0.00294201,
0.00205897, 0.0184592, 0.02387163, 0.0030445,
0.01774765, 0.00681798, 0.00446294, 0.09729683,
0.19377606, 0.00684255, 0.16008061, 0.04584394, 0.04184583])
In [11]: f111=f11[:-1]; f111
Out[11]:
array([-0.21811645, -0.20441749,
-0.1866539, -0.1332846 , -0.12773711,
-0.05972154, -0.00294201, 0., 0.00205897,
0.02051817, 0.0443898, 0.0474343 , 0.06518194,
0.07199992, 0.07646286, 0.17375969, 0.36753575,
0.3743783 , 0.53445891, 0.58030285])
In [12]: l1=f111*g; l1
Out[12]:
array([-2.98796838e-03, -3.63118992e-03,
-9.96158766e-03, -7.39394368e-04, -8.68811299e-03, -3.39096030e-03,
-8.65544179e-06, 0.00000000e+00, 3.80069447e-05, 4.89802141e-04, 1.35144637e-04,
8.41847084e-04, 4.44409318e-04, 3.21331035e-04, 7.43959408e-03, 3.36704688e-02,
2.51488210e-03, 5.99307062e-02, 2.45017000e-02, 2.42832565e-02])
In [13]: L=np.sum(l1); L
Out[13]: 0.125203279831203
```

Настанова щодо використання КП

Аналіз пакетів програм мовою Python, розміщених в програмному середовищі Anaconda [1], та матеріалів, розміщених в одному з найбільш повних навчальних посібників з програмування мовою Python [2], показав, що станом на сьогодні і в програмному пакеті sympy, і в програмному пакеті scipy можна знайти достатньо програмних інструментів для обчислення як однократних, так і багатократних інтегралів Рімана, але ні там, ні там нічого не сказано про те, як обчислювати інтеграл Лебега, який до недавнього часу ще не конкурував з широко розповсюдженими в математичному аналізі інтегралами Рімана, але завдяки поширенню ключових положень функціонального аналізу в сферу інформаційних технологій [3] починає знаходити місце для застосування як критеріальний функціонал в задачах системного аналізу з дискретними моделями, заданими на нульвимірних множинах, для яких не можуть бути обчисленими інтеграли Рімана в принципі.

Після розгляду заяви УКРПАТЕНТ за підписом начальника управління забезпечення державної реєстрації надіслав нам – заявникам відповідь такого змісту:

Відповідно до статті 41 Закону України «Про авторське право і суміжні права» надсилаємо Вам рішення про реєстрацію авторського права на твір за заявкою с202204312 від 21 вересня 2022 р. та свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 115090 від 5 жовтня 2022 р.

Додаток: зазначене на 2 арк.

РОЗДІЛ 11 ОСОБЛИВОСТІ ОРГАНІЗАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

11.1 Організаційне забезпечення наукових досліджень і наукова та організаційна градація науковців

Нині в Україні організаційне забезпечення наукових досліджень здійснюється лише у двох напрямках:

1) в науково-дослідних інститутах Національної академії наук (НАН) України та 5 галузевих академій: Національній академії педагогічних наук (НАПН) України, Національній академії медичних наук України, Національній академії правових наук України, Національній академії аграрних наук України, Національній академії мистецтв України;

2) у науково-дослідних частинах закладів вищої освіти (ЗВО), підпорядкованих як Міністерству освіти і науки (МОН) України, так і низці інших міністерств і відомств, до структури яких і дотепер ще входить частина галузевих ЗВО.

Посади, які можуть обіймати наукові дослідники, незалежно від того, до якої організації вони належать, називаються – молодший науковий дослідник, науковий дослідник, старший науковий дослідник, провідний науковий дослідник, головний науковий дослідник.

А науковими званнями, які можуть бути присвоєні науковому досліднику, є звання старшого наукового співробітника і професора.

Крім того, наукові дослідники можуть обиратись таємним голосуванням членів академій наук до цих академій як їхні член-кореспонденти та дійсні члени (академіки).

В кожній з перерахованих вище академій наук академіків і член-кореспондентів не так уже і багато, наприклад, Національна академія педагогічних наук України, одним із 15-и академіків-засновників є один із авторів даного підручника – Борис Мокін, має 50 академіків та 100 член-кореспондентів, тобто, всього у НАПН України на час написання цього підручника є 150 членів, з яких третину становлять академіки, а дві третини – член-кореспонденти. Така ж пропорція зберігається і в НАН України і в інших галузевих академіях, але в НАН України кількість академіків і член-кореспондентів є втричі більшою, ніж в кожній із галузевих академій. До речі, самі галузеві академії були створені лише тому, що за радянських часів і союзна, і республіканські академії наук, прообразами яких стали нинішні українські академії наук, не мали відділень саме з тих наук, з яких пізніше були створені ці галузеві академії.

В академіях наук усі академіки і член-кореспонденти розбиваються по відділеннях, що об'єднують споріднені науки. Наприклад в НАПН України є 5 відділень, а саме:

- 1) відділення загальної педагогіки та філософської освіти;
- 2) відділення загальної середньої освіти;
- 3) відділення психології, вікової фізіології та дефектології;
- 4) відділення професійної освіти і освіти дорослих;
- 5) відділення вищої освіти.

Усі ці відділення організаційно забезпечують проведення наукових досліджень в 10 науково-дослідних інститутах, наприклад, до відділення вищої освіти відносять науково-дослідний інститут вищої освіти та науково-дослідні лабораторії проблем вищої школи, створені в університетах, в яких працюють на постійній основі професорами, завідувачами кафедр, деканами, проректорами чи ректорами дійсні члени НАПН України. Одна із таких науково-дослідних лабораторій проблем вищої школи створена наприкінці 20-го століття і у Вінницькому національному технічному університеті – наукове керівництво цією лабораторією здійснює один із авторів даного підручника, академік НАПН України, професор Борис Мокін.

До структури академічних науково-дослідних інститутів (НДІ) входять відділи, що об'єднують науково-дослідні лабораторії (НДЛ), котрі, у свою чергу, у своїй структурі можуть мати сектори. Окремі відділи можуть не мати у своїй структурі НДЛ, а окремі НДЛ можуть входити до структури НДІ, не входячи до структури відділів – це вказується у Статуті конкретного НДІ, який затверджується Президією відповідної академії наук.

У ЗВО для організаційного забезпечення наукових досліджень створюються науково-дослідні частини, до структури яких входять науково-дослідні інститути, якщо їх створення обумовлене статутом конкретного ЗВО, науково-дослідні центри та науково-дослідні лабораторії. В плані організації наукових досліджень науково-дослідній частині підпорядковуються також колективи кафедр, які створюються у ЗВО для забезпечення викладання студентам окремих навчальних дисциплін чи забезпечення фахової підготовки за окремою спеціальністю і входять до структури факультетів. Викладачі кафедр працюють на посадах асистентів, старших викладачів, доцентів та професорів – на ці посади викладачі переобираються за конкурсом кожні 5 років. Окрім посад доцентів та професорів кафедр у ЗВО мають місце ще й вчені звання доцентів та професорів. Без отримання вченого звання доцента викладач має право працювати на посаді доцента не довше одного 5-річного терміну обрання, аналогічно на посаді професора викладач кафедри має право працювати без отримання вченого звання професора теж не довше одного 5-річного терміну. А щоб отримати вчене звання доцента викладач зобов'язаний уже мати науковий ступінь доктора філософії у тій галузі наук, за якою кафедра, на якій він працює, готує спеціалістів з вищою освітою. Аналогічно, щоб отримати вчене звання професора викладач зобов'язаний уже мати науковий ступінь доктора наук у тій галузі, за якою кафедра, на якій він працює, готує спеціалістів з вищою освітою. Керівники кафедр, які називаються завідувачами кафедр, для яких наявність вченого звання доцента чи професора є обов'язковим, теж пере-

обираються кожні 5 років, але не більше ніж на два 5-річних терміни поспіль, якщо кафедра не змінювала свою структуру у зв'язку з відкриттям підготовки на нові спеціальності.

11.2 Матеріально-технічне та фінансове забезпечення наукових колективів

Сьогодні проводити наукові дослідження, не маючи відповідного матеріально-технічного та фінансового забезпечення, практично неможливо, навіть з суто теоретичних проблем в галузі інформаційних технологій, адже і у цих випадках досліднику потрібно мати хоча б сучасний комп'ютер з ліцензованим програмним забезпеченням, на придбання якого потрібні кошти, суттєво більші тієї суми, яку може зібрати протягом кількох років пересічний науковий дослідник в Україні, долучаючи до цієї суми з кожної своєї місячної зарплати ті кошти, що залишаються після покриття витрат на життєзабезпечення сім'ї. Якщо ж науковець захоче проводити дослідження в галузі прикладних наук, то йому доведеться шукати кошти ще й на придбання відповідної контрольно-вимірювальної апаратури та матеріалів, що будуть використані при проведенні дослідів. А оскільки для проведення дослідів потрібно буде залучати помічників, тобто створювати дослідницьку групу, то кошти потрібні будуть ще й на виплату заробітної плати членам створеного дослідницького колективу. Тож, задумавши зайнятись науковими дослідженнями, кожен дослідник має спочатку віднайти джерело фінансування цих досліджень. І таких джерел, як ми уже відзначали раніше, є всього чотири – це або держава, яка фінансує з державного бюджету проведення наукових досліджень (як теоретичного, так і прикладного характеру) в рамках наукових тем, що стали переможцями відбіркового конкурсу; або підприємство, організація чи установа, яка замовила колективу науковців, які працюють не в ній, проведення досліджень прикладного характеру, підписавши з цим колективом господарчий договір; або міжнародний фонд, який на конкурсних засадах виділив певному науковому досліднику грант на проведення досліджень за тематикою, обумовленою цим фондом при оголошенні конкурсу; або заклад вищої освіти рівня університету чи академії, які виплачують частину зарплати своєму професорсько-викладацькому складу за виконання наукових досліджень в рамках відпрацювання ними протягом року за усіма видами діяльності 1550 годин. із яких на виконання навчальної роботи зі студентами, згідно з Законом України про вищу освіту, викладач витрачає лише 600 годин, а ще 950 годин викладач зобов'язаний відпрацювати, виконуючи наукову роботу, методичну та організаційну, співвідношення між якими визначається річним індивідуальним планом, затвердженим ректором чи проректорами за напрямками.

11.3 Оцінювання ефективності наукових досліджень

Цей підрозділ написаний з використанням матеріалів, викладених з цього ж питання в уже згадуваному нами раніше навчальному посібнику І. М. Грушка, В. М. Сіденка «Основи наукових досліджень». Це зумовлено тим, що, на наш погляд, Грушко і Сіденко виклали це питання у найбільш стислому вигляді, і ми не побачили сенсу ще більше ущільнювати даний матеріал, оскільки це може призвести до втрати змістовності.

Оскільки наша інтерпретація не буде точною копією матеріалів вищезгаданих авторів, тобто не буде цитатою, то ми не будемо його брати у лапки – це буде довільний виклад матеріалу з одного і того ж питання, але з використанням напрацювань, зроблених згадуваними нами авторами.

Оскільки, як уже було показано раніше, видів наукових досліджень є досить багато, то і способів оцінювання їх ефективності існує теж багато.

У математиків, наприклад, ефективність доведення нової теореми часто оцінюється навіть на міжнародному рівні – красою цього доведення, а у філософів ефективність генерації нової філософської категорії часто оцінюється лише можливістю її застосування в процесі встановлення нових закономірностей.

І навіть під ефективністю наукових досліджень в прикладних науках не завжди розуміють економічну ефективність, оскільки це може бути і підвищення скорострільності чи надійності озброєння армії, і зменшення забруднення навколишнього середовища, і збільшення терміну життя жителів країни в цілому чи окремих її регіонів, і покращення багатьох інших інтегральних характеристик об'єктів чи предметів дослідження.

Потрібно зазначити, що не можна одними і тими ж критеріями оцінити ефективність наукових досліджень, що виконуються одним дослідником, який працює індивідуально, та колективом наукових дослідників.

Найчастіше ефективність наукових досліджень дослідника як індивідуума, що виконує ці дослідження в рамках його затвердженого керівництвом річного індивідуального плану, оцінюють: кількістю наукових статей, опублікованих протягом звітного року в наукових журналах, що входять до відомих міжнародних НМБ з ненульовим імпаکت-фактором, віддаючи перевагу тим, за якими написана монографія, або тим, які дають цьому досліднику більше значення коефіцієнта Гірша; кількістю наукових доповідей, зроблених протягом звітного року на престижних, у відповідній галузі, наукових конференціях, віддаючи перевагу тим, що мають міжнародний статус; кількістю отриманих у звітному році авторських свідоцтв та патентів на винаходи чи комп'ютерні програми, віддаючи перевагу патентам за кордоном; участю у звітному році у виконанні тематики за отриманими грантами чи виграної за конкурсом або замовленої якимось суб'єктом господарювання; захистом у звітному році дисертацій – доктора філософії чи доктора наук та впровадженням у певному середовищі результатів, отриманих у цих дисертаціях.

Що ж до колективів дослідників, то ефективність їхньої роботи протягом року, що завершився, у першу чергу також оцінюють за вищенаведеними критеріями в інтегральному підрахунку, але до цих інтегральних критеріїв додають ще три критерії, а саме:

1. Критерій продуктивності праці k_p колективу дослідників у звітному році, який визначається за виразом

$$k_p = \frac{C_\Sigma}{D}, \quad (11.1)$$

де C_Σ – сумарна кількість коштів, витрачених колективом дослідників на дослідження протягом звітного року, а D – кількість працівників в колективі дослідників у звітному році.

2. Критерій впровадження колективом дослідників у звітному році завершених наукових тем k_v , який визначається за виразом

$$k_v = \frac{C_v}{C_z}, \quad (11.2)$$

де C_z – кількість завершених колективом дослідників у звітному році наукових тем, а C_v – кількість наукових тем із числа завершених колективом дослідників у звітному році, що впроваджені у відповідному об'єктному середовищі.

3. Критерій економічної ефективності наукових досліджень k_e , впроваджених колективом дослідників у звітному році, який визначається за виразом

$$k_e = \sum_{i=1}^v \frac{E_i}{Z_{pi}^D}, \quad (11.3)$$

де Z_{pi}^D – приведені до одного року кошти, витрачені колективом дослідників на виконання i -ої наукової теми, а E_i – річний економічний ефект від впровадження у відповідне об'єктне середовище результатів i -ої наукової теми, який можна визначити за виразом

$$E_i = Z_{pib}^O - Z_{pin}^O, \quad (11.4)$$

де Z_{pib}^O – приведені до одного року затрати за базовим (існуючим до впровадження на об'єкті результатів виконання наукової теми) варіантом, Z_{pin}^O – приведені до одного року затрати за новим (після впровадження на об'єкті результатів виконання наукової теми) варіантом, а

$$Z_{pi}^O = S_i^O + E_n^O K_i^O, \quad (11.5)$$

де S_i^O – собівартість одиниці продукції об'єкта, K_i^O – питомі капітальні вкладення в об'єкт, а E_n^O – нормативний коефіцієнт економічної ефективності для даного об'єктного середовища.

Якщо наукові дослідження і впровадження їх результатів здійснюються протягом кількох років, то в виразі (11.5) для розрахунку приведених затрат потрібно враховувати залежність розміру капітальних вкладень від продуктивності праці, яка задається залежністю цих вкладень від часу у вигляді

$$K_t^O = K_*^O (1 + E_n^O)^t, \quad (11.6)$$

де K_*^O – капітальні вкладення на початок терміну виконання наукових досліджень у вибраному об'єктному середовищі, а K_t^O – еквівалентні капітальні вкладення через відрізок часу t .

Зауважимо, що інколи залежність (11.6) використовується у вигляді

$$K_*^O = K_t^O (1 + E_n^O)^{-t}, \quad (11.7)$$

Оскільки розрахунки економічного ефекту від впровадження результатів наукових досліджень за вищевказаними формулами не викликають труднощів, то у підручнику прикладів цих розрахунків ми не наводимо, а пропонуємо виконати їх на практичних заняттях чи самостійно.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Методологія та організація наукових досліджень : навч. посібник. Вінниця : ВНТУ, 2014. 180 с. Режим доступу : <http://www.mokin.com.ua/files/articles/62/61/mond.pdf>.
2. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Методологія та організація наукових досліджень : навч. пос. Вид. 2-ге, змін. та допов. Вінниця : ВНТУ, 2015. 317 с. Режим доступу : http://www.mokin.com.ua/pedagogical/posibn/6504.html#.WODckWe_4fU.
3. Великий тлумачний словник сучасної української мови. / Укл. і гол. ред. В. Т. Бусел. К. : Ірпінь, ВТФ «Перун», 2007. 1736 с.
4. Філософський енциклопедичний словник. / Гол. ред. колегії В. І. Шинкарук. К. : Абрис, 2002. 742 с.
5. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем : навч. пос. Вінниця : ВНТУ, 2010. 260 с.
6. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Ч. 1 : навч. пос. / Р. Н. Кветний та ін. Вінниця : ВНТУ, 2013. 191 с.
7. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Ч. 2 : навч. пос. / Р. Н. Кветний та ін. Вінниця : ВНТУ, 2013. 235 с.
8. Методи та алгоритми комп'ютерних обчислень. Теорія і практика : підручник. / Р. Н. Кветний та ін. Вінниця : ВНТУ, 2023. 280 с.
9. Моделювання систем керування в середовищі MATLAB : навч. пос. / А. Ф. Верлань та ін. К. : ЦКІС АПНУ, 2002. 68 с.
10. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Навчальний посібник з опанування студентами способів розв'язання задач з функціонального аналізу мовою Python. Ч. 1. Вінниця : ВНТУ, 2022. 124 с.
11. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Навчальний посібник з опанування студентами способів розв'язання задач з функціонального аналізу мовою Python. Ч. 2. Вінниця : ВНТУ, 2023. 144 с.
12. Python. [Електронний ресурс]. Режим доступу : <https://www.python.org/downloads/>
13. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Теорія автоматичного керування, методологія та практика оптимізації : навч. пос. Вінниця : ВНТУ, 2013. 210 с.
14. Box George E. P., Gwilym M. Jenkins. TIME SERIES ANALYSIS. Forecasting and control. HOLDEN-DAY : San Francisco, Cambridge, London, Amsterdam, 1970. 532 p.
15. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Практикум для самостійної роботи студентів з навчальної дисципліни «Методологія та організація наукових досліджень». Частина 1: від постановки задачі до синтезу та ідентифікації математичної моделі. Вінниця : ВНТУ, 2018. 179 с. Режим доступу : <http://www.mokin.com.ua/pedagogical/posibn/6546.html>.
16. Мітюшкин Ю. І., Мокін Б. І., Ротштейн О. П. Soft Computing : ідентифікація закономірностей нечіткими базами знань : монографія. Вінниця : Універсум-Вінниця, 2002. 145 с.

17. Rummelhart D. E., Hinton G. E., Williams R. J. Learning Internal Representation by Back-Propagation Errors. *Nature*. 1986. Vol. 323. P. 533–536.
18. ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення. Київ : Держстандарт України, 1995. 37 с.
19. Технологія наукових досліджень і технічної творчості / Е. В. Гаврилов та ін. – Київ : Знання України, 2007. 318 с
20. Ястремська О. О. Інтелектуальна власність : навчальний посібник. Х. : Вид. ХНЕУ, 2013. 124 с.
21. Згуровський М. З., Панкратова Н. Д. Основи системного аналізу. К. : Видавнича група ВНУ, 2007. 546 с.

Електронне навчальне видання

**Борис Іванович Мокін
Олександр Борисович Мокін
Віталій Борисович Мокін**

**МЕТОДОЛОГІЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЯ
НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ**

Підручник

Рукопис оформлено *Б. Мокіним*

Редактор *В. Дружиніна*

Оригінал-макет виготовлено в *Редакційно-видавничому відділі ВНТУ*

Підписано до видання 22.11.2023 р.
Гарнітура Times New Roman.
Зам. № P2023-124.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
Редакційно-видавничий відділ.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021.
press.vntu.edu.ua;
Email: irvc.vntu@gmail.com.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.