

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Навчальний посібник

Вінниця
ВНТУ
2024

УДК 517.98
М74

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України як навчальний посібник для студентів і аспірантів закладів вищої освіти, що спеціалізуються в галузі інформаційних технологій, та науково-педагогічних працівників, які викладають навчальну дисципліну «Методи та засоби комп'ютерних обчислень» (протокол № 4 від 31.10.2024 р.)

Рецензенти:

В. Я. Данилов, д.т.н., професор (НТУУ «КПІ» імені І. Сікорського)

В. М. Михалевич, д.т.н., професор (ВНТУ)

О. Н. Романюк, д.т.н., професор (ВНТУ)

Мокін, Б. І.

М74 **Методи та засоби комп'ютерних обчислень : навчальний посібник [Електронний ресурс] / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін – Вінниця : ВНТУ, 2024. – (PDF, 155 с.)**

ISBN 978-617-8163-29-7 (PDF)

В навчальному посібнику викладено методи реалізації комп'ютерних обчислень з використанням програм, створених мовою Python, та рекомендації викладачам, на що потрібно звертати увагу студентам і аспірантам при вивченні ними кожного з розділів.

Навчальний посібник рекомендується для студентів і аспірантів спеціальності 124 «Системний аналіз» та для науково-педагогічних працівників, що викладають навчальну дисципліну «Методи та засоби комп'ютерних обчислень»

УДК 517.98

ISBN 978-617-8163-29-7 (PDF)

© ВНТУ, 2024

ЗМІСТ

Вступ	5
Розділ1 Основи програмування мовою Python	7
1.1 Загальна характеристика пакетів прикладних програм, створених мовою Python	7
1.2 Командні рядки, змінні, атрибути, функції і методи в Python-програмах	8
1.3 Операції в Python-середовищі Anaconda, які можна виконувати і без виклику пакетів прикладних програм numpy, sympy, scipy, matplotlib	10
1.3.1 Уведення початкових даних та арифметичні і логічні операції з ними	10
1.3.2 Стрічки та операції з ними	13
1.3.3 Списки та операції з ними	15
1.3.4 Кортежі та операції з ними	16
1.3.5 Словники та операції з ними	17
1.3.6 Вбудовані, власні і анонімні функції та способи їх формування	20
1.4 Обчислення з використанням ППП numpy	26
1.4.1 Масиви як форма внесення початкових даних в ППП numpy	26
1.4.2 Операції з елементами одного масиву	32
1.4.3 Операції з елементами двох масивів	35
1.4.4 Обчисленням функцій від змінних, заданих масивами	36
1.4.5 Трансформація масивів у матриці	39
1.4.6 Цикли	40
1.4.7 Генерація випадкових чисел	45
1.4.8 Файли	47
1.5 Побудова графіків	49
1.5.1 Побудова графіків на площині з використанням ППП matplotlib.....	49
1.5.2 Побудова графіків на площині з нанесенням надписів у графічному середовищі matplotlib	54
1.5.3 Побудова стовпцевих та кругових діаграм на площині з використанням ППП matplotlib	57
1.5.4 Побудова графіків ліній і поверхонь у тривимірному просторі з використанням ППП matplotlib	61
1.5.5 Побудова стовпцевих діаграм у тривимірному просторі з використанням ППП matplotlib	65
Розділ 2 Методи обчислень	69
2.1 Інтегрування функцій	69
2.2 Диференціювання функцій	71

2.3	Апроксимація функцій рядами	73
2.3.1	Апроксимація функцій степеневими рядами	73
2.3.2	Апроксимація функцій рядами Фур'є	75
2.4	Розв'язання алгебраїчних рівнянь та їх систем	78
2.4.1	Розв'язання алгебраїчних рівнянь	78
2.4.2	Розв'язання систем алгебраїчних рівнянь	79
2.5	Розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем	81
2.5.1	Розв'язання диференціальних рівнянь	84
2.5.2	Розв'язання систем диференціальних рівнянь	91
2.6	Перетворення за Лапласом як метод розв'язання диференціальних рівнянь на комплексній площині	96
2.6.1	Пряме перетворення за Лапласом як метод трансформації диференціальних рівнянь в алгебраїчні	96
2.6.2	Обернене перетворення за Лапласом як метод трансформації функцій з комплексної області в часову	98
2.7	Авторегресійні моделі часових рядів	99
2.7.1	Авторегресійна модель стаціонарного часового ряду	99
2.7.2	Авторегресійна модель нестаціонарного часового ряду	105
Розділ 3 Python-програми як засоби комп'ютерних обчислень		108
3.1	Обчислення з використанням ППП sympy	108
3.1.1	Інтегрування функцій в рамках програм ППП sympy	111
3.1.2	Диференціювання функцій в рамках програм ППП sympy	112
3.1.3	Апроксимація функцій рядами в рамках програм ППП sympy	114
3.1.4	Розв'язання алгебраїчних рівнянь в рамках програм ППП sympy	120
3.1.5	Розв'язання диференціальних рівнянь в рамках програм ППП sympy	121
3.1.6	Побудова графіків засобами ППП sympy	125
3.2	Обчислення з використанням ППП scipy	131
3.2.1	Розв'язання диференціальних рівнянь в рамках програм ППП scipy	131
3.2.2	Чисельне інтегрування функцій в рамках програм ППП scipy	135
3.2.3	Обчислення довжини ліній та площі поверхонь тіл в рамках програм ППП scipy	138
3.3	Генерація випадкових чисел засобами пакета random	141
3.4	Python-програми для аналізу процесів в динамічних системах та для прогнозування часових рядів	143
3.4.1	Python-програма аналізу процесу в динамічній системі з використанням перетворення за Лапласом	143
3.4.2	Python-програма синтезу авторегресійної моделі часового ряду для прогнозування його наступних значень	145
Список використаної літератури		153

ВСТУП

На перший погляд виглядає нераціональним наше рішення створити власний навчальний посібник з методів та засобів комп'ютерних обчислень (МЗКО) у той час, як аналогічний навчальний посібник в двох частинах [1, 2] з назвою, що суттєво корелюється з МЗКО, уже створено колективом авторів на чолі з професором Кветним ще 10 років тому. Більш того, цим колективом у минулому році створено підручник [3] з назвою, що відрізняється від МЗКО лише одним словом. І у цих навчальних посібниках наведена велика кількість способів розв'язання обчислювальних задач, а у цьому підручнику наведені приклади програм комп'ютерної реалізації цих способів з використанням стандартних пакетів їх комп'ютерної реалізації у кількох програмних середовищах.

Але ми звернули увагу на те, що МЗКО як навчальна дисципліна вивчається студентами закладів вищої освіти (ЗВО), що спеціалізуються в галузі інформаційних технологій (ІТ), на першому курсі, коли у них ще немає ґрунтовних знань з основ програмування, оскільки навчальні дисципліни, пов'язані з вивченням мов програмування та їх застосуванням у вигляді пакетів прикладних програм, згідно з навчальними планами спеціальностей ІТ-галузі, заплановані до вивчення уже після засвоєння МЗКО. Тож, на наш погляд, корисним для студентів першого курсу буде і навчальний посібник з МЗКО, в якому акцентуватиметься увага не лише на обчислювальних методах і готових програмах їх реалізації кількома мовами, а й приділятиметься достатньо уваги вивченню основ програмування якоюсь однією конкретною мовою, програми якою будуть використовуватись в прикладах розв'язання обчислювальних задач в процесі засвоєння навчальної дисципліни МЗКО. Але, звичайно ж, використання частини годин, відведених навчальними планами ІТ-спеціальностей під МЗКО на засвоєння основ програмування якоюсь однією конкретною мовою, приведе до скорочення матеріалу, присвяченого обчислювальним методам з залишенням в їх об'ємі не всього їхнього різноманіття, а лише одного-двох з цього різноманіття, найпоширеніших у практиці їх комп'ютерної реалізації. Саме ця ідея, що покладена в основу нашого посібника з МЗКО, і становить першу його відмінність від навчальних посібників та підручників з МЗКО, створених іншими авторами.

При виборі мови програмування для нашого посібника з МЗКО ми виходили з нижчевикладеного. Як загальновідомо, при використанні пакетів широко розповсюджених в практиці програм, наприклад, Matcad чи Matlab, необхідно купувати ліцензії на використання цих програмних продуктів, що є обтяжливим для малозабезпечених матеріально та фінансово студентів першого курсу, які навіть при забезпеченні доступу до цих програмних продуктів в ліцензованому варіанті у комп'ютерних центрах ЗВО при виконанні домашніх завдань та домашній підготовці до виконання

лабораторних робіт змушені будуть встановлювати ці програмні продукти на своїх домашніх ноутбуках чи у своїх гаджетах. Тому перевагу при виборі мови програмування для МЗКО ми надали мові програмування **Python**, яка створена ентузіастами розробки пакетів прикладних програм цією мовою з їх застосуванням на безкоштовній основі. Тобто, щоб використовувати ці пакети не потрібно купувати ліцензії на їх використання, а достатньо лише звернутись до програмного середовища **Anaconda** [4], в бібліотеці якого розміщені як усі вже створені мовою **Python** пакети прикладних програм, так і **Python-програми**, що створюються усіма бажаними приєднатись до числа ентузіастів їх створення. І, звичайно ж, при орієнтації на використання мови **Python** не лишнім буде вказати і на те, що в роботах [5], [6] викладені ази програмування мовою **Python**, які, за необхідності, можна доповнювати і звертанням до навчального посібника харківського професора Долі [7].

А другою відмінністю нашого посібника з МЗКО від створених іншими авторами є наявність методичних вказівок для викладачів навчальної дисципліни МЗКО, в яких акцентується увага на особливостях вивчення того чи іншого розділу посібника та на порадах, які розділи їм варто рекомендувати студентам для розширення їхнього бачення способів розв'язання поставлених обчислювальних задач, що викладені як в посібниках, створених іншими авторами, так і в посібниках та підручниках [8–12], створених нами, які є дотичними до МЗКО, а також викладені в монографії професорів Бокса і Дженкінса [13]. Водночас особливої уваги заслуговуватимуть методичні рекомендації викладачам навчальної дисципліни МЗКО стосовно використання матеріалу, викладеного з застосуванням мови **Python** в наших навчальних посібниках [14, 15] з функціонального аналізу.

Ну і нарешті третьою, завершальною, відмінністю нашого посібника з МЗКО від створених іншими авторами є послідовність вивчення МЗКО, яка в нашому посібнику реалізована структурою у вигляді трьох розділів, в першому із яких ми даємо основи програмування мовою **Python**; у другому розділі – способи здійснення обчислень в задачах прикладної математики; а в третьому – **Python-програми** реалізації викладених способів здійснення обчислень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Част. 1 : навчальний посібник / Р. Н. Кветний та ін. Вінниця : ВНТУ, 2013. 191 с.
2. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислень. Част. 2 : навчальний посібник / Р. Н. Кветний та ін. Вінниця : ВНТУ, 2013. 235 с.
3. Методи та алгоритми комп'ютерних обчислень. Теорія і практика : підручник / Р. Н. Кветний та ін. Вінниця : ВНТУ, 2023. 280 с.
4. IDE Anaconda. Режим доступу: <https://anaconda.com>
5. Python. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://www.python.org/downloads/>
6. Python. Керівництво [Електронний ресурс]. <https://www.python.org/getit/>.
7. Доля П. Г. Уведення в науковий Python. Харків : ХНУ ім. Каразіна, 2016. 265 с.
8. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Мокін В. Б. Методологія та організація наукових досліджень : підручник. Вінниця : ВНТУ, 2023. 230 с.
9. Мокін Б. І., Мокін, О. Б., Мокін В. Б. Практикум для самостійної роботи студентів з навчальної дисципліни «Методологія та організація наукових досліджень». Частина 1: від постановки задачі до синтезу та ідентифікації математичної моделі. Вінниця : ВНТУ, 2018. 179 с. - Режим доступу: <http://www.mokin.com.ua/pedagogical/posibn/6546.html>
10. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Теорія автоматичного керування, методологія та практика оптимізації : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2013. 210 с.
11. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2010. 260 с.
12. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Функціональний аналіз, адаптований до прикладних задач в галузі інформаційних технологій : навчальний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2020. 192 с.
13. Box George E. P., Jenkins Gwilym M. TIME SERIES ANALYSIS. Forecasting and control. HOLDEN-DAY: San Francisco, Cambridge, London, Amsterdam, 1970. 532 p.
14. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Навчальний посібник для опанування студентами способів розв'язання задач з функціонального аналізу мовою Python. Частина 1. Вінниця : ВНТУ, 2022. 124 с.
15. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Навчальний посібник для опанування студентами способів розв'язання задач з функціонального аналізу мовою Python. Частина 2. Вінниця : ВНТУ, 2023. 144 с.

Електронне навчальне видання

**Борис Іванович Мокін
Віталій Борисович Мокін
Олександр Борисович Мокін**

МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Навчальний посібник

Рукопис оформив *Б. Мокін*

Редактор *В. Дружиніна*

Файл підготовано у *Редакційно-видавничому відділі ВНТУ*

Підписано до видання 24.12.2024 р.
Гарнітура Times New Roman.
Зам. № P2024-202.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
Редакційно-видавничий відділ.
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95, м. Вінниця, 21021.
press.vntu.edu.ua;
email: rvv.vntu@gmail.com.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.