

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, Д. О. Шалагай

**СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ СТАНУ
ТА ПЕРСПЕКТИВ ВІДНОВЛЕННЯ І РОЗВИТКУ
ЗРУЙНОВАНОЇ ВІЙНОЮ ЕНЕРГЕТИКИ УКРАЇНИ**

Монографія

Вінниця
ВНТУ
2025

УДК 004.62
М74

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 11 від 24.04.2025 р.)

Рецензенти:

П. Д. Лежнюк, доктор технічних наук, професор (ВНТУ)

О. П. Чорний, доктор технічних наук, професор (КрНУ)

Мокін, Б. І.

М74 Системний аналіз стану та перспектив відновлення і розвитку зруйнованої війною енергетики України : монографія [Електронний ресурс] / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, Д. О. Шалагай – Вінниця: ВНТУ, 2025. – (PDF, 103 с.).

ISBN 978-617-8163-45-7 (PDF)

В монографії представлені результати системного дослідження стану та перспектив відновлення і розвитку зруйнованої війною енергетики України.

Розрахована на інженерів, науковців та студентів закладів вищої освіти, які спеціалізуються в галузі електроенергетики і застосовують в процесі дослідження та розв'язання практичних задач методологію системного аналізу.

УДК 004.62

ISBN 978-966-641-973-9 (друк.)

ISBN 978-617-8163-45-7 (PDF)

© Б. Мокін, О. Мокін, Д. Шалагай, 2025

ЗМІСТ

Вступ	5
Розділ 1. Аналіз «Проекту Плану відновлення України. Енергетика», розробленому у 2022 році групою фахівців зі структури Націо- нальної ради з відновлення України	9
1.1. Аналіз «Проекту Плану відновлення України. Енергетика» в напрямку оцінки загального стану електроенергетики України та перспектив її відновлення і розвитку	9
1.2. Аналіз «Проекту Плану відновлення України. Енергетика» в напрямку оцінки стану та перспектив відновлення і розвитку відновлювальних джерел енергії в Україні	21
1.3. Висновки та постановка задач дослідження	26
Розділ 2. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики Украї- ни в цілому та її відновлювальних джерел з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах	28
2.1. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики України в цілому з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах	28
2.2. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку джерел відновлювальної енергетики в Україні з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах	33
2.3. Висновки	38
Розділ 3. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики Украї- ни в цілому та її відновлювальних джерел в умовах воєнного сьогодення	39
3.1. Обґрунтування методу врахування умов воєнного сьогодення при синтезі математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики України в цілому та її відновлювальних джерел	39
3.2. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики України в цілому в умовах воєнного сьогодення	41

3.3. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку джерел відновлювальної енергетики в Україні в умовах воєнного сьогодення	49
3.4. Висновки	58
Розділ 4. Розроблення методології оптимізації процесів перспективного розвитку електроенергетики України в цілому та її відновлювальних джерел	59
4.1. Обґрунтування вибору критеріїв для системної оптимізації процесів перспективного розвитку електроенергетики України в цілому та її відновлювальних джерел	59
4.2. Розроблення методу оптимізації процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»	67
4.3. Створення програмного забезпечення мовою Python для обчислення критеріальних інтегралів у формі інтегралів Лебега і Стілтєса, придатних для розв’язання оптимізаційних задач в полі функцій, визначених на множині міри «нуль»	71
4.4. Розроблення метода трансформації дискретних інтегральних законів розподілу випадкових величин, синтезованих на множині міри «нуль», в неперервні диференціальні закони їх щільностей	79
4.5. Висновки	94
Загальні висновки по дослідженню в цілому	96
Список використаної літератури	98

Вступ

Як відомо, людство нині в основному енергію отримує від традиційних її джерел, якими є теплові електростанції на вугіллі та газі (ТЕС), атомні електростанції (АЕС) та гідроелектростанції на багатководних річках, перегороджених греблями для підняття рівня води в них (ГЕС), перші із яких є вичерпними і не можуть гарантувати стійкий розвиток світової енергетики на тривалу перспективу, а їх використання є одним з головних факторів, що призводить до погіршення стану навколишнього середовища. А тому одним з пріоритетних напрямків розвитку енергетики в двадцять першому столітті є тотальний перехід до використання людством відновлювальних джерел енергії (ВДЕ) з їх невичерпними ресурсами, оскільки лише у такий спосіб можна знизити негативний вплив енергетики на довкілля, а отже підвищити енергетичну і екологічну безпеку в світі. Тож нині високими темпами традиційні джерела енергії доповнюються нетрадиційними, в яких використовується енергія сонця (СЕС), енергія вітру (ВЕС), енергія води в малих річках, перегороджених греблями (МГЕС), енергія води в гірських річках з гідрогенераторами в трубах (мГЕС), енергія морських хвиль (хГЕС) та енергія біогазу (БіоЕС), які не є стабільними, бо не завжди дме вітер, вночі не світить сонце, а в періоди, коли немає дощів, а на морі немає хвиль – МГЕС та хГЕС практично нічого не виробляють. Що ж до мГЕС та БіоЕС, то і в усьому світі і в Україні вони ще не настільки розповсюджені, щоб здійснювати суттєвий вплив на енергетику. У зв'язку з цим в околі розміщення таких нетрадиційних джерел енергії, як СЕС, ВЕС, МГЕС, хГЕС, які відносяться до категорії відновлювальних джерел енергії (ВДЕ), потрібно встановлювати і акумулятори (АЕЕ) для тієї електроенергії, якої є надлишок в електроенергетичній системі (ЕЕС) і яку виробляють ВЕС, коли дме вітер, яку виробляють СЕС, коли світить сонце, яку виробляють МГЕС, коли в малих річках є достатньо води, та яку виробляють хГЕС, коли море хвилюється. В перспективі, накриваючи землю комплексами ВДЕ-АЕЕ, можна буде поступово відмовлятися від використання традиційних ТЕС, АЕС, ГЕС, що позитивно впливатиме на стан навколишнього середовища.

АЕЕ можуть бути хімічними у вигляді акумуляторних батарей (АБ), електричними – з використанням потужних конденсаторів (КБ), повітряними – з використанням для накопичення стисненого повітря відпрацьованих шахт, газових та нафтових скважин і кар'єрів (ПАЕС), механічними – з використанням великомасових маховиків, що можуть

розкручуватись вітровими потоками від залізничних потягів (АМЕ), гідравлічними – з підняттям води річки у верхній басейн (ГАЕС), водневими – з розщепленням шляхом електролізу води на кисень і водень зі збереженням в резервуарах і наступним спаленням для вироблення теплової енергії (ВАН).

Варто відзначити, що тенденція до розроблення та впровадження засобів, що представляють альтернативу традиційним джерелам енергії є стійкою і незворотною як у світі, так і в Україні. І хоча на сьогоднішній день, судячи з опублікованих даних, частка, яку вносять в енергобаланс ВДЕ, ще не є аж занадто помітною, бо не перевищує у світовому масштабі 10 відсотків, простежується чітко виражена тенденція до її прискореного наростання.

Активний розвиток ВДЕ на території України відслідковується і в результатах аналізу, виконаного в роботах [1], [2], де відзначено, що лише за перший квартал 2019 року введено 895 МВт нових потужностей ВДЕ, що перевищує обсяг потужностей ВДЕ, які були введені за весь 2018 рік, і що за останні 4 роки в цю сферу енергетики залучено інвестицій на суму 2 млрд євро.

А, як відзначено в роботі [1], Національним планом дій з розвитку відновлюваної енергетики на період 2020 року, затвердженим Кабінетом Міністрів України, визначено збільшення частки відновлювальних джерел в кінцевому споживанні енергії до 11%.

Цілком очевидно, що ВДЕ, будучи підключеними до структури ЕЕС, суттєво впливатимуть на режими перетоків в електромережах, що може стати причиною зниження надійності електропостачання в разі відсутності в комплексі з ВДЕ потужних АЕЕ, в якості яких потрібно використовувати ті їх категорії, які за критерієм мінімуму капітальних вкладень в будівництво, експлуатаційних витрат на експлуатацію та впливу на навколишнє середовище, економічно ефективно створювати в даній конкретній місцевості.

А розв'язання цієї проблеми потрібно починати з системного аналізу стану та перспектив розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел за ідеологією, викладеною в роботі [3], що і обумовило вибір теми досліджень, яка відповідає науковому напрямку досліджень науково-дослідної лабораторії автоматизованих систем в енергетиці і на транспорті (НДЛ АСУЕТ) кафедри системного аналізу та інформаційних технологій (САІТ) Вінницького національного технічного університету (ВНТУ), в яких Дмитро Шалагай брав участь під час навчання в аспірантурі під науковим керівництвом професорів Бориса та Олександра Мокіних протягом 2020-2024 років. Це підтверджується публікаціями результатів цих досліджень за співавторством цього наукового тріумвірату в фахових наукових журналах та в доповідях на

міжнародних та університетських науково-технічних конференціях, перелічених в списку літератури, використаної під час написання монографії.

Отже метою дослідження є системний аналіз стану та перспектив відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел.

А для досягнення поставленої мети вказаному вище науковому тріумвірату необхідно було розв'язати такі задачі:

- здійснити аналіз уже створених планів оцінки стану та перспектив відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел;
- побудувати математичні моделі для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах;
- розробити метод корекції математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел з врахуванням умов воєнного сьогодення;
- синтезувати авторегресійні математичні моделі для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел з врахуванням умов воєнного сьогодення;
- визначити множину критеріїв для системної оптимізації процесів перспективного відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»;
- розробити метод оптимізації процесів перспективного відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»;
- розробити програмне забезпечення для обчислення критеріальних інтегралів у формі інтегралів Лебега і Стілтєса, придатних для розв'язання оптимізаційних задач в полі функцій, визначених на множині міри «нуль»;
- розробити метод трансформації дискретних інтегральних законів розподілу випадкових величин, синтезованих на множині міри «нуль», в неперервні диференціальні закони їх щільностей

Як витікає із постановки задач, об'єктами нашого дослідження є як енергетика України в цілому, так і її відновлювальні джерела, а предметами дослідження є математичні моделі для оцінки стану та процесів

перспективного відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел.

Завершуючи вступ, ще раз звертаємо увагу читачів на те, що монографія написана за матеріалами дослідження, виконаного Дмитром Шалагаєм під час навчання в аспірантурі на кафедрі системного аналізу та інформаційних технологій Вінницького національного технічного університету в процесі роботи над дисертацією за спеціальністю 124 – Системний аналіз – під науковим керівництвом професорів Бориса та Олександра Мокіних, яку він в умовах війни не зміг подати до захисту, але яку, на думку його наукових керівників, по закінченню війни та її апробації у вигляді монографії він таки захистить.

Розділ 1. Аналіз «Проекту Плану відновлення України. Енергетика», розробленому у 2022 році групою фахівців зі структури Національної ради з відновлення України

1.1. Аналіз «Проекту Плану відновлення України. Енергетика» в напрямку оцінки загального стану електроенергетики України та перспектив її відновлення і розвитку

Перший розділ нашої монографії ми присвяtimo аналізу результатів, отриманих іншими науковцями, що теж досліджували той же об'єкт дослідження з виділенням аналогічного предмету дослідження. У нашому випадку ця задача суттєво полегшується завдяки тому, що цей аналіз уже здійснено фахівцями з Національної ради з відновлення України від наслідків війни (НРВУНВ), що презентований в [1], і опублікований в розробленому ними «Проекті Плану відновлення України. Енергетика» (ППВУЕ) по розділу «Енергетична безпека» в роботі [2]. Тож в подальшому, здійснюючи аналіз визначених нами об'єкта та предмета дослідження, ми будемо використовувати цифрові значення параметрів і характеристик, взяті з роботи [2], без додаткового посилання кожен раз на цю роботу, а посилання здійснюватимемо під час нашого аналізу лише на ті роботи, які не використовувались фахівцями з НРВУНВ при реалізації ними роботи [2].

Отже почнемо наш аналіз з констатації факту, що за дорученням Кабінету Міністрів України група фахівців з енергетичної безпеки НРВУНВ напрацювала матеріали [1], з використанням яких було запропоновано досить детальний проєкт «ПЛАНУ ВІДНОВЛЕННЯ УКРАЇНИ: ЕНЕРГЕТИКА», оприлюднений у липні 2022 року [2], який містить 7 розділів з додатками, що викладені на 164 сторінках.

Зміст проєкту цього плану розміщено в його розділах під заголовками:

- 1 Відновлення і розвиток енергетики України: мета, виклики, можливості**
 - 2 Електроенергетичний сектор**
 - 3 Газовий сектор**
 - 4 Нафта і нафтопродукти**
 - 5 Power-to-X**
 - 6 Відновлення і розвиток: деталізований план заходів**
 - 7 Загальнонаціональні проєкти**
- Додатки

А далі акцентуємо увагу на цитату з роботи [2]: «Резюме: яку енергетичну галузь ми будуємо? Передумови для успішного відновлення. Цей План відновлення – амбітний. Для того, щоб Україна досягла викладених у ньому цілей в енергетичному секторі, необхідні такі передумови:

- Україна виграє війну протягом наступних 1-2 років і не понесе додаткових суттєвих втрат енергетичної інфраструктури;
- Бізнес-клімат та макрофінансова стабільність протягом наступних 2-4 років дозволять Україні залучити значні інвестиції, які забезпечать інвесторам привабливий рівень заробітку; бюрократичні перепони та інші бар'єри для швидкої реалізації інвестиційних проєктів будуть усунуті якнайшвидше;
- В Україну буде спрямований значний обсяг капіталу, як від міжнародних фінансових інституцій, так і від приватного сектору.
- Головна тенденція для відновлення України в енергетиці – швидка електрифікація економіки завдяки енергетичному переходу, а також значне підвищення енергоефективності» – кінець цитати

Одразу ж звертаємо увагу на те, що викладені вище передумови, фактично задають узагальнену множину обмежень, в полі яких необхідно буде розв'язувати задачі, поставлені в даному проєкті.

А окреслюючи складову нашого об'єкта дослідження в напрямку інтеграції в енергетику її відновлювальних джерел», яка витікає з «проєкту «ПЛАНУ ВІДНОВЛЕННЯ УКРАЇНИ: ЕНЕРГЕТИКА», ми бачимо, що матеріали, які стосуються цієї складової нашого об'єкту дослідження, яку в подальшому позначатимемо аббревіатурою ППВУЕ-ВД, зосереджені в основному в **2-му** розділі «*Електроенергетичний сектор*» з конкретизацією в його підрозділах:

- 2.1 Аналіз стану генеруючих потужностей Об'єднаної енергосистеми України;
- 2.2 Аналіз режимів роботи генеруючих потужностей ОЕС України;
- 2.4 Сценарії розвитку пропозиції;
- 2.5 Оцінювання відповідності (достатності) генеруючих потужностей ОЕС України;
- 2.6 Сценарії розвитку генеруючих потужностей – в напрямку «Відновлювальної енергетики», а також у підрозділі
- 5.1 Виробництво водню з ВДЕ **5-го** розділу «*Power-to-X*» та у **6-му** розділі «*Відновлення і розвиток: деталізований план заходів*» **при визначенні:**

Цілі 2: Енергобезпека – диверсифікація джерел постачання енергоресурсів, створення резервів, кібербезпека;

Цілі 3: Декарбонізація, оптимізація енергоміксу і розвиток низьковуглецевої генерації;

Цілі 4 : Модернізація і розвиток інфраструктури для транспортування, передачі, розподілу і зберігання енергії.

Отже, виходячи саме з цих матеріалів, ми і здійснюватимемо системний аналіз окресленого нами об'єкта дослідження за ідеологією, викладеною в роботі [3].

І почнемо з констатації основних положень проєкту «ПЛАНУ ВІДНОВЛЕННЯ УКРАЇНИ: ЕНЕРГЕТИКА» [2], реперними точками якого в цілому є 2021, 2030, 2040 та 2050 роки, а для відновлювальних джерел енергетики (ВДЕ) – 2023, 2024, 2025, 2026, 2027, 2029, 2030, 2031 та 2032 роки. Саме для цих точок на часовій осі в проєкті запропоновано оптимістичну та песимістичну траєкторії розвитку.

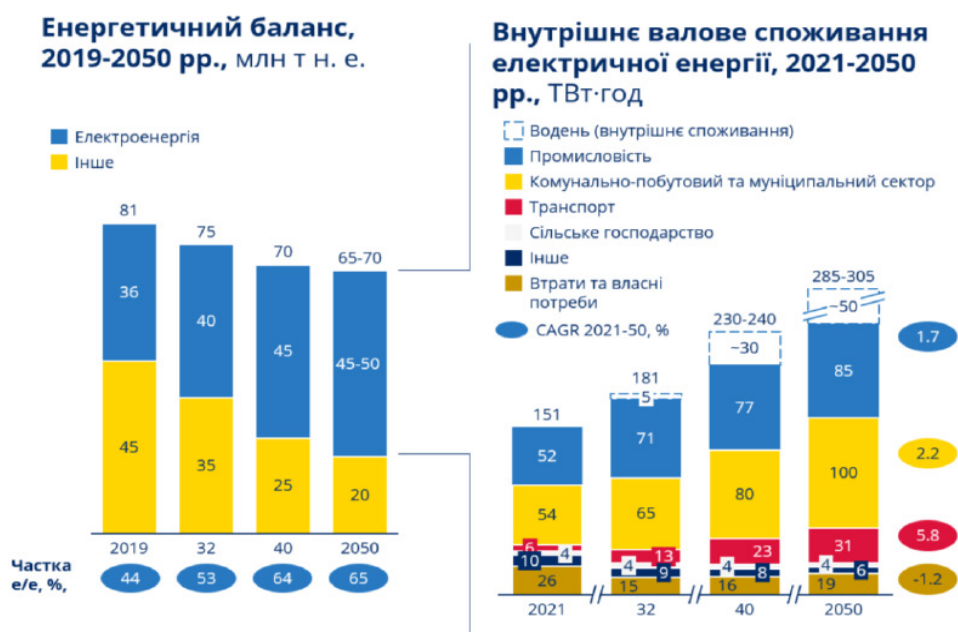
А для успішного втілення плану відновлення України в енергетичному секторі в ППВУЕ висувались такі умови:

Україна повинна виграти війну протягом наступних 1–2 років і уникнути додаткових серйозних втрат в енергетичній інфраструктурі.

Бізнес-клімат і макрофінансова стабільність протягом наступних 2–4 років мають забезпечити можливість Україні залучити значні інвестиції, що забезпечать інвесторам привабливий рівень прибутку. Бюрократичні перешкоди та інші бар'єри для швидкої реалізації інвестиційних проєктів повинні бути усунуті найшвидше.

Україна повинна привернути значний обсяг капіталу, як від міжнародних фінансових інституцій, так і від приватного сектору.

Основний напрямок відновлення енергетики в Україні полягає в швидкій електрифікації економіки через перехід до нової енергетичної системи, а також значному підвищенні рівня енергоефективності згідно з тенденціями, відображеними на рисунку 1.



¹ Експорт виробленого водню очікується на рівні 1.5+ мн т до 2032.

Рисунок 1 – Тенденції для відновлення енергетики України

Основні секторальні припущення ППВУЕ:

Водень:

- Внутрішнє споживання H₂ ~0.1–0.2 у 2032, ~0,5 млн т до 2050 року

Промисловість:

- Електрифікація основних галузей (наприклад, металургії)

Житловий сектор:

- 50% будівель будуть термомодернізовані до 2032 року, 100% до 2050 р.
- Електрифікація опалення (електричні котли, теплові насоси)
- 90% переміщених осіб повернуться до 2024 р.
- 1% CAGR зростання площі житла на особу

Транспорт:

- Електрифікація залізничного транспорту до 95+% Збільшення частки електромобілів до 15% до 2032 року, 80% до 2050 року
- Електрифікація/використання H₂ для муніципального транспорту до 5% до 2032 року і 100% до 2050 року

Втрати:

- Втрати скоротяться до 8% до 2032 року

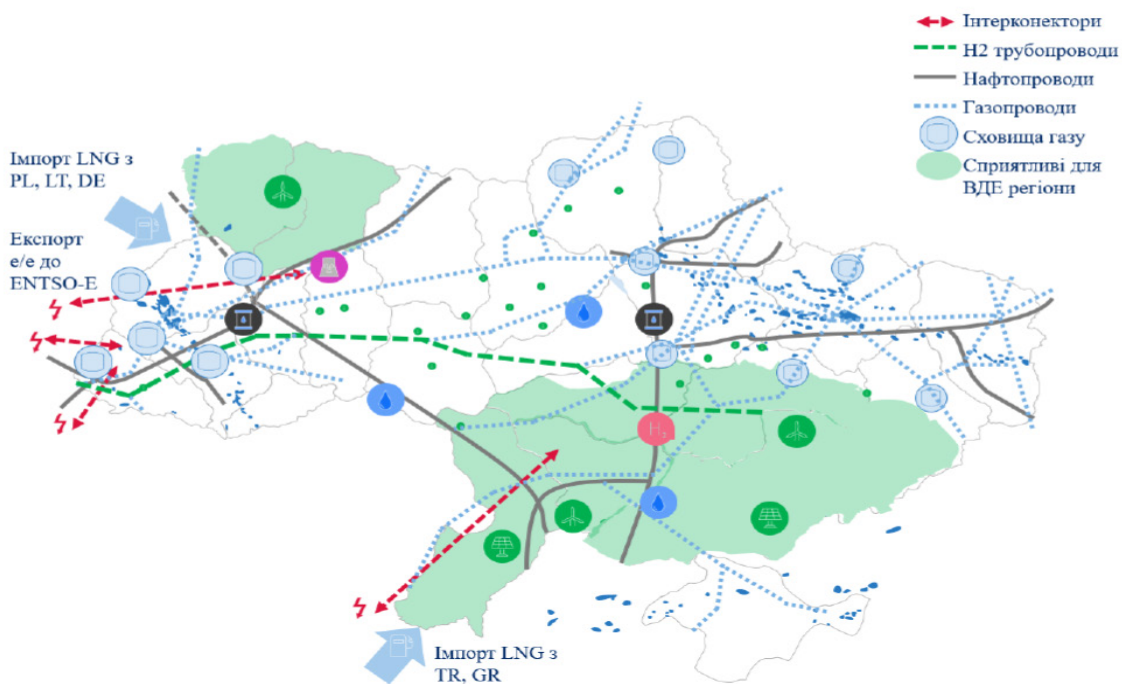


Рисунок 2 – План мереж імпорту та експорту енергоресурсів в Європу

Ключові проекти-каталізатори:

- Розширення інтерконекторів з ENTSO-E до 6 ГВт Збільшення ядерної потужності (2 нових блоки на Хмельницькій АЕС, безпека та пролонгація, збільшення завантаження)
- Розбудова 30+ ГВт вітрової та сонячної енергетики Розбудова 3.5 ГВт гідро- та гідроакуюлюючих електростанцій
- Розбудова 15 ГВт електролізерів та H₂ інфраструктури Природний газ: збільшення видобутку на існуючих родовищах, розробка нетрадиційних газових родовищ
- Хаб природного газу в ЄС: поповнення стратегічного запасу та забезпечення сполучення з запасами LNG ЄС / Туреччини; модернізація газотранспортної мережі Розбудова виробництва біопалив (біоетанол, біодизель, біогаз / біометан)
- Повоєнне розширення нафтопереробних потужностей (відбудова Кременчуцького НПЗ та побудова 1 нового НПЗ, трубопровід Броди-Адамова Застава)

Енергетична безпека відіграє ключову роль у забезпеченні економічного функціонування та росту держави, а також становить невід'ємну частину якості життя громадян і важливий фактор для повернення додому тимчасово переміщених осіб. У контексті відновлення України, енергетика має стати важливою сферою, що забезпечить експортні прибутки і підтримає фінансову стабільність держави. Розумна стратегія модернізації українського енергетичного сектору дозволить країні внести суттєвий внесок у стратегічну автономію ЄС і зменшити залежність від зовнішніх енергоресурсів. Цей взаємовигідний підхід сприятиме швидшій інтеграції України до ЄС. Мета Плану відновлення та розвитку енергетики включає:

- а) визначення загальних стратегічних напрямків відновлення і модернізації енергетичного сектору України, з урахуванням міжнародних зобов'язань держави та нових викликів на енергетичних ринках;
- б) визначення переліку реформ, законодавчих та регуляторних ініціатив, необхідних для забезпечення енергетичної безпеки українських споживачів та ролі України як надійного енергетичного партнера ЄС;
- в) формування переліку ключових загальнонаціональних проектів, які мають стратегічне значення для досягнення поставлених цілей відновлення і модернізації української енергетики.

Враховуючи аспекти безпеки та рішення РНБО, цей план не охоплює певні термінові дії та рішення, які вже реалізуються урядом та учасниками ринку для підготовки до опалювального сезону 2022/23.

На початок лютого 2022 року український енергетичний сектор визначався як один з найпотужніших в Європі, і ця характеристика залишається

актуальною, навіть у зв'язку із великими збитками, завданими російським вторгненням. Зокрема, Україна входить до топ-10 країн Європи за встановленою потужністю електрогенерації, займає в топ-3 позиції серед видобувачів газу та має найбільший обсяг підземних газових сховищ в Європі. Ефективні та надійні системи транспортування газу, нафти, нафтопродуктів та передачі електроенергії пов'язують Україну з сусідніми країнами ЄС та Молдовою. Україна також славиться високою часткою вуглецево-нейтральної генерації в Європі, де близько 70% електроенергії виробляється за рахунок атомної, гідро і відновлюваної енергії. Щодо енергетичної безпеки, варіативність в джерелах енергії розширюється, однак у ряді сегментів енергетичного ринку залишається певна залежність від імпорту. На початку вторгнення, у лютому 2022 року, Україна мала достатньо власних ресурсів вугілля, а саме 75%, і лише часткову залежність в інших сферах. Незважаючи на блокаду енергетичного вугілля з боку Росії, опалувальний період 2021/2022 років пройшов стабільно без обмежень і відключень споживачів. Україна реалізує стратегію диверсифікації постачання вугілля, включаючи морську доставку та внутрішні заходи для зменшення залежності від вугілля, зокрема за рахунок розвитку відновлюваних джерел енергії. За попередній рік було побудовано нові потужності відновлюваної енергії, що дозволило значно зменшити потребу в вугіллі.

Протягом 2019-2021 років Україна приклала значні зусилля у сфері реформування енергетичного сектору, відповідно до стандартів ЄС. Одним з важливих досягнень було успішне відокремлення операторів газотранспортної мережі та системи передачі, підтверджене сертифікацією. На ринках газу та електроенергії були введені ключові структурні зміни, а також триває процес реформи корпоративного управління у державних компаніях енергетичного сектору.

НЕК «Укренерго», як оператор системи передачі в Україні, вже з 2017 року активно готує енергосистему до синхронізації з ENTSO-E. Було проведено тестування енергоблоків різних типів станцій, створено математичну модель енергосистем України та Молдови, на основі якої ENTSO-E визначає технічну можливість синхронізації. Україна приєдналася до об'єднаної енергосистеми ENTSO-E на рік раніше запланованого терміну, а енергосистеми України та Молдови були повністю синхронізовані з континентальною Європою.

Незважаючи на цей прогрес, слід зазначити, що війна має значний негативний вплив на українську енергетичну галузь. Об'єкти енергетичної інфраструктури стали особливою мішенню російської агресії через їхнє економічне, гуманітарне і геополітичне значення. Не зважаючи на це, українська енергосистема виявляє високу стійкість, а працівники сфери енергетики демонструють винятковий професіоналізм у забезпеченні стабільної роботи галузі навіть в умовах війни.

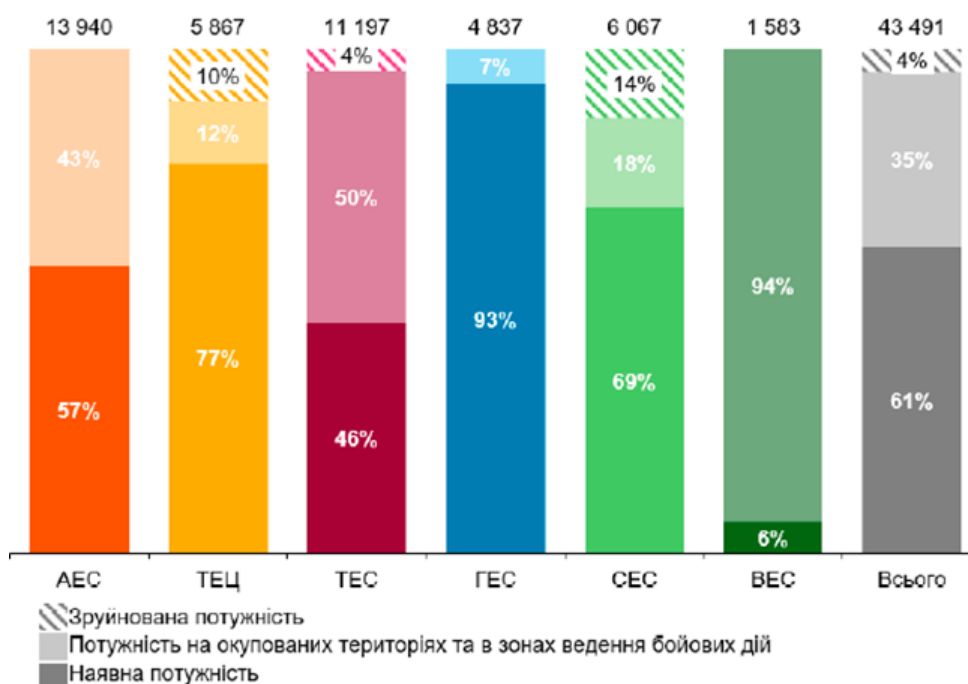


Рисунок 3 – Розподіл операційної потужності об’єктів електрогенерації, МВт

Близько 4% генеруючої потужності зруйновано під час бойових дій, ще 35% потужності знаходиться на окупованих територіях. Зокрема, найбільша в Європі АЕС (Запорізька) у період створення плану відновлення української енергетики ще працювала в енергосистемі України, але вже знаходилась під постійним тиском російських окупантів. Виробнича потужність цієї станції складає 6000 МВт, або 43% від загальної потужності усіх українських атомних електростанцій.

В плані відновлення констатується, що загалом зруйновано або знаходяться на окупованих територіях близько 50% теплової генерації, 30% сонячної генерації та понад 90% вітрогенерації. Видобуток газу скоротився на 10–12% за час повномасштабного вторгнення.

Не працює жоден НПЗ (власне виробництво забезпечувало близько 30% нафтопродуктів), виникли логістичні складнощі з постачанням нафтопродуктів.

Станом на середину червня 2022 р. прямі збитки, завдані інфраструктурі української енергетики та нафтогазового сектору, за попередніми оцінками, склали 47 млрд грн або 1,7 млрд доларів.

Загальні непрямі втрати сектору електроенергетики від початку війни до середини літа 2022 року оцінюються у 341.8 млрд грн. По сектору видобутку, транзиту та розподілення газу оцінка збитків сягає 61 млрд грн. Для сектору нафтовидобутку та нафтопереробки – 66 млрд грн.

Внаслідок бойових дій відбулося значне скорочення попиту (на 30-35 відсотків порівняно із споживанням 2021 року), а профіль споживання суттєво змінився за рахунок переміщення споживачів в західні області.

Станом на кінець червня 2022 року без постачання електроенергії знаходяться майже 600 тисяч споживачів та без газу – близько 180 тисяч споживачів.

На основі аналізу результатів виконаних досліджень з прогнозування узгодженого розвитку економіки та енергетики було визначено, що забезпечити сталий розвиток економіки з високими темпами зростання ВВП можливо лише через реалізацію політики непротекціонізму та розвиток енергетики за найбільш ефективним сценарієм, що і покладено в основу формування СМЄЕ (Сценарій максимальної економічної ефективності).

Цей сценарій лишається пріоритетним також для відновлення енергосектору у післявоєнний період.

Оптимістичний сценарій відповідає сценарію СКНЕ та, частково, сценарію СМЄЕ, за яким потужність ТЕС приблизно на 2 ГВт нижча, ніж за оптимістичного сценарію на рівні 2050 року. Песимістичний сценарій відповідає СКНЕ, за яким вугільна генерація швидко виводиться з роботи із заміщенням її потужності маневровими електростанціями на газу.

Особливої уваги при формуванні довгострокових сценаріїв розвитку теплової енергетики потребують теплоелектроцентралі. Як відзначається у плані відновлення, ТЕЦ є перш за все об'єктом теплопостачання, і лише можливість ефективної роботи в теплофікаційному режимі робить доцільним їх будівництво та підтримку в роботі з економічних міркувань.

Слід зазначити, що сценаріями, серед основних припущень яких було виведення з експлуатації енергоблоків, враховувалося прискорене спрацювання ресурсу енергоблоків ТЕС, що вже у перспективі найближчих років можуть досягти граничних меж у 20 та 40 тис. год. і будуть виведені з експлуатації, та зменшення сумарної реальної потужності блоків по рокам.

Вплив війни на ринок ЄС:

Зупинка постачання газу: Російський монопольний постачальник призупинив або зменшив постачання газу до кількох країн ЄС, що призвело до нестабільності в енергетичному секторі цих країн.

План REpowerEU: ЄС відповів на енергетичні ризики шляхом розробки плану REpowerEU, спрямованого на різноманіття енергопостачань, підвищення енергоефективності та перехід до відновлюваних джерел енергії. Цей план має на меті зменшення залежності ЄС від російських енергоносіїв.

Санкції проти російського вугілля та нафти: Введення санкцій щодо російського вугілля та нафти свідчить про намір ЄС зменшити економічну залежність від російських енергоресурсів.

Антикризові заходи країн ЄС: Окремі країни ЄС вживають антикризові заходи, такі як відновлення вугільної генерації, збільшення інвестицій у атомну енергетику та стимулювання економії газу, щоб забезпечити енергетичну стабільність.

Дискусії в Німеччині: У Німеччині ведуться дискусії щодо подовження терміну експлуатації атомних електростанцій та можливості видобування сланцевого газу. Це свідчить про пошук альтернативних джерел та стратегій для забезпечення енергетичної безпеки.

Можливості для України: Україна використовує свої низьковуглецеві генераційні можливості та інфраструктуру для транспортування та зберігання газу, щоб підтримати ЄС у зменшенні залежності від зовнішніх джерел енергії.

Ці зміни в енергетичному ландшафті ЄС визначають новий курс для регіональної енергетичної політики та створюють важливі виклики і можливості для всіх учасників ринку. Завершуючи цей етап аналізу, ще раз відзначимо, що усе, що викладене вище, це або взято безпосередньо з ППВУЕ, або лише у якійсь мірі перефразовано.

А з аналізів стану електроенергетики України, здійснених екс-міністром енергетики України Ольгою Буславець за 2021 рік, тобто, за останній рік перед повномасштабним вторгненням росії в Україну **витікає, що :**

у 2021 році Україна, яка є членом Європейського енергетичного ринку, відчула всі труднощі коливань цін і проблем з постачанням енергоресурсів. Цей рік виявився надзвичайно важким для багатьох енергетичних аналітиків і можна вважати його «чорним лебедем». Ринки газу, вугілля, викидів CO₂ та електроенергії щодня били історичні цінові рекорди;

у Європі протягом 2021 року ціни на газ на біржах зросли більше ніж удесятеро: від 17 євро за МВт·год у січні до 177 євро за МВт·год у грудні. Це зростання було спричинене кількома ключовими факторами, а саме:

швидкий зріст попиту на енергопродукти в умовах зняття антиковідних обмежень при повільному відновленні видобутку після скорочення фінансування бурових робіт у кризовому 2020 році;

зменшення поставок «Газпрому» до північно-західної Європи через вплив РФ на сертифікацію Nord Stream 2;

низький рівень ПГС після холодної зими та весни 20/21, який перейшов у зиму 21/22, позбавляє Європу «страховки» на випадок пікових навантажень через морози;

переміщення LNG з Європи до Азії та інших регіонів через зростання попиту та високі ціни.

Додаткові фактори:

Вугілля: У 2021 році ціни на енергетичне вугілля в портах Європи зросли більше ніж учетверо: від 69 доларів за тонну в січні до 299 доларів за тонну в жовтні. На це вплинули:

Глобальний дефіцит пропозиції через проблеми з видобутком (після кризового 2020 року) та транспортуванням на тлі швидкого відновлення світової економіки.

Високий попит на вугілля з боку теплогенераторів Європи та Азії через стрімке зростання світових котирувань на природний газ.

Низький рівень запасів вугілля на складах у всьому світі.

Електроенергія: Ціни на електроенергію в Європі відзначилися зростаючим трендом разом із зростанням цін на газ і вугілля. Збільшення споживання копальних видів палива призвело до різкого зростання попиту та цін на квоти CO₂, що в свою чергу призвело до підвищення цін на електроенергію. Ціни на викиди CO₂ за рік зросли втричі – від 32 до 90 євро за тонну.

Додатковим чинником зростання цін в Європі було падіння виробництва електроенергії від вітрогенераторів у 2021 році. У результаті ціни на електроенергію на європейських біржах зросли більше ніж вдесятеро – до рівнів 420-428 євро за МВт·год.

У 2021 році в Україні спостерігалось багато труднощів на ринку електроенергії, і події розвивалися так:

Січень: Відбувся обвал цін на РДН в ОЕС, викликаний спекулянтами, що перепродають електроенергію, куплену раніше на аукціонах в державних компаніях. Запаси вугілля на складах ТЕС впали нижче гарантованого мінімуму.

Лютий: ПАТ «Центренерго» активно використовувало природний газ через брак вугілля. Проте існуючі цінові обмеження не дозволяли забезпечити беззбиткову роботу генерації на газі, що призвело до зростання боргу перед НАК «Нафтогаз України».

Березень–квітень: Теплова генерація закінчила опалювальний сезон із мінімальними запасами вугілля. Середньозважена ціна на ринку впала нижче собівартості вугільної генерації. У підприємств не було фінансових можливостей поповнити запаси вугілля за прийнятними цінами.

Травень–червень: Ціни РДН в ОЕС впали до критичного рівня. Обсяг демпінгових заявок на продаж за ціною нижче собівартості досяг 60% пропозиції. Маніпуляції на РДН досягли апогею.

Червень-грудень: Регулятор намагався виправити роботу ринку електроенергії, вносячи зміни до Ковідної постанови №766. Було введено ряд обмежень та прайс-кепів для стабілізації ринку.

Аналіз стану генеруючих потужностей Об'єднаної енергосистеми України показав, що загальна встановлена потужність електричних станцій ОЕС України станом на 31.12.2021 р. (без урахування енергогенеруючих об'єктів Кримської електроенергетичної системи та тимчасово неконтрольованої території Донецької та Луганської областей) складає 56,247 ГВт, з яких 49,7 % припадає на теплові електростанції (зокрема, ТЕС, ТЕЦ, блок-станції), 24,6 % — на атомні електростанції, 11,2 % — на гідроелектростанції та гідроакумуючі електростанції, 14,5 % — на електростанції, що працюють на відновлюваних джерелах енергії — ВЕС, СЕС, БіоЕС.

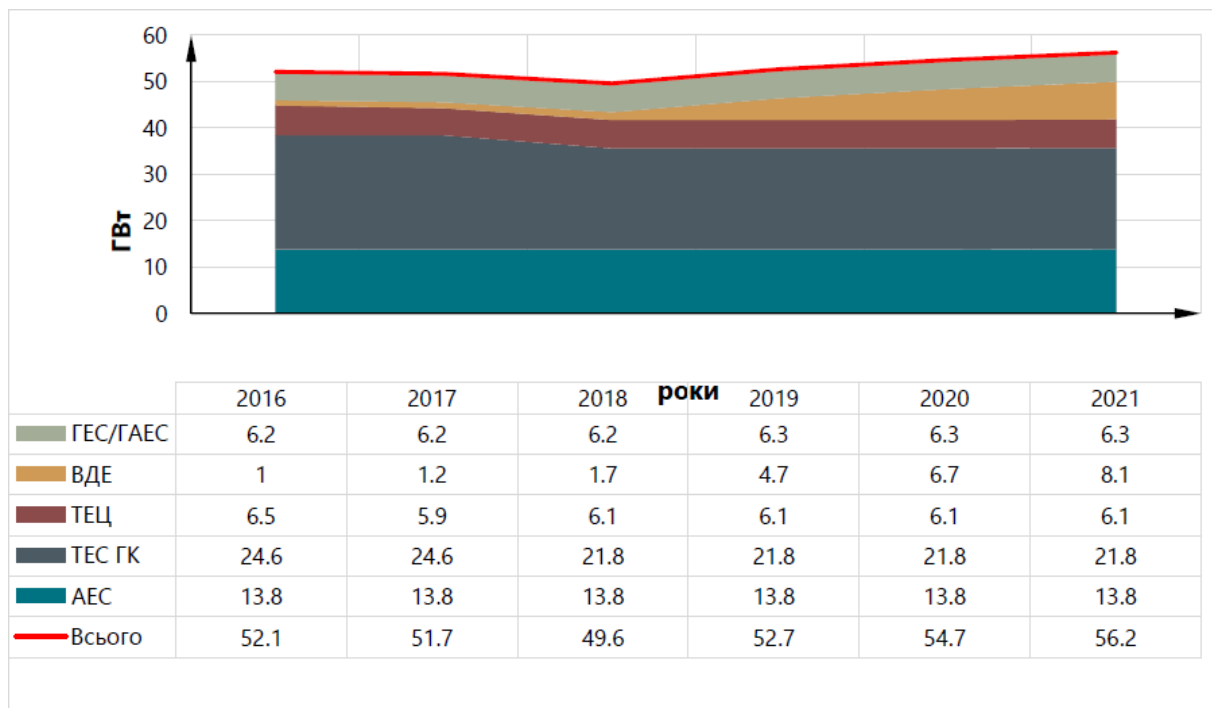


Рисунок 4. Динаміка змін структури встановленої потужності електричних станцій ОЕС України

Основні генеруючі потужності ОЕС України (станом на 31.12.2021 р.) зосереджені на: – чотирьох атомних електростанціях (15 енергоблоків, з яких: 13 – потужністю по 1 000 МВт; і 2 – потужністю 415 та 420 МВт відповідно); – 10 гідроелектростанціях на річках Дніпро, Дністер, Південний Буг, а також на річках Тересля і Ріка (Тересле-Ріцька гідроелектростанція) загальною встановленою потужністю близько 4729,5 МВт із загальним числом гідроагрегатів 101 одиниця. А також на 3-х гідроакуючих станціях потужністю 1487,8 МВт із загальним числом гідроагрегатів 11 одиниць (одиничною потужністю від 33 до 324 МВт); – 12 ТЕС із блоками одиничною потужністю 150, 200, 300 і 800 МВт (75

енергоблоків, у тому числі потужністю: 150 МВт — 6, 200 МВт — 31, 300 МВт — 32, 800 МВт — 6 одиниць) та 3 турбогенератора, а також 3-х великих ТЕЦ з енергоблоками 100 (120) МВт — 4 блоки, та 250 (300) МВт — 5 блоків; – станціях на ВДЕ (включаючи станції на біопаливі) загальною потужністю 8148 МВт, серед яких найбільші за встановленою потужністю «Сиваська ВЕС» (245,7 МВт, з низки причин фактична потужність станції є значно меншою), «Покровська СЕС» (240 МВт), «Солар Фарм-1» (200 МВт), «Ботієвська ВЕС» (199,875 МВт), «Мирненська ВЕС» (163 МВт), а також низка менш потужних. Атомна енергетика: на більшості енергоблоків АЕС встановлені реактори серії ВВЕР-1000 (моделі В-320), які за технічними характеристиками подібні до закордонних реакторів типу PWR. Станом на кінець 2021 року 12 енергоблоків відпрацювали свій нормативний 30-річний ресурс, термін експлуатації 11 з них вже подовжено на 10–20 років, очікується прийняття рішення з подовження терміну експлуатації ще одного енергоблоку. У середньостроковій перспективі закінчиться нормативний термін експлуатації ще 3-х атомних енергоблоків (ЗАЕС(6) — у 2026 році, РАЕС(4) та ХАЕС(2) — у 2035 році).

Одним із пріоритетних завдань діяльності експлуатуючої організації-оператора АЕС ДП «НАЕК «Енергоатом» є продовження термінів експлуатації діючих енергоблоків. Встановлена діючими ліцензіями регулюючого органу тривалість додаткового строку експлуатації енергоблоків АЕС становить від 10 до 20 років і визначається в кожному конкретному випадку за результатами виконання переоцінки безпеки.

За видами генерації: АЕС виробили електроенергії на 28% менше ніж у 2021 році, ТЕС (-35%), ТЕЦ (-32%), ВДЕ (- 36%). ГЕС навпаки збільшили своє виробництво на 6,5%, а ГАЕС відпрацювали на рівні 2021 року. За період з початку відкриття експорту електроенергії до країн Європи після синхронізації наших енергосистем з 30 червня по 11 жовтня минулого року, коли його припинили внаслідок масованої ракетної атаки і руйнувань енергетичної інфраструктури, Україна експортувала 2,3% від всієї виробленої електроенергії і заробила на цьому близько 5 млрд. грн.

Споживання електроенергії за 2022 рік знизилося на 31,5%. Найбільше електроенергії завжди споживала промисловість. У довоєнному році на цю категорію споживачів пішло 42% від всієї спожитої електроенергії. А у 2022 тільки 33% і в цілому промисловість спожила на 45% менше. Більше половини електроенергії цієї групи витрачає енергоємна металургійна промисловість. Падіння її споживання – 52%. Причин багато: втрата металургійного гіганта в Маріуполі, поламані логістичні ланцюги збуту продукції, з жовтня постійне обмеження постачання електроенергії, всі інші види промисловості знизили свої виробництва і використання електроенергії:

хімічна та нафтохімічна (-60%), будівельних матеріалів(-47%), машинобудівна (-38%), харчова та переробна (-24%), паливна (-24%). У 2022 році частка споживання населенням досягла рекордних 38% від всієї спожитої електроенергії, а у 2021 було 31%, у фізичних кВт годинах домогосподарства використали на 16% менше. Але на тлі колосального економічного спаду, значного падіння виробництва тощо, населення є на сьогодні найбільшим споживачем.

Завершимо ми цей аналіз загального стану енергетики України ще одним нагадуванням про те, що вся цифрова і словесна інформація, що викладена вище, нами почерпнута з роботи [2] та щотижневих «Підсумків тижня» у мережі ФБ экс-міністра енергетики України Ольги Буславець.

1.2. Аналіз «Проекту Плану відновлення України. Енергетика» в напрямку оцінки стану та перспектив відновлення і розвитку відновлювальних джерел енергії в Україні

І цей підрозділ ми почнемо з констатації того, що оперуватимемо цифровою і словесною інформацією, почерпнутими у першу чергу з роботи [2], в якій за даними від Міжнародного агентства з відновлювальних джерел енергії (МАВДЕ) вказано, що у 2020 році в світі було додано 260 гігават (ГВт) потужностей відновлювальних джерел енергії (ВДЕ), що суттєво перевищило здобутки 2019 року у цьому напрямку. Згідно з прогнозом BloombergNEF (BNEF) «Q3 2021 Global PV Market Outlook» щодо розвитку фотоелектричної сонячної енергетики до 2030 року, у 2021 році передбачалось введення в експлуатацію сонячних електростанцій (СЕС) загальною потужністю 191 ГВт і, незважаючи на ймовірно високі ціни на полікремній і сонячні модулі до 2022 року, передбачався загальний обсяг потужностей сонячної енергетики у 2022 році на рівні 214 ГВт, а до 2030 року передбачався приріст ще на 311 ГВт

Впродовж останніх років посилюються тенденції розвитку відновлювальної енергетики (під інвестицій у будівництво об'єктів відновлюваної енергетики припав на 2019 рік). За наявною інформацією потужність об'єктів електроенергетики, які використовують відновлювальні джерела енергії для виробництва електричної енергії, у 2019 році склала 4,722 ГВт. Протягом 2020 року було додатково введено в експлуатацію об'єктів відновлювальної енергетики потужністю 1,95 ГВт, а у 2021 році — ще близько 1,45 ГВт. Але через наявність карантинних обмежень внаслідок поширення COVID-19, а також з низки економічних причин, не всі об'єкти, заплановані до введення впродовж року були введені в експлуатацію. Планувалось, що у 2022 році буде введено в експлуатацію низку об'єктів відновлювальної енергетики загальною встановленою потужністю не

менше 1,54 ГВт. Розвиток відновлювальної енергетики демонстрував стабільну тенденцію зростання. Останніми роками спостерігалось постійне підвищення кількості введених в експлуатацію об'єктів відновлювальної енергетики. Зазначена динаміка розвитку відновлювальної енергетики могла призвести до зростання прогнозного відпуску електричної енергії в ОЕС України об'єктами відновлювальної енергетики (у 2019 році вироблення електричної енергії на ВДЕ в загальній структурі виробництва електричної енергії досягнуло 3,6 % або 5,5 млрд. кВт·год, при цьому увесь експорт електричної енергії до країн Східної Європи з ОЕС України у 2019 році склав близько 5,8 млрд. кВт·год; у 2020 році — вироблення сягнуло 10,1 млрд. кВт·год або ж 6,8 %; у 2021 році — 12,5 млрд. кВт·год або ж 8 %; у 2022 році — очікувалось вироблення понад 14 млрд. кВт·год, що становило б не менше 9 % від сумарного виробітку електричної енергії всіма об'єктами електроенергетики в ОЕС України). Однак постійне збільшення кількості об'єктів відновлювальної енергетики (рис.5) призводило б до зростання цінового навантаження на споживачів електричної енергії України, а також загострювало б проблеми, що пов'язані із забезпеченням операційної безпеки ОЕС України.

Технологія ВДЕ	Приріст ВДЕ відносно попереднього року за період 2016-2021 рр., МВт					
	роки					
	2016	2017	2018	2019	2020	2021
ВЕС	10,9	27,9	60,6	636	86,2	562
СЕС	98,9	300,4	466,4	2 565,9	1 807,2	2 222
БіоЕС	10,2	34,3	1,8	43,8	57	77
Мікро-, міні- та малі ГЕС	н/д	5,4	1,9	4,4	6,6	0,9

Рисунок 5 – Динаміка введення в експлуатацію об'єктів генеруючих потужностей ВДЕ

Найбільш мобільними піковими виробниками електричної енергії є ГЕС та ГАЕС. Проте їх встановлена потужність не забезпечена гідроресурсами для регулювання добових графіків навантаження у повному обсязі, особливо впродовж маловодних років. Зокрема, виробництво електричної енергії на ГЕС у 2020 році було найнижчим за аналізований період, тим не менш виробництво на ГЕС у 2021 році повернулося до нормального, середнього рівня останніх років.

При цьому погодні умови осінньо-зимового періоду характеризуються аномально високими температурами й малою кількістю опадів, що впливає на забезпеченість гідроресурсами та режими роботи ГЕС (що спостерігалось наприкінці 2019 – на початку 2020 року). Крім того, обмеження наявної мережевої інфраструктури впливають на нормальну роботу Дністровської ГАЕС (тобто на роботу гідроагрегатів станції у насосному режимі).

Без наявності обмежуючих чинників не обходиться і робота Ташлицької ГАЕС, котра може працювати при рівнях нижнього б'єфу 15,50-16,50 м і верхнього 92-101,50 м в турбінному режимі одним гідроагрегатом лише 3 год. 33 хв або ж двома гідроагрегатами – 1 год. 47 хв. А у насосному режимі одним гідроагрегатом – до 3 год. 51 хв. або ж двома – до 1 год. 56 хв

При зниженні відмітки нижнього б'єфа з рівня 15,5 м до 14,5 м (найсуттєвішим чинним є засушливий мікроклімат в околі басейну р. Південний Буг) тривалість роботи Ташлицької ГАЕС як в насосному, так і турбінному режимі зменшується на 20 %. На режими роботи Ташлицької ГАЕС впливають й умови роботи верхнього б'єфу, коли на позначках 93–94,5 м частково забороняються пуски гідроагрегатів в турбінному режимі (не більше 1 разу на тиждень), а при позначках 94,5–101,5 м забороняються пуски гідроагрегатів і в насосному режимі.

Введення третього гідроагрегату Ташлицької ГАЕС за наведених вище умов роботи, позначок і накладених обмежень з боку нижнього та верхнього б'єфів (наразі жодних проєктів по їх збільшенню не представлено) де-факто не впливає на режими роботи енергосистеми.

За таких умов третій гідроагрегат буде використовуватись як резервний, коли будуть проводитися ремонти на першому і другому гідроагрегатах.

З початком функціонування ринку електричної енергії за оновленої моделі практично постійно існують значні розбіжності між торговими графіками та графіками фізичного відпуску/відбору електричної енергії (чого практично не було за попередньої моделі ринку), що найбільше вплинуло на режими роботи ГЕС та ГАЕС. Крім того робота більшості ГАЕС зосереджена, в основному, на такому сегменті ринку як балансуєчий ринок.

Відповідно, збільшилась кількість диспетчерських команд для ГЕС та ГАЕС на зміну потужності з метою підтримання балансу в енергетичній системі. Водночас ГЕС продовжують брати участь в автоматичному та ручному регулюванні частоти і потужності, а також в регулюванні напруги та реактивної потужності, забезпечуючи балансування в ОЕС України, у тому числі і для компенсації небалансів, створених виробниками з ЕНП – електростанції з негарантованою потужністю.

За командами чергового диспетчера НЕК «Укренерго» (в основному у періоди з високим рівнем забезпеченості первинними енергетичними ресурсами генеруючих потужностей ВДЕ) після вичерпання всіх балансуєчих можливостей у 2021 році близько 90 разів обмежувалася робота генеруючих потужностей ВДЕ (потужністю від 365 до 2 385 МВт), а у 2020 році та у 2019 році 20 разів (потужністю від 212 до 1 656 МВт) та 2 рази відповідно (потужністю 250-300 МВт).

У наступні роки ця тенденція буде зберігатися.

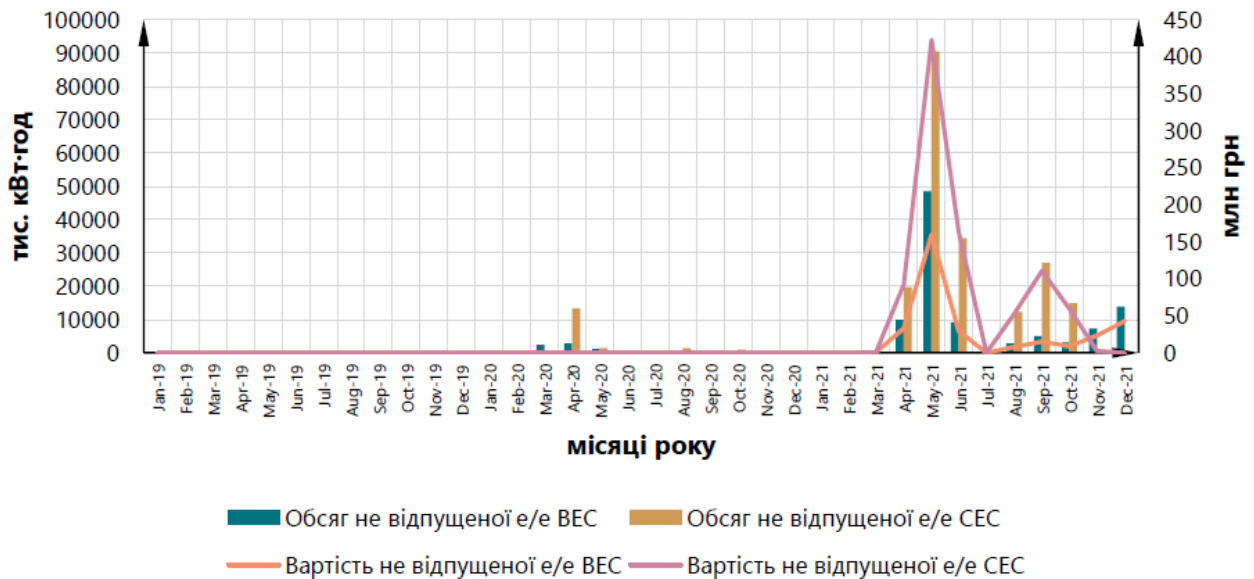


Рисунок 6 – Динаміка обсягів та вартості обмежень виробництва на ВДЕ в ОЕС України у період 2019–2021 рр.

Станом на 31.12.2021 р. встановлена потужність об'єктів ВДЕ в ОЕС України, які безпосередньо підключені до мереж і відпускають електричну енергію, становила:

- ВЕС — 1 529 МВт;
- СЕС — 6 365,3 МВт (у тому числі, СЕС домогосподарств 1 205,3 МВт);
- БіоЕС — 254,2 МВт;
- М ГЕС — 192,9 МВт.

Але, як показано на рис. 3, після початку війни внаслідок захоплення окупантами та бомбардуваннями встановлена потужність об'єктів ВДЕ суттєво зменшилась.

Песимістична траєкторія розвитку української енергетики з урахуванням інтеграції ВДЕ в міру їх розбудови передбачає в ППВУЕ-ВД подолання наслідків руйнації уже створених відновлювальних джерел від бомбардувань російськими агресорами станом на червень 2022 року.

Ще раз нагадуємо, що майже вся інформація, що викладена вище, нами почерпнута з роботи [2].

Але, як показала Ольга Буславець в своїй роботі [4] на діаграмі, яку і ми перенесли на ці сторінки (рисунок 7), станом на початок лютого 2023 року реальні наслідки руйнацій енергетичної інфраструктури України від бомбардувань російськими агресорами виявились суттєво більшими. І та ж таки Ольга Буславець у своїй роботі [5] показала, що станом на початок березня 2023 року цифри цих втрат ще більше зросли.

Та як показав наш аналіз, навіть песимістичний варіант проєкту «ПЛАНУ ВІДНОВЛЕННЯ УКРАЇНИ: ЕНЕРГЕТИКА» в напрямку інтеграції в енергетику її відновлювальних джерел необхідно корегувати не лише тому, що потрібно враховувати більш значні наслідки руйнування енергетичної інфраструктури України, викликані бомбардуваннями російських агресорів, а ще й тому, що в проєкті цього плану ще не знайшли відображення пропозиції побудови замість частини зруйнованих блоків теплових електростанцій 20 атомних малих модульних реакторів (ММР), сформульовані Германом Галущенком та Мирославом Ілляшем в роботах [6], [7], на неналежному рівні враховані пропозиції Максима Тімченка про створення до 2030 року 30 ГВт потужностей ВДЕ, озвучені ним в Давосі на форумі та оприлюднені в роботі [8], і зовсім немає пропозицій з впровадження таких перспективних видів ВДЕ, якими є системи трубопровідних міні-гідроелектростанцій вздовж течій гірських річок (мГЕС), системи приколійних міні-вітрових електростанцій від вітрових потоків залізничних потягів (мВЕС), теорія яких розроблена в роботах [9-14], та системи хвильових міні-гідроелектростанцій (хГЕС) вздовж причорноморського узбережжя.

А тому навіть песимістичну траєкторію проєкту плану відновлення енергетики України, запропонованого в роботі [2], необхідно суттєво корегувати

РІК НЕЗЛАМНОСТІ

Енергосистема України пережила:

Українська енергетика протягом усього року піддавалась обстрілам зі сторони рф.

14
масованих ракетних атак

17
масованих атак БПЛА

255
ударів по об'єктах

Внаслідок атак Україна тимчасово втратила:

90%
Вітрова генерація

75%
Потужності ТЕС

44%
Атомна генерація

33%
Блочні ТЕЦ

30%
Сонячна генерація

\$6,8 млрд
оцінка збитків енергетичної інфраструктури

Рисунок 7. Втрати і збитки

Виявив наш аналіз і те, що немає у цьому проєкті плану пропозицій, присвячених агрегації ВДЕ з акумуляторами електроенергії (АЕЕ) різних типів, серед яких у проєкті плану навіть не згадується такий перспективний вид акумуляції електроенергії, яким є повітряні акумулюючі електростанції (ПАЕС), теорія яких розроблена в роботах [15-18], а коштів і часу на спорудження яких потрібно набагато менше, ніж на спорудження рівновеликих їм по потужності ГАЕС.

Виявив наш аналіз і відсутність використання в ППВУЕ-ВД напрацювань наукової школи професора П. Д. Лежнюка, з якими можна ознайомитись по роботах [19-25].

Але особливо дивним є той факт, що в ППВУЕ-ВД не відчувається використання напрацювань в галузі ВДЕ, зроблених науковцями, що публікувались в статтях основного наукового журналу Інституту відновлюваної енергетики НАНУ.

Ну і завершимо ми наш аналіз ППВУЕ-ВД констатацією факту, що в цьому проєкті не враховані напрацювання закордонних фахівців – ні в напрямку використання хГЕС, ні в напрямку використання трубопровідних мГЕС, ні в напрямку використання приколійних мВЕС, ні в напрямку використання агрегації ВДЕ з АЕЕ різних типів, а також поясненням, чому при здійсненні аналізу одночасно вживались і термін «відновлювальна енергетика» і термін «відновлювана енергетика» – це обумовлено тим, що автори монографії вважають правильним термін «відновлювальна енергетика», але в роботах, які аналізувались, використано термін «відновлювана енергетика», тож в залежності від того, хто є автором приведеної інформації, використовувався і відповідний термін.

1.3. Висновки та постановка задач дослідження

В результаті аналізу проєкту «ПЛАНУ ВІДНОВЛЕННЯ УКРАЇНИ: ЕНЕРГЕТИКА» виявлено, що:

- ППВУЕ в цілому розроблено за матеріалами, що характеризують стан енергетики України до початку вторгнення російських окупантів на територію нашої держави та у перші кілька місяців після вторгнення і по факту не відповідають її стану, суттєво зміненому внаслідок бомбардувань російськими агресорами енергетичної інфраструктури навіть уже через рік, тож за цими даними прогнозування процесів відновлення і розвитку як енергетики України в цілому, так і її відновлювальних джерел на наступні роки втрачає сенс ;
- увесь цифровий матеріал як в ППВУЕ, так і в ППВУЕ-ВД подано в детермінованих таблицях і діаграмах, що не вписуються ні в

ідеологію воєнного сьогодення з її втратами, ні в ідеологію системного аналізу з його прив'язкою до математичних моделей процесів, заданих в аналітичній формі, та врахуванням невизначеностей, заданих у ймовірнісно-статистичній формі чи у вигляді баз знань, створених в полі лінгвістичних змінних;

- наявних матеріалів як в ППВУЕ, так і в ППВУЕ-ВД недостатньо для оптимізації процесів прогнозування відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в наступні роки.

Отже в процесі системного аналізу стану та процесів відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел постає необхідність, в додаток до уже здійсненого аналізу створених планів оцінки стану та перспектив відновлення і розвитку, в розв'язанні ще й таких наукових завдань:

- побудувати математичні моделі для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах;

- розробити метод корекції математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел з врахуванням умов воєнного сьогодення;

- синтезувати авторегресійні математичні моделі для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел з врахуванням умов воєнного сьогодення;

- визначити множину критеріїв для системної оптимізації процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»;

- розробити метод оптимізації процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»;

- розробити програмне забезпечення для обчислення критеріальних інтегралів у формі інтегралів Лебега і Стілтєса, придатних для розв'язання оптимізаційних задач в полі функцій, визначених на множині міри «нуль»;

- розробити метод трансформації математичних моделей, заданих на множині міри «нуль», в множину неперервних функцій.

Розділ 2. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики України в цілому та її відновлювальних джерел з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах

2.1. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики України в цілому з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах

В роботі, присвяченій плануванню відновлення та розвитку енергетики України [2], як ми уже відмічали в першому розділі, її автори запропонували три варіанти моделі для різних сценаріїв: сценарію максимуму економічної ефективності (СМЕЕ), референтного сценарію (РС) та сценарію кліматично нейтральної економіки (СКНЕ). Графічно моделі цих варіантів у вигляді діаграм представлені на рис. 8 для відновлення та розвитку потужностей генерації електричної енергії, а на рис. 9 для відновлення та розвитку обсягів споживання електричної енергії.

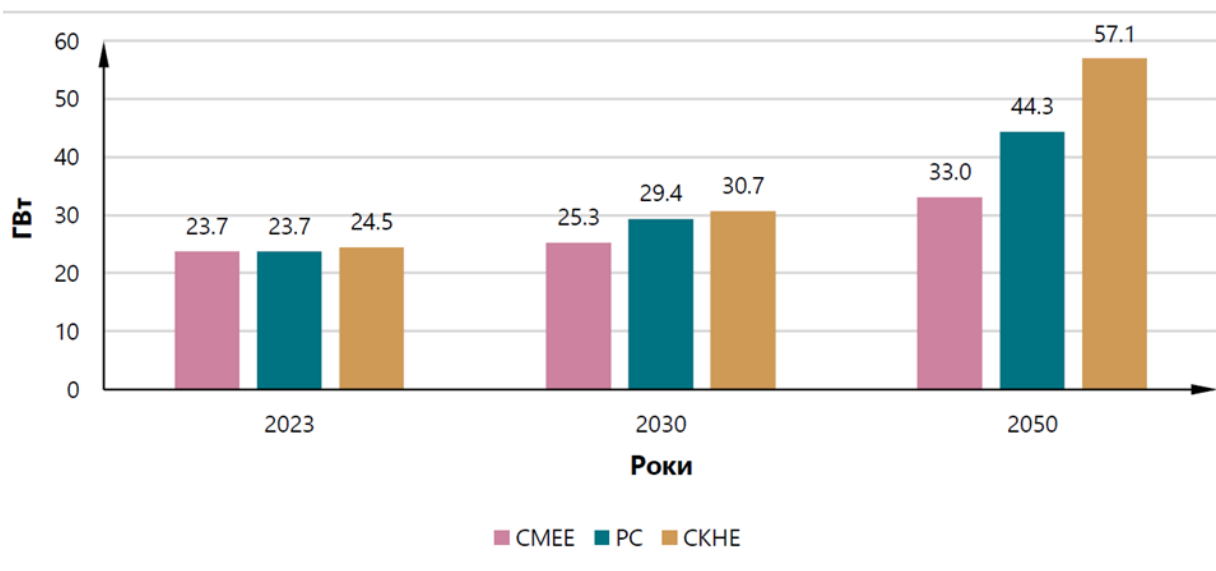


Рисунок 8 – Прогнозний максимум навантаження споживачів за сценаріями СМЕЕ, РС та СКНЕ на 2023, 2030 та 2050 роки (без урахування потужності технологій «Power-to-X»), який в задачі системного аналізу може бути прирівняним до прогнозного максимуму потужностей генерації електричної енергії усіма її джерелами

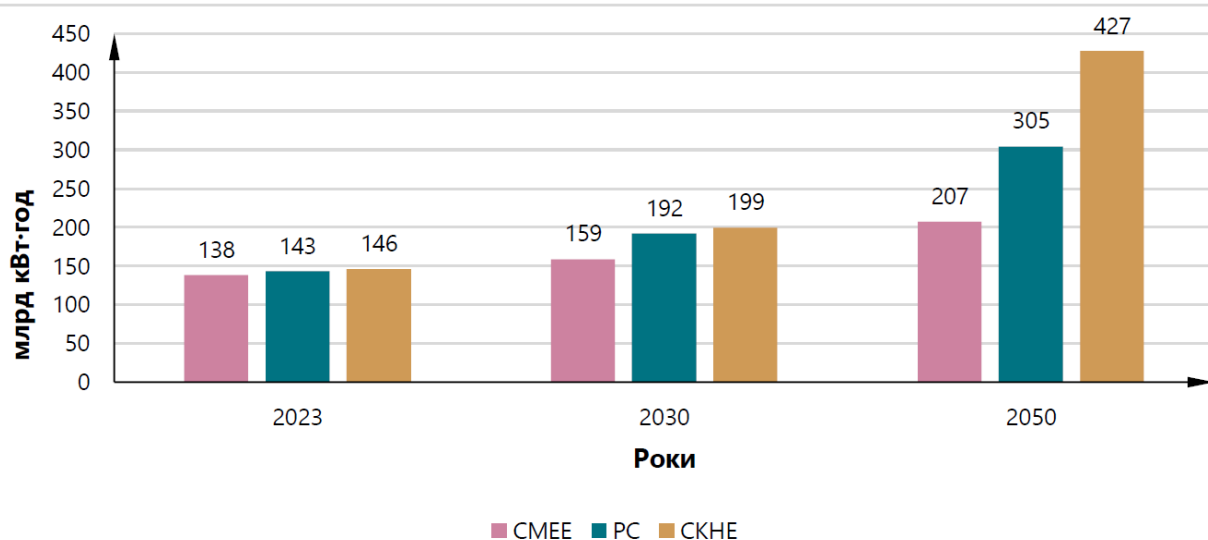


Рисунок 9 – Прогнозний попит на електричну енергію в Україні за сценаріями CMEE, PC та СКНЕ на 2023, 2030 та 2050 роки

І першим, що впадає у вічі під час аналізу цих варіантів, є те, що вони запропоновані в детермінованій інтерпретації, що ніяк не узгоджується з реаліями воєнного сьогодення з його погано передбачуваними наслідками ворожих бомбардувань енергетичної інфраструктури України та не менш погано передбачуваними обсягами надходжень коштів і обладнання, необхідних для відновлення та подальшого розвитку цієї інфраструктури у воєнний та післявоєнний періоди, тривалість яких нині також є погано передбачуваною. А тому усі три варіанти моделей відновлення та розвитку енергетики України, що запропоновані в роботі, потребують корекції.

А другою обставиною, що впадає у вічі під час аналізу варіантів, запропонованих в роботі [2], є те, що вони стартують з 2023 року з врахуванням лише того, що (як показано на рис.3, теж взятого з роботи [2] разом з цитатою): «Близько 4% генеруючої потужності зруйновано під час бойових дій, ще 35% потужності знаходиться на окупованих територіях. Зокрема, найбільша в Європі АЕС (Запорізька) працює в енергосистемі України, але знаходиться під постійним тиском російських окупантів. Виробнича потужність цієї станції складає 6000 МВт, або 43% від загальної потужності усіх українських атомних електростанцій. Загалом зруйновано або знаходяться на окупованих територіях близько 50% теплової генерації, 30% сонячної генерації та понад 90% вітрогенерації» – кінець цитати.

Але, як відомо, нині із ЗАЕС в енергосистему України електроенергія не поступає зовсім і невідомо в якому стані вона повернеться в енер-

гетичну інфраструктуру нашої держави після видворення російських окупантів.

А отже, і як ми це уже відзначали в першому розділі з посиланням на інформацію від экс-міністра енергетики України Ольги Буславець, яку вона щотижня оновлює [4],[5], стан енергетичної структури України у 2023 році був суттєво гіршим, ніж це враховано в роботі [2]. А тому детерміновані моделі процесу відновлення та розвитку енергетики України, що запропоновані в роботі [2], потребують корекції ще і з цієї причини.

Тож для досягнення мети нашого дослідження необхідно синтезувати математичні моделі процесу відновлення та розвитку електроенергетики України, наближені до реалій воєнного сьогодення, для реалізації яких потрібно спочатку трансформувати детерміновані моделі процесу відновлення та розвитку енергетики України, запропоновані в роботі [2] у формі діаграм, які для наочності і зручності у використанні відтворені нами на рис. 8 та рис.9, в математичні моделі, виражені функціонально, які, як легко бачити з цих рисунків, мають параболічний характер, а ці параболи в загальному вигляді, якщо початок відліку у 2023 році прийняти за нуль по осі часу t , а час вимірювати в кварталах, можуть бути заданими у формі

$$y_i(t) = a_i + b_i t + c_i t^2, \quad i = 0, 1, 2 \quad (2.1)$$

для діаграми, приведеної на рис. 8, та у формі

$$w_i(t) = d_i + e_i t + g_i t^2, \quad i = 0, 1, 2 \quad (2.2)$$

для діаграми, приведеної на рис.9.

У моделях (2.1),(2.2): індекс $i = 0$ – варіант СМЄЕ, індекс $i = 1$ – варіант РС, індекс $i = 2$ – варіант СКНЕ, y_i – максимум навантаження споживачів, прирівняний до максимуму потужності генерації електроенергії усіма її джерелами, вимірюваної в ГВт, w_i – попит на електричну енергію усіма її споживачами, вимірюваний в млрд. кВт·год.

Оскільки математичні моделі (2.1),(2.2) задані в детермінованій формі, то для обчислення їх параметрів $p_i = \{a_i, b_i, c_i, (i = 0, 1, 2)\}$ та параметрів $q_i = \{d_i, e_i, g_i, (i = 0, 1, 2)\}$ по кожному з варіантів необхідно розв'язувати задачу інтерполяції [26], яка у нашому випадку зводиться до розв'язання системи трьох алгебраїчних рівнянь з трьома невідомими, заданими у формі

$$Tp_i = y_i, \quad i = 0, 1, 2 \quad (2.3)$$

$$Tq_i = w_i, \quad i = 0, 1, 2 \quad (2.4)$$

в яких (з врахуванням того, що по відношенню до 2023 року рік 2030, виражений в кварталах, становитиме $(2030 - 2023) \cdot 4 = 28$, а рік 2050, виражений в кварталах, становитиме $(2050 - 2023) \cdot 4 = 108$):

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 28 & 28^2 \\ 1 & 108 & 108^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 28 & 784 \\ 1 & 108 & 11664 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$p_i = \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix}, \quad i = 0, 1, 2, \quad q_i = \begin{bmatrix} d_i \\ e_i \\ g_i \end{bmatrix}, \quad i = 0, 1, 2, \quad (2.6)$$

$$y_0 = \begin{bmatrix} 23.7 \\ 25.3 \\ 33.0 \end{bmatrix}, \quad y_1 = \begin{bmatrix} 23.7 \\ 29.4 \\ 44.3 \end{bmatrix}, \quad y_2 = \begin{bmatrix} 24.5 \\ 30.7 \\ 57.1 \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$w_0 = \begin{bmatrix} 138.0 \\ 159.0 \\ 207.0 \end{bmatrix}, \quad w_1 = \begin{bmatrix} 143.0 \\ 192.0 \\ 305.0 \end{bmatrix}, \quad w_2 = \begin{bmatrix} 146.0 \\ 199.0 \\ 427.0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Як відомо, у тому числі і з роботи [26], розв'язок рівнянь (2.3), (2.4) має вигляд:

$$p_i = T^{-1} y_i, \quad i = 0, 1, 2 \quad (2.9)$$

$$q_i = T^{-1} w_i, \quad i = 0, 1, 2 \quad (2.10)$$

де T^{-1} — матриця, обернена до матриці T , заданої виразом (2.5).

Знаходити розв'язки (2.9), (2.10) матричних рівнянь (2.3), (2.4) ми будемо за допомогою комп'ютерної програми 1, складеної мовою Python з використанням методичних рекомендацій, наведених в роботах [27], [28], [29].

Ця комп'ютерна програма має вигляд:

Програма 1:

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: T=symbols('T')
In [4]: p=symbols('p:3')
In [5]: a=symbols('a:3')
In [6]: b=symbols('b:3')
In [7]: c=symbols('c:3')

In [8]: y=symbols('y:3')
In [9]: q=symbols('q:3')
In [10]: d=symbols('d:3')
In [11]: e=symbols('e:3')
In [12]: g=symbols('g:3')
In [13]: w=symbols('w:3')
In [14]: q0=Matrix([[d[0]], [e[0]], [g[0]]])
```

```

In [15]: q1=Matrix([[d[1]], [e[1]], [g[1]]])
In [16]: q2=Matrix([[d[2]], [e[2]], [g[2]]])
In [17]: p0=Matrix([[a[0]], [b[0]], [c[0]]])
In [18]: p1=Matrix([[a[1]], [b[1]], [c[1]]])
In [19]: p2=Matrix([[a[2]], [b[2]], [c[2]]])
In [20]: w0=Matrix([[138.0], [159.0], [207.0]])
In [21]: w1=Matrix([[143.0], [192.0], [305.0]])
In [22]: w2=Matrix([[146.0], [199.0], [427.0]])
In [23]: y0=Matrix([[23.7], [25.3], [33.0]])
In [24]: y1=Matrix([[23.7], [29.4], [44.3]])
In [25]: y2=Matrix([[24.5], [31.7], [57.1]])
In [26]: T=Matrix([[1,0,0], [1,28,784],
                  [1,108,11664]])
In [27]: T1=T**(-1)
In [28]: q0=T1*w0
In [29]: q1=T1*w1
In [30]: q2=T1*w2
In [31]: p0=T1*y0
In [32]: p1=T1*y1
In [33]: p2=T1*y2
In [34]: t= symbols('t')

In [35]: w0t=Function('w0t')(t)
In [36]: w1t=Function('w1t')(t)
In [37]: w2t=Function('w2t')(t)
In [38]: y0t=Function('y0t')(t)
In [39]: y1t=Function('y1t')(t)
In [40]: y2t=Function('y2t')(t)
In [41]: y0t=p0[0]+p0[1]*t+p0[2]*t**2
In [42]: print(y0t)
In [43]: y1t=p1[0]+p1[1]*t+p1[2]*t**2
In [44]: print(y1t)
In [45]: y2t=p2[0]+p2[1]*t+p2[2]*t**2
In [46]: print(y2t)
In [47]: plot(y0t,y1t,y2t,(t,0,108))
In [48]: w0t=q0[0]+q0[1]*t+q0[2]*t**2
In [49]: print(w0t)
In [50]: w1t=q1[0]+q1[1]*t+q1[2]*t**2
In [51]: print(w1t)
In [52]: w2t=q2[0]+q2[1]*t+q2[2]*t**2
In [53]: print(w2t)
In [54]: plot(w0t,w1t,w2t,(t,0,108))

```

Кінець програми обчислення розв'язків (2.9), (2.10) для математичної моделі, заданої в загальному вигляді виразами (2.1), та для математичної моделі, заданої в загальному вигляді виразами (2.2).

В результаті виконання команд `print( )` програми результати набувають вигляду:

$$y0t = 0.000362103174603175*t**2 + 0.0470039682539683*t + 23.7 \quad (2.11)$$

$$y1t = -0.000160383597883598*t**2 + 0.208062169312169*t + 23.7 \quad (2.12)$$

$$y2t = 0.000558862433862434*t**2 + 0.241494708994709*t + 24.5 \quad (2.13)$$

$$w0t = -0.00138888888888889*t**2 + 0.78888888888889*t + 138.0 \quad (2.14)$$

$$w1t = -0.003125*t**2 + 1.8375*t + 143.0 \quad (2.15)$$

$$w2t = 0.00886243386243386*t**2 + 1.644708994709*t + 146.0 \quad (2.16)$$

Графічна інтерпретація цих розв'язків в результаті виконання команд `plot( )` програми показана на рис. 10.

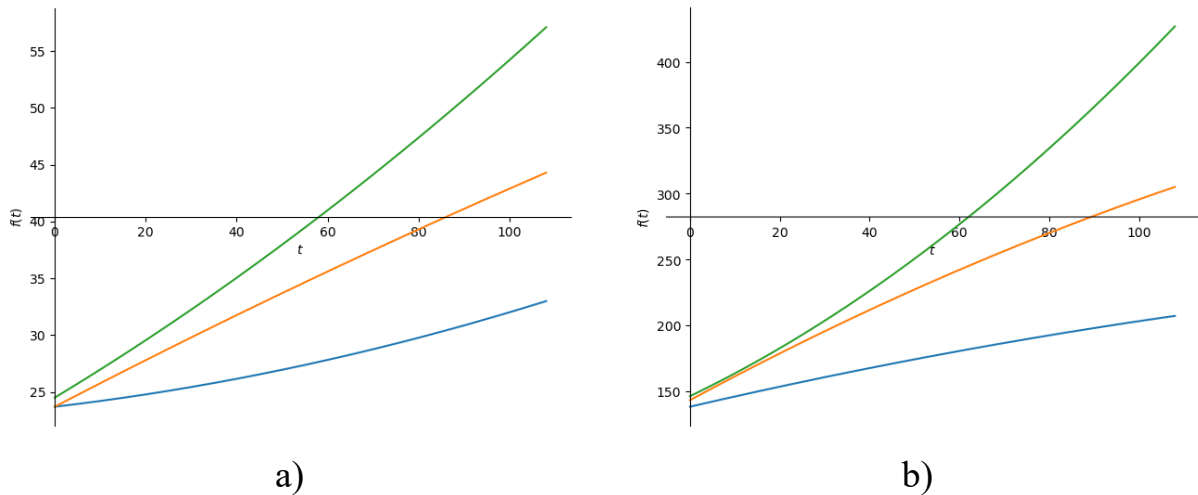


Рисунок 10 – Графіки математичних моделей прогнозного зростання максимуму навантаження споживачів (а) та прогнозного зростання попиту на електричну енергію (б) в Україні за сценаріями СМЕЕ, РС та СКНЕ на період з 2023 по 2050 роки при вимірюваннях часу в річних кварталах

2.2. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку джерел відновлювальної енергетики в Україні з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах

В даному підрозділі знову ж таки з метою створення умов для синтезу математичних моделей процесів відновлення та розвитку джерел відновлювальної енергетики, наближених до реалій воєнного сьогодення, ми спочатку трансформуємо детерміновані дані із таблиць та графіків, що характеризують ВДЕ, взяті із роботи [2] в аналітичні математичні моделі.

Але в якості ВДЕ ми розглядатимемо не лише сонячні електростанції (СЕС), вітрові електростанції (ВЕС) та біогазові електростанції (БіоЕС), як це визначено в роботі [2], але і гідралічні електростанції (ГЕС) та гідроакумуючі електростанції (ГАЕС), які в роботі [2] до складу ВДЕ не включені, а розглядаються окремо від ВДЕ, хоча по своїй природі такими є.

Отже почнемо виклад матеріалу цього розділу із повторення оприлюдненої в роботі [2] інформації, що станом на 31.12.2021 року Україна мала 56,247 ГВт генеруючих електроенергію потужностей, із яких 11,2% припадало на ГЕС та ГАЕС, а 14,5% припадало на ВЕС, СЕС та БіоЕС, причому пікова потужність ГЕС та ГАЕС становила 4837 МВт плюс 192,9 МВт додавали ще й мікро-, міні- та малі ГЕС, а пікова потужність ВЕС, СЕС та БіоЕС становила відповідно 1528 МВт, 6365,3 МВт та 254,2

МВт. А у 2022 році планувалось увести в дію ще 152 МВт другої черги на Ташлицькій ГАЕС, 972 МВт третьої черги на Дністровській ГАЕС, а також наростити на 1,54 МВт потужності ВЕС, СЕС та БіоЕС. Але війна, яку розпочали у лютому 2022 року російські агресори, не лише зупинила плановий приріст генеруючих потужностей ВДЕ, але й, як показано у тій же таки роботі [2], привела станом на 2023 рік, яким починається нульовий в часі відлік процесу відновлення і розвитку ВДЕ згідно з «Проектом Плану відновлення України. Енергетика», до втрат уже наявних генеруючих потужностей в розмірі 7% від 4837 МВт стосовно ГЕС та ГАЕС, в розмірі 32% від 8067 МВт стосовно СЕС та в розмірі 94% від 1583 МВт стосовно ВЕС.

Отже, як витікає з даних таблиці 2.1, взятої з роботи [2], через втрати, викликані бомбардуванням та окупацією, навіть песимістичний варіант нарощення потужностей ГЕС та ГАЕС, обумовлений в «Проекті Плану відновлення України. Енергетика», реалізованим бути не може, особливо ще й на фоні додаткових втрат, про які йде мова в роботах Ольги Буславець [4], [5].

Таблиця 2.1

Можливості розвитку генеруючих потужностей великої гідроенергетики за сценаріями, ГВт

Сценарії	2023	2025	2030	2035	2040	2050
Песимістичний, у тому числі:	6,75	6,85	6,85	7,25	7,25	7,25
- ГЕС	4,8	4,9	4,9	5,0	5,0	5,0
- ГАЕС	1,99	1,99	1,99	2,25	2,25	2,25
Оптимістичний, у тому числі:	6,75	7,15	8,6	9,82	10,24	10,37
- ГЕС	4,8	4,9	5,2	5,45	5,87	6,0
- ГАЕС	1,99	2,25	3,4	4,37	4,37	4,37

А як витікає з даних таблиці 2.2, теж взятої із роботи [2], внаслідок тих же причин навіть песимістичний варіант нарощення потужностей ВЕС, СЕС та БіоЕС, обумовлений в «Проекті Плану відновлення України. Енергетика», теж реалізованим бути не може.

Таблиця 2.2:

*Можливості розвитку відновлюваної енергетики за сценаріями, ГВт**

Сценарії	2023	2025	2030	2035	2040	2050
Песимістичний:						
- СЕС	6,8	7,2	8,2	8,2	9,2	13
- ВЕС	2,8	3,3	4,3	4,7	4,4	7
- Станції на біопаливі	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
Оптимістичний:						
- СЕС	8,25	9,2	12	18,5	35,3	58,6
- ВЕС	3,5	5,2	8	11,7	20	32
- Станції на біопаливі	0,3	0,9	2,4	3,9	5,2	7,9

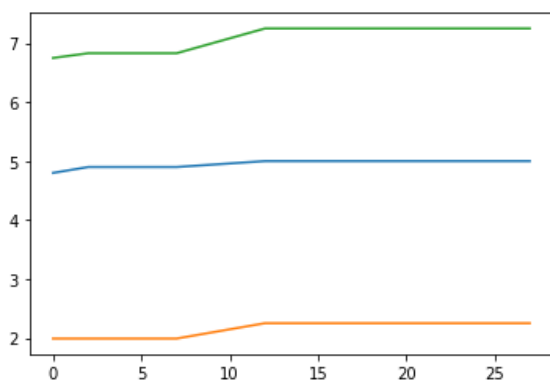
На рис. 11 ці песимістичні варіанти, що запропоновані в таблицях 2.1 та 2.2, за допомогою ППП numpy та графічного редактора matplotlib, створених мовою Python, нами продемонстровані графічно, для чого використано програму 2, розроблену з використанням рекомендацій, приведених в роботах [27], [28], [29]. Отже

Програма 2:

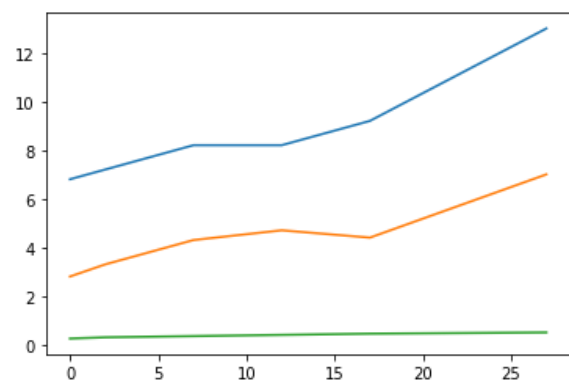
```
In [1]: import numpy as np
In [2]: L1=[0,2,7,12,17,27]
In [3]: x=np.array (L1);x
Out[3]: array([ 0,  2,  7, 12, 17, 27])
In [4]: L2=[4.8,4.9,4.9,5.0,5.0,5.0]
In [5]: def f1(x):
            return L2
In [6]: f1(x)
Out[6]: [4.8, 4.9, 4.9, 5.0, 5.0, 5.0]
In [7]: L3=[1.99,1.99,1.99,2.25,
            2.25,2.25]
In [8]: def f2(x):
            return L3
In [9]: f2(x)
Out[9]: [1.99, 1.99, 1.99, 2.25, 2.25, 2.25]
In [10]: L4=[6.75,6.83,6.83,7.25,
            7.25,7.25]
In [11]: def f3(x):
            return L4
In [12]: f3(x)
Out[12]: [6.75, 6.83, 6.83, 7.25, 7.25, 7.25]
```

```
In [13]: L5=[6.8,7.2,8.2,8.2,9.2,13.0]
In [14]: def f4(x):
            return L5
In [15]: f4(x)
Out[15]: [6.8, 7.2, 8.2, 8.2, 9.2, 13.0]
In [16]: L6=[2.8,3.3,4.3,4.7,4.4,7.0]
In [17]: def f5(x):
            return L6
In [18]: f5(x)
Out[18]: [2.8, 3.3, 4.3, 4.7, 4.4, 7.0]
In [19]: L7=[0.25,0.3,0.35,
            0.4,0.45,0.5]
In [20]: def f6(x):
            return L7
In [21]: f6(x)
Out[21]: [0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45, 0.5]
In [22]: import matplotlib.pyplot as plt
In [23]: plt.plot(x,f1(x),x,f2(x),x,f3(x))
In [24]: plt.plot(x,f4(x),x,f5(x),x,f6(x))
```

Кінець програми 2.



а)



б)

Рисунок 11 – Графіки процесів песимістичного розвитку потужностей ГЕС, ГАЕС (а) та СЕС, ВЕС, БіоЕС (б) в ГВт за 27 років в період з 2023 по 2050 роки

Оскільки СЕС і ВЕС для балансування режимів роботи електроенергетичної системи взимку в ранковому та вечірньому піках навантаження використані бути не можуть, бо темно і в морозну погоду, як правило, немає вітру, то вироблену ними електроенергію в години, коли світить сонце і дме вітер, що приводить до профіциту електроенергії в електроенергетичній системі у ці години потрібно акумулювати у вигляді, придатному для використання під час пікових навантажень на електроенергетичну систему. В «Проекті Плану відновлення України. Енергетика» пропонується використовувати в якості технологій акумуляції електроенергії, виробленої на СЕС та ВЕС, технологію «Power to Power» у варіанті «Power to Gas», за якою шляхом електролізу вода розкладається на водень і кисень, що зберігаються в об'ємних ємностях біля теплових електростанцій, здатних працювати з використанням водню як палива замість природного газу. В підтвердження такого висновку приведемо цитату з роботи [2]: «Це робить недоцільним використання технологій перенесення потужності типу «Power to Power» (технології, на кшталт, ГАЕС, СНЕ та подібних), а єдиною можливістю ліквідації профіцитів енергії є або обмеження потужності ВДЕ, або впровадження технологій типу «Power-to-X». Тому, більша частина цього «надлишку» в цих сценаріях використовується для виробництва «зеленого» водню, який за прийнятих припущень використовується для виробництва електричної енергії» – кінець цитати.

В цьому ж «Проекті Плану відновлення України. Енергетика» прогнозується, яким може бути профіцит електроенергії по роках у період з 2023 по 2050 роки, що відображають графіки, котрі перенесені нами з роботи [2] на наш рис. 12.

Розрахункові обсяги обмежень виробництва електричної енергії на ВЕС та СЕС та використання профіцитів електричної енергії (за допомогою технологій «Power to Gas») за сценаріями

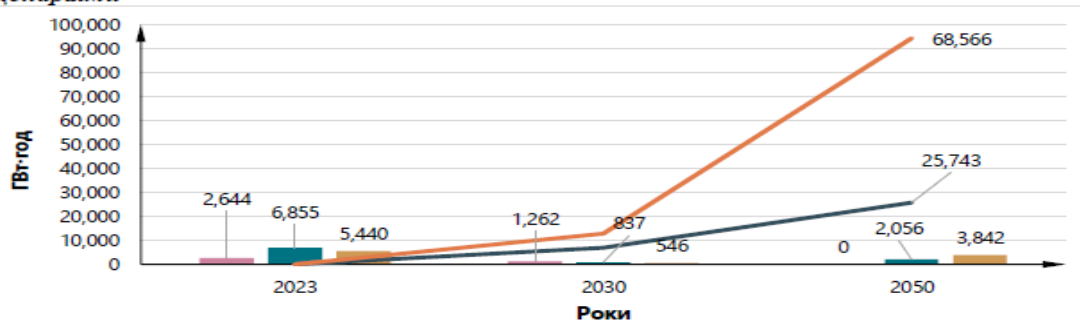


Рисунок 12 – Графіки процесів нарощення виробництва електроенергії ВДЕ (верхня ломана) та використання частини її для виробництва «зеленого водню» (нижня ломана)

Цими графіками ми завершуємо вступну частину цього підрозділу і перейдемо до розв’язання задачі трансформації заданих в роботі [2] діаграмами, графіками і таблично детермінованих математичних моделей процесу відновлення та розвитку джерел відновлювальної електроенергетики України до їх структурного вираження у вигляді аналітичних виразів,

Отже, розглядатимемо процес відновлення і розвитку ВДЕ, починаючи з нульової відмітки часу у 2023 році. Але, якщо, синтезуючи детерміновані моделі процесу відновлення та розвитку електроенергетики України в цілому, ми кінцеву точку цього процесу визначали 2030 роком, то, синтезуючи моделі процесу відновлення і розвитку ВДЕ, ми з врахуванням прогнозних особливостей, в якості кінцевої точки процесу визначимо 2033 рік. А це в разі вимірювання часу в річних кварталах дозволяє нам при синтезі математичних моделей у період з 2023 по 2033 роки використовувати 41 точку на осі часу.

А далі, виходячи з графіків, приведених на рис. 11, уведемо умову, що в 2033 році сумарні потужності ГЕС, ГАЕС, СЕС, ВЕС та БіоЕС досягнуть рівня, який можна оцінити, як:

$$\begin{cases} P_{\text{ГЕС(к)}} = 5,0 \text{ ГВт} = y_{1\text{к}}, \\ P_{\text{ГАЕС(к)}} = 2,3 \text{ ГВт} = y_{2\text{к}}, \\ P_{\text{СЕС(к)}} = 8,3 \text{ ГВт} = y_{3\text{к}}, \\ P_{\text{ВЕС(к)}} = 4,6 \text{ ГВт} = y_{4\text{к}}, \\ P_{\text{БіоЕС(к)}} = 0,5 \text{ ГВт} = y_{5\text{к}} \end{cases} \quad (2.17)$$

А щодо сумарних потужностей ГЕС, ГАЕС, СЕС, ВЕС та БіоЕС у початковому 2023 році, то з врахуванням інформації, про рівні і втрати цих потужностей, що викликані, починаючи з лютого 2022 року, бомбардуваннями та окупацією агресивною сусідньою державою, їх можна прийнятими рівними:

$$\begin{cases} P_{\text{ГЕС(п)}} = 4,44 \text{ ГВт} = y_{1\text{п}}, \\ P_{\text{ГАЕС(п)}} = 1,86 \text{ ГВт} = y_{2\text{п}}, \\ P_{\text{СЕС(п)}} = 4,3 \text{ ГВт} = y_{3\text{п}}, \\ P_{\text{ВЕС(п)}} = 0,1 \text{ ГВт} = y_{4\text{п}}, \\ P_{\text{БіоЕС(п)}} = 0,18 \text{ ГВт} = y_{5\text{п}} \end{cases} \quad (2.18)$$

Із графіків, приведених на рис. 11 легко бачити, що коефіцієнти $k_i, i = 1, 2, \dots, 5$ приростів потужностей ГЕС, ГАЕС, СЕС, ВЕС та БіоЕС на відрізок часу з 2023 по 2033 роки, вираженому у річних кварталах, можна знайти, використавши вираз

$$k_i = \frac{1}{41} (y_{i\text{к}} - y_{i\text{п}}), \quad i = 1, 2, \dots, 5 \quad (2.19)$$

Тож, підставляючи відповідні значення із виразів (2.17),(2.18) у вираз (2.19), знайдемо, що

$$k_1 = 0,016; k_2 = 0,011; k_3 = 0,1; k_4 = 0,11; k_5 = 0,01 \quad (2.20)$$

Отже з врахуванням характеру кривих, зображених на рис.11, та характеру сумарної кривої, зображеної на рис.12, наближено в детермінованому варіанті на відрізку часу з 2023 по 2033 роки, вираженому у річних кварталах, прирости потужностей ГЕС, ГАЕС, СЕС, ВЕС та БіоЕС можна відобразити лінійними моделями, які з врахуванням чисельно визначених за виразами (2.17)-(2.20) їх параметрів матимуть вигляд:

$$\begin{cases} y_1(t) = 4,44 + 0,016 t, \\ y_2(t) = 1,86 + 0,011 t, \\ y_3(t) = 4,30 + 0,10 t, \\ y_4(t) = 0,10 + 0,11 t, \\ y_5(t) = 0,18 + 0,01 t \end{cases} \quad (2.21)$$

2.3. Висновки

В другому розділі розв'язана друга із поставлених задач для системного аналізу стану та процесів відновлення і перспективного розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел, тобто, синтезовані детерміновані математичні моделі для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел у вигляді аналітичних структур з використанням бази даних, закладеної в уже створених планах у формі детермінованих графіків, таблиць і діаграм.

При викладенні результатів розв'язання цієї задачі в монографії були використані матеріали, опубліковані в роботах авторів [30], [31], [32].

Розділ 3. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в умовах воєнного сьогодення

3.1. Обґрунтування методу врахування умов воєнного сьогодення при синтезі математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики України в цілому та її відновлювальних джерел

Викладення матеріалу цього підрозділу почнемо зі звернення уваги на рис. 3, перенесений нами з роботи [2].

Із діаграм, приведених на цьому рисунку, витікає, що в планах відновлення і розвитку енергетики України на період до 2050 року враховано те, що станом на 2023 рік 39% потужностей генерації електроенергії в Україні електроенергію не генерували. Але, стартувавши від 61% потужностей генерації електроенергії в Україні, які станом на 2023 рік електроенергію генерували, в подальшому автори планів процесу відновлення та розвитку енергетики України заклали в ці плани детермінований характер цього процесу, який не відповідає в дійсності його стохастичному характеру, обумовленому тим, що руйнування енергетичної інфраструктури в умовах воєнного сьогодення продовжуватимуться і після 2023 року, як це показано в роботах Ольги Буславець, дві з яких, а саме роботи [4], [5], приведені нами в списку використаної літератури. Більше того, стохастичний і водночас нестаціонарний характер процесу відновлення енергетики України матиме місце і після закінчення воєнних дій протягом досить тривалого часу, оскільки ті об'єкти, що були частково зруйновані і під час війни підтримувались в режимі, принаймні, хоча б часткової генерації і передачі електроенергії, необхідно буде вивести з експлуатації і замість них увести побудовані заново, що в умовах дефіциту коштів і необхідності імпортувати потрібне обладнання з інших країн зриватиме будь-які детерміновані терміни введення в експлуатацію цих об'єктів. А тому необхідно цю нестаціонарну стохастичність врахувати в моделях процесу відновлення та розвитку енергетики України, що, на наш погляд, можна реалізувати у вигляді концепції переходу від детермінованих моделей, синтезованих у попередньому розділі з використанням даних, почерпнутих з роботи [2], до авторегресійних моделей, викладенню основних етапів якої ми і присвятимо наступні сторінки.

І на першому етапі реалізації нашої концепції ми деформуємо на відрізку часу T_{sp} детерміновані графіки, приведені на рис.10, введенням до них стохастичних складових у вигляді стаціонарного «білого шуму» з нульовим середнім, імпульси якого генеруватимуться комп'ютерною програмою, складеною мовою Python, в межах заданої нами полоси значень, додаткової до детермінанти у 39%, тобто в межах від -1,185 до +1,185 для графіка на рис.10а і в межах від -6,9 до +6,9 для графіка на рис. 10b.

Одразу ж відзначимо, що, виконуючи розрахунки цих меж, ми врахували інформацію з робіт Ольги Буславець [4], [5], згідно з якими втрати і потужності і споживаної електроенергії в бік їх збільшення складають у 2023 році додатково до детермінанти у 39%, закладеної в моделі, що запропоновані авторами роботи [2], ще приблизно 10%, а тому нижні межі полоси значень імпульсів стаціонарного «білого шуму» допустимо обрахувати із співвідношень:

$$y_{in} = -23.7 \frac{0.1}{2} = -1.185, \quad (3.1)$$

$$w_{in} = -138 \frac{0.1}{2} = -6.9, \quad (3.2)$$

а верхні межі – із співвідношень:

$$y_{iv} = +23.7 \frac{0.1}{2} = +1.185, \quad (3.3)$$

$$w_{iv} = +138 \frac{0.1}{2} = +6.9 \quad (3.4)$$

До цього ж першого етапу нашої концепції віднесемо і визначення часового відрізка T_{sp} , виміряного в річних кварталах, на якому буде здійснено спотворення стаціонарним «білим шумом» детермінованих моделей. Цей відрізок ми визначимо, виходячи з наступних посилок: вважатимемо, що війна з окупантами триватиме ще увесь 2024 та 2025 роки, а потім ще 5 років, тобто до 2030 року включно, потрібно буде в «зашумлених» умовах відновлювати зруйновану енергетику України. Тому моделювати процес після 2025 року варто теж у визначених на першому етапі умовах. Тож приймемо, що $T_{sp} = 30$.

Отже спотворення графіків детермінованих моделей, розроблених авторами роботи [2] і трансформованих нами в аналітичні структури, стаціонарним «білим шумом» на часовому відрізку T_{sp} у визначених нами з використанням робіт Ольги Буславець межах $[y_{in}, y_{iv}]$, $[w_{in}, w_{iv}]$, є першим етапом реалізації нашої концепції синтезу математичних моделей процесу відновлення та розвитку електроенергетики України і її відновлювальних джерел, наближених до реалій воєнного сьогодення.

3.2. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку електроенергетики України в цілому в умовах воєнного сьогодення

Як ми уже відзначили в попередньому підрозділі, першим етапом реалізації нашої концепції синтезу математичних моделей процесу відновлення та розвитку електроенергетики України, наближених до реалій воєнного сьогодення, яка має усі ознаки методу дослідження, є етап спотворення графіків детермінованих моделей, розроблених авторами роботи [2] у вигляді детермінованих діаграм, графіків і таблиць і трансформованих нами в аналітичні структури, стаціонарним «білим шумом» на часовому відрізку T_{sp} у визначених нами з використанням робіт Ольги Буславець межах $[y_{in}, y_{iv}]$, $[w_{in}, w_{iv}]$.

І цей перший етап нашої концепції ми реалізуємо програмою 3, створеною нами з використанням мови Python, розробленою з урахуванням рекомендацій, наведених в роботах [27], [28], [29]. Ця програма має вигляд:

Програма 3:

```
In [1]: import numpy
In [2]: from numpy import*
In [3]: Tsp=30
In [7]: def f1(t):
        return 0.000362103174603175*t**2 + 0.0470039682539683*t + 23.7
In [8]: def f2(t):
        return -0.000160383597883598*t**2 + 0.208062169312169*t + 23.7
In [9]: def f3(t):
        return 0.000558862433862434*t**2 + 0.241494708994709*t + 24.5
In [10]: def f4(t):
        return -0.00138888888888889*t**2 + 0.78888888888889*t + 138.0
In [11]: def f5(t):
        return -0.003125*t**2 + 1.8375*t + 143.0
In [12]: def f6(t):
        return 0.00886243386243386*t**2 + 1.644708994709*t + 146.0
In [13]: f1vec=vectorize(f1)
In [14]: f11=f1vec(t)
In [15]: f2vec=vectorize(f2)
In [16]: f22=f2vec(t)
In [17]: f3vec=vectorize(f3)
In [18]: f33=f3vec(t)
In [19]: f4vec=vectorize(f4)
In [20]: f44=f4vec(t)
In [21]: f5vec=vectorize(f5)
In [22]: f55=f5vec(t)
In [23]: f6vec=vectorize(f6)
In [24]: f66=f6vec(t)
In [4]: yin=-1.185; yiv=1.185
In [5]: win=-6.9; wiv=6.9
In [6]: t=linspace(0,30,31)
In [25]: g1=random.uniform(yin,yiv,31)
In [26]: g2=random.uniform(win,wiv,31)
In [27]: f111=f11-g1
In [28]: f222=f22-g1
In [29]: f333=f33-g1
In [30]: f444=f44-g2
In [31]: f555=f55-g2
In [32]: f666=f66-g2
In [33]: import matplotlib
In [34]: import matplotlib.pyplot as plt
In [35]: plt.plot(t,f111,t,f222,t,f333)
In [36]: plt.plot(t,f444,t,f555,t,f666)
```

Кінець програми 3

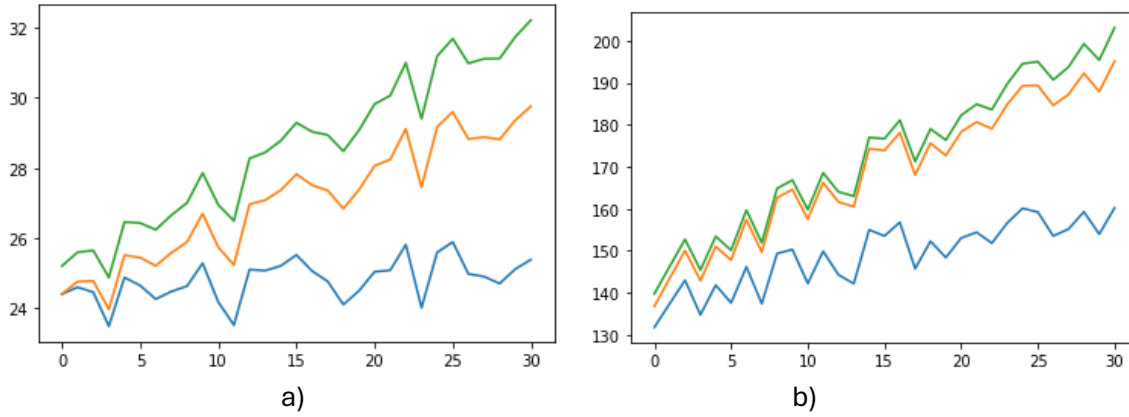


Рисунок 13 – Графіки математичних моделей процесу зростання прогнозного максимуму навантаження споживачів (а) та процесу зростання прогнозного попиту на електричну енергію (б) в Україні за сценаріями СМЕЕ, РС та СКНЕ на період з 2023 по 2030 роки, адаптовані до реалій воєнного сьогодення

А на другому етапі реалізації нашої концепції ми пропонуємо замість спотворених білим шумом детермінованих моделей використовувати для моделювання процесу відновлення та розвитку енергетики України авторегресійні моделі 3-го порядку. А оскільки, як видно з рис. 13, цей процес є не лише стохастичним, але і нестационарним, то його авторегресійні моделі синтезуватимемо у формі АРПКС(3,0,1), тобто у вигляді:

$$\begin{aligned}
 v_i[k] &= y_i[k] - y_i[k-1], & w_i[k] &= v_i[k] - v_i[k-1], \\
 v_i[k] &= v_i[0] + \sum_{j=1}^k w_i[j], & y_i[k] &= y_i[0] + \sum_{j=1}^k v_i[j], \\
 w_i[k] &= g_{i1}w_i[k-1] + g_{i2}w_i[k-2] + g_{i3}w_i[k-3] + a_i, \\
 k &= 1, 2, \dots, N_{sp}, & j &= 1, 2, \dots, k, & i &= 1, 2, 3, 4, 5, 6
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Використання саме цих моделей при моделюванні після їх ідентифікації з нашої точки зору більш точно наблизатимуть процес прогнозування відновлення та розвитку енергетики України в умовах воєнного сьогодення та післявоєнної доби, а ніж детерміновані моделі цього процесу, що запропоновані в роботі [2] та трансформовані нами вище у відповідні детерміновані математичні конструкції з аналітичною структурою. Це наше твердження обумовлено тим, що навіть спотворені «білим шумом» з нульовим середнім детерміновані моделі залишатимуться моделями з детермінованим трендом, у той час, як авторегресійні моделі матимуть тренд стохастичного характеру, числове значення якого в кожній точці визначатиметься ковзним середнім, обчисленим з використанням числових значень в попередніх трьох точках.

Стосовно авторегресійних моделей (3.5) зауважимо, що вагові коефіцієнти $g_{i1}, g_{i2}, g_{i3}, i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ в них потрібно визначати з використанням методики Юла-Уокера, теорія якої викладена у роботі [3], а приклад застосування у роботі [29].

Що ж до імпульсів «білого шуму» a_i , то їх потрібно генерувати у діапазоні значень, що задаються новими межами $[y_{ina}, y_{iva}]$, які потрібно визначати теж за методикою Юла-Уокера. А вибір нами 3-го порядку авторегресій (3.5) обумовлений тим, що при квартальному відліку часу відновлення об'єктів енергетичної інфраструктури в кварталі, що аналізується, залежатиме і від того, в якому стані ці об'єкти були в трьох попередніх кварталах, адже для відновлення суттєво зруйнованих джерел теплової генерації ремонтно-відновлювальні роботи можуть тривати упродовж часу в межах до трьох кварталів.

Не виключено, що в процесі ремонтно-відновлювальних робіт дисперсія стохастичної складової процесу відновлення та розвитку енергетики України після 2030 року почне зменшуватись, тобто цей процес перейде в розряд гетероскедастичних, що вимагатиме корегування авторегресійних моделей (3.5), але внесення цих коректив може стати предметом досліджень уже після того, як війна і перший етап відновлення завершаться і такий характер змін почне проявлятися.

Отже ідентифікацію авторегресійних математичних моделей (3.5) здійснимо за програмою 4, вхідний масив даних для якої ми візьмемо з графіків, показаних на рис. 13. Отже

Програма 4:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: L1=[25.2,25.6,25.7,25.0,26.7,26.6,26.4,26.8,27.2,28.0,27.2,26.8,28.2,28.4,
..... 28.7,29.2,29.0,28.6,28.4,29.4,30.0,30.2,30.8,29.2,31.3,31.8,31.9,31.0,
..... 31.1,31.6,32.0]
In [3]: L2=[24.3,24.5,24.8,24.0,25.3,25.2,25.1,25.9,26.0,26.5,26.1,25.3,27.0,27.2,
..... 27.3,27.8,27.6,27.2,27.0,27.6,27.8,28.1,29.0,28.0,29.2,29.4,29.5,28.8,
..... 28.8,28.9,30.0]
In [4]: L3=[24.3,24.4,24.4,23.7,25.0,24.3,24.2,24.5,24.8,25.0,24.0,23.5,25.0,25.1,
..... 25.2,25.3,25.0,24.7,24.3,24.8,25.0,25.0,25.5,24.1,25.2,25.4,25.5,25.0,
..... 24.8,24.9,25.0]
In [5]: L4=[140.0,144.0,150.0,145.0,152.0,150.0,152.0,160.0,165.0,166.0,160.0,
..... 165.0,163.0,162.0,171.0,175.0,180.0,172.0,176.0,174.0,180.0,182.0,
..... 191.0,192.0,195.0,195.0,189.0,190.0,195.0,192.0,200.0]
In [6]: L5=[137.0,143.0,148.0,144.0,150.0,148.0,152.0,159.0,164.0,165.0,159.0,
..... 164.0,163.0,161.0,170.0,174.0,178.0,171.0,175.0,173.0,178.0,176.0,
..... 179.0,190.0,193.0,193.0,187.0,189.0,193.0,188.0,190.0]
In [7]: L6=[133.0,138.0,142.0,135.0,140.0,137.0,145.0,138.0,147.0,150.0,141.0,
..... 145.0,143.0,141.0,151.0,150.0,152.0,145.0,148.0,145.0,147.0,148.0,
..... 150.0,151.0,153.0,153.0,151.0,152.0,155.0,150.0,155.0]
```

```

In [8]: N=31
In [9]: L11=np.diff(L1)
In [10]: L21=np.diff(L2)
In [11]: L31=np.diff(L3)
In [12]: L41=np.diff(L4)
In [13]: L51=np.diff(L5)
In [14]: L61=np.diff(L6)
In [15]: def fun(x):
            return np.sum (x)
In [16]: fun(L11)
In [17]: _/(N-1)
Out[17]: 0.22666666666666668
In [18]: fun(L21)
In [19]: _/(N-1)
Out[19]: 0.18999999999999997
In [20]: fun(L31)
In [21]: _/(N-1)
Out[21]: 0.023333333333333331
In [22]: fun(L41)
In [23]: _/(N-1)
Out[23]: 2.0
In [24]: fun(L51)
In [25]: _/(N-1)
Out[25]: 1.7666666666666666
In [26]: fun(L61)
In [27]: _/(N-1)
Out[27]: 0.7333333333333333
In [28]: L12=np.diff(L11)
In [29]: L22=np.diff(L21)
In [30]: L32=np.diff(L31)
In [31]: L42=np.diff(L41)
In [32]: L52=np.diff(L51)
In [33]: L62=np.diff(L61)
In [34]: fun (L12)
Out[34]: -3.552713678800501e-15
In [35]: fun (L22)
Out[35]: 0.90000000000000021
In [36]: fun (L32)
Out[36]: 3.552713678800501e-15
In [37]: fun (L42)
Out[37]: 4.0
In [38]: _/(N-2)
Out[38]: 0.13793103448275862

```

```

In [39]: fun (L52)
Out[39]: -4.0
In [40]: _/(N-2)
Out[40]: -0.13793103448275862
In [41]: fun (L62)
Out[41]: 0.0
In [42]: def func (x):
            return np.dot(x,x)
In [43]: func(L12)
Out[43]: 43.620000000000002
In [44]: q10=_/(N-2);q10
Out[44]: 1.5041379310344833
In [45]: func (L22)
Out[45]: 32.029999999999994
In [46]: q20=_/(N-2);q20
Out[46]: 1.1044827586206893
In [47]: func (L32)
Out[47]: 29.259999999999997
In [48]: q30=_/(N-2);q30
Out[48]: 1.0089655172413783
In [49]: func (L42)
Out[49]: 1614.0
In [50]: q40=_/(N-2);q40
Out[50]: 55.6551724137931
In [51]: func (L52)
Out[51]: 1436.0
In [52]: q50=_/(N-2);q50
Out[52]: 49.51724137931034
In [53]: func (L62)
Out[53]: 2022.0
In [54]: q60=_/(N-2);q60
Out[54]: 69.72413793103448
In [55]: L121=L12[:-1]
In [56]: L122=L12[1:]
In [57]: L221=L22[:-1]
In [58]: L222=L22[1:]
In [59]: L321=L32[:-1]
In [60]: L322=L32[1:]
In [61]: L421=L42[:-1]
In [62]: L422=L42[1:]
In [63]: L521=L52[:-1]
In [64]: L522=L52[1:]
In [65]: L621=L62[:-1]

```

```

In [66]: L622=L62[1:]
In [67]: def funct (x,y):
            return np.dot (x,y)
In [68]: funct (L121,L122)
In [69]: q11=_(N-3);q11
Out[69]: -0.84000000000000004
In [70]: funct (L221,L222)
In [71]: q21=_(N-3);q21
Out[71]: -0.6771428571428573
In [72]: funct (L321,L322)
In [73]: q31=_(N-3);q31
Out[73]: -0.6021428571428561
In [74]: funct (L421,L422)
In [75]: q41=_(N-3);q41
Out[75]: -35.75
In [76]: funct (L521,L522)
In [77]: q51=_(N-3);q51
Out[77]: -27.571428571428573
In [78]: funct(L621,L622)
In [79]: q61=_(N-3);q61
Out[79]: -51.5
In [80]: L1211=L121[:-1]
In [81]: L1222=L122[1:]
In [82]: L2211=L221[:-1]
In [83]: L2222=L222[1:]
In [84]: L3211=L321[:-1]
In [85]: L3222=L322[1:]
In [86]: L4211=L421[:-1]
In [87]: L4222=L422[1:]
In [88]: L5211=L521[:-1]
In [89]: L5222=L522[1:]
In [90]: L6211=L621[:-1]
In [91]: L6222=L622[1:]
In [92]: funct (L1211,L1222)
In [93]: q12=_(N-4);q12
Out[93]: 0.0099999999999999523
In [94]: funct (L2211,L2222)
In [95]: q22=_(N-4);q22
Out[95]: 0.090000000000000065
In [96]: funct (L3211,L3222)
In [97]: q32=_(N-4);q32
Out[97]: 0.058148148148
In [98]: funct (L4211,L4222)
In [99]: q42=_(N-4);q42
Out[99]: 14.25925925925926
In [100]: funct (L5211,L5222)
In [101]: q52=_(N-4);q52
Out[101]: 4.5555555555555555
In [102]: funct (L6211,L6222)
In [103]: q62=_(N-4);q62
Out[103]: 21.925925925925927
In [104]: L12111=L1211[:-1]
In [105]: L12222=L1222[1:]
In [106]: L22111=L2211[:-1]
In [107]: L22222=L2222[1:]
In [108]: L32111=L3211[:-1]
In [109]: L32222=L3222[1:]
In [110]: L42111=L4211[:-1]
In [111]: L42222=L4222[1:]
In [112]: L52111=L5211[:-1]
In [113]: L52222=L5222[1:]
In [114]: L62111=L6211[:-1]
In [115]: L62222=L6222[1:]
In [116]: funct (L12111,L12222)
In [117]: q13=_(N-5);q13
Out[117]: -0.04307692307692235
In [118]: funct (L22111,L22222)
In [119]: q23=_(N-5);q23
Out[119]: 0.15615384615384537
In [120]: funct (L32111,L32222)
In [121]: q33=_(N-5);q33
Out[121]: 0.00769230769230752
In [122]: funct (L42111,L42222)
In [123]: q43=_(N-5);q43
Out[123]: -7.5
In [124]: funct (L52111,L52222)
In [125]: q53=_(N-5);q53
Out[125]: -6.0
In [126]: funct (L62111,L62222)
In [127]: q63=_(N-5);q63
Out[127]: -3.8076923076923075
In [128]: r10=q10/q10
In [129]: r11=q11/q10
In [130]: r12=q12/q10
In [131]: r13=q13/q10
In [132]: r20=q20/q20
In [133]: r21=q21/q20
In [134]: r22=q22/q20

```

```

In [135]: r23=q23/q20
In [136]: r30=q30/q30
In [137]: r31=q31/q30
In [138]: r32=q32/q30
In [139]: r33=q33/q30
In [140]: r40=q40/q40
In [141]: r41=q41/q40
In [142]: r42=q42/q40
In [143]: r43=q43/q40
In [144]: r50=q50/q50
In [145]: r51=q51/q50
In [146]: r52=q52/q50
In [147]: r53=q53/q50
In [148]: r60=q60/q60
In [149]: r61=q61/q60
In [150]: r62=q62/q60
In [151]: r63=q63/q60
In [152]: L7=[r10,r11,r12,r13]
In [153]: L8=[r20,r21,r22,r23]
In [154]: L07=[r40,r41,r42,r43]
In [155]: L08=[r50,r51,r52,r53]
In [156]: L9=[r30,r31,r32,r33]
In [157]: L09=[r60,r61,r62,r63]

```

```

In [158]: import sympy
In [159]: from sympy import*
In [160]: r1,r10,r11,r12,r13=symbols('r1 r10 r11 r12 r13')
In [161]: r2,r20,r21,r22,r23=symbols('r2 r20 r21 r22 r23')
In [162]: r3,r30,r31,r32,r33=symbols('r3 r30 r31 r32 r33')
In [163]: r4,r40,r41,r42,r43=symbols('r4 r40 r41 r42 r43')
In [164]: r5,r50,r51,r52,r53=symbols('r5 r50 r51 r52 r53')
In [165]: r6,r60,r61,r62,r63=symbols('r6 r60 r61 r62 r63')
In [166]: M1,M2,M3,M4,M5,M6=symbols('M1 M2 M3 M4 M5 M6')
In [167]: g1,g11,g12,g13=symbols('g1 g11 g12 g13')
In [168]: g2,g21,g22,g23=symbols('g2 g21 g22 g23')
In [169]: g3,g31,g32,g33=symbols('g3 g31 g32 g33')
In [170]: g4,g41,g42,g43=symbols('g4 g41 g42 g43')
In [171]: g5,g51,g52,g53=symbols('g5 g51 g52 g53')
In [172]: g6,g61,g62,g63=symbols('g6 g61 g62 g63')
In [173]: M1=Matrix([[r10,r11,r12],[r11,r10,r11],[r12,r11,r10]])
In [174]: M2=Matrix([[r20,r21,r22],[r21,r20,r21],[r22,r21,r20]])
In [175]: M3=Matrix([[r30,r31,r32],[r31,r30,r31],[r32,r31,r30]])
In [176]: M4=Matrix([[r40,r41,r42],[r41,r40,r41],[r42,r41,r40]])
In [177]: M5=Matrix([[r50,r51,r52],[r51,r50,r51],[r52,r51,r50]])
In [178]: M6=Matrix([[r60,r61,r62],[r61,r60,r61],[r62,r61,r60]])
In [179]: M1=M1.subs([(r10,L7[0]),(r11,L7[1]),(r12,L7[2])])
In [180]: M2=M2.subs([(r20,L8[0]),(r21,L8[1]),(r22,L8[2])])
In [181]: M3=M3.subs([(r30,L9[0]),(r31,L9[1]),(r32,L9[2])])
In [182]: M4=M4.subs([(r40,L07[0]),(r41,L07[1]),(r42,L07[2])])
In [183]: M5=M5.subs([(r50,L08[0]),(r51,L08[1]),(r52,L08[2])])
In [184]: M6=M6.subs([(r60,L09[0]),(r61,L09[1]),(r62,L09[2])])
In [185]: r1=Matrix([r11,r12,r13])
In [186]: r2=Matrix([r21,r22,r23])
In [187]: r3=Matrix([r31,r32,r33])
In [188]: r4=Matrix([r41,r42,r43])

```

```

In [189]: r5=Matrix([r51,r52,r53])
In [190]: r6=Matrix([r61,r62,r63])
In [191]: r1=r1.subs([(r11,L7[1]),(r12,L7[2]),(r13,L7[3])])
In [192]: r2=r2.subs([(r21,L8[1]),(r22,L8[2]),(r23,L8[3])])
In [193]: r3=r3.subs([(r31,L9[1]),(r32,L9[2]),(r33,L9[3])])
In [194]: r4=r4.subs([(r41,L07[1]),(r42,L07[2]),(r43,L07[3])])
In [195]: r5=r5.subs([(r51,L08[1]),(r52,L08[2]),(r53,L08[3])])
In [196]: r6=r6.subs([(r61,L09[1]),(r62,L09[2]),(r63,L09[3])])

In [197]: B1=simplify(M1.inv())
In [198]: B2=simplify(M2.inv())
In [199]: B3=simplify(M3.inv())
In [200]: B4=simplify(M4.inv())
In [201]: B5=simplify(M5.inv())
In [202]: B6=simplify(M6.inv())
In [203]: g1=Matrix([g11,g12,g13])
In [204]: g2=Matrix([g21,g22,g23])
In [205]: g3=Matrix([g31,g32,g33])
In [206]: g4=Matrix([g41,g42,g43])
In [207]: g5=Matrix([g51,g52,g53])
In [208]: g6=Matrix([g61,g62,g63])
In [209]: g1=B1*r1
In [210]: g11=g1[0,0];g11
Out[210]: -1.02103356730580
In [211]: g12=g1[1,0];g12
Out[211]: -0.835101240928020
In [212]: g13=g1[2,0];g13
Out[212]: -0.487478202199174
In [213]: g2=B2*r2
In [214]: g21=g2[0,0];g21
Out[214]: -0.974464275600005
In [215]: g22=g2[1,0];g22
Out[215]: -0.609785460248206
In [216]: g23=g2[2,0];g23
Out[216]: -0.153063718305497
In [217]: g3=B3*r3
In [218]: g31=g3[0,0];g31
Out[218]: -1.07418874103335
In [219]: g32=g3[1,0];g32
In [239]: a1,a2,a3,a4,a5,a6=symbols('a1 a2 a3 a4 a5 a6')
In [240]: sk1,sk2,sk3,sk4,sk5,sk6=symbols('sk1 sk2 sk3 sk4 sk5 sk6')
In [241]: kv1,kv2,kv3,kv4,kv5,kv6=symbols('kv1 kv2 kv3 kv4 kv5 kv6')
In [242]: a11,a12,a21,a22,a31,a32,a41,a42,a51,a52,a61,a62=\
symbols('a11 a12 a21 a22 a31 a32 a41 a42 a51 a52 a61 a62')

Out[219]: -0.841733099052374
In [220]: g33=g3[2,0];g33
Out[220]: -0.432808824491917
In [221]: g4=B4*r4
In [222]: g41=g4[0,0];g41
Out[222]: -0.860908425296780
In [223]: g42=g4[1,0];g42
Out[223]: -0.411438113890511
In [224]: g43=g4[2,0];g43
Out[224]: -0.178473908282002
In [225]: g5=B5*r5
In [226]: g51=g5[0,0];g51
Out[226]: -0.849633039375595
In [227]: g52=g5[1,0];g52
Out[227]: -0.587019676423628
In [228]: g53=g5[2,0];g53
Out[228]: -0.369859468251363
In [229]: g6=B6*r6
In [230]: g61=g6[0,0];g61
Out[230]: -0.883867036348098
In [231]: g62=g6[1,0];g62
Out[231]: -0.00376536216178815
In [232]: g63=g6[2,0];g63
Out[232]: 0.453023103209171
In [233]: g1=g1.evalf(3)
In [234]: g2=g2.evalf(3)
In [235]: g3=g3.evalf(3)
In [236]: g4=g4.evalf(3)
In [237]: g5=g5.evalf(3)
In [238]: g6=g6.evalf(3)

```

In [243]: sk1=q10-g11*q11-g12*q12-\
 g13*q13
 In [244]: kv1=sk1**(0.5);kv1
 Out[244]: 0.796129189195499
 In [245]: a11=-2*kv1;a11
 Out[245]: -1.59225837839100
 In [246]: a12=2*kv1;a12
 Out[246]: 1.59225837839100
 In [247]: sk2=q20-g21*q21-g22*q22-\
 g23*q23
 In [248]: kv2=sk2**(0.5);kv2
 Out[248]: 0.723473160939374
 In [249]: a21=-2*kv2;a21
 Out[249]: -1.44694632187875
 In [250]: a22=2*kv2;a22
 Out[250]: 1.44694632187875
 In [251]: sk3=q30-g31*q31-g32*q32-\
 g33*q33
 In [252]: kv3=sk3**(0.5);kv3
 Out[252]: 0.643758463400445
 In [253]: a31=-2*kv3;a31
 Out[253]: -1.28751692680089
 In [254]: a32=2*kv3;a32
 Out[254]: 1.28751692680089

In [255]: sk4=q40-g41*q41-g42*q42-\
 g43*q43
 In [256]: kv4=sk4**(0.5);kv4
 Out[256]: 5.42272483465864
 In [257]: a41=-2*kv4;a41
 Out[257]: -10.8454496693173
 In [258]: a42=2*kv4;a42
 Out[258]: 10.8454496693173
 In [259]: sk5=q50-g51*q51-g52*q52-\
 g53*q53
 In [260]: kv5=sk5**(0.5);kv5
 Out[260]: 5.15234787848067
 In [261]: a51=-2*kv5;a51
 Out[261]: -10.3046957569613
 In [262]: a52=2*kv5;a52
 Out[262]: 10.3046957569613
 In [263]: sk6=q60-g61*q61-g62*q62-\
 g63*q63
 In [264]: kv6=sk6**(0.5);kv6
 Out[264]: 5.10024677797531
 In [265]: a61=-2*kv6;a61
 Out[265]: -10.2004935559506
 In [266]: a62=2*kv6;a62
 Out[266]: 10.2004935559506

Кінець програми 4

Підставляючи чисельні значення коефіцієнтів g_{i1}, g_{i2}, g_{i3} , $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, визначених програмою 4 у вирази (3.5), матимемо авторегресійні моделі процесів відновлення та розвитку енергетики України у вигляді:

спільної складової

$$\begin{aligned}
 v_i[k] &= y_i[k] - y_i[k-1], & w_i[k] &= v_i[k] - v_i[k-1], \\
 v_i[k] &= v_i[0] + \sum_{j=1}^k w_i[j], & y_i[k] &= y_i[0] + \sum_{j=1}^k v_i[j], \\
 k &= 1, 2, \dots, N_{sp}, & j &= 1, 2, \dots, k, & i &= 1, 2, 3, 4, 5, 6
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

та авторегресій:

$$w_1[k] = -1,02 w_1[k-1] - 0,835 w_1[k-2] - 0,487 w_1[k-3] + a_1, \tag{3.7}$$

$$w_2[k] = -0,974 w_2[k-1] - 0,61 w_2[k-2] - 0,153 w_2[k-3] + a_2, \tag{3.8}$$

$$w_3[k] = -1,07 w_3[k-1] - 0,842 w_3[k-2] - 0,433 w_3[k-3] + a_3, \tag{3.9}$$

$$w_4[k] = -0,861 w_4[k-1] - 0,411 w_4[k-2] - 0,178 w_4[k-3] + a_4, \quad (3.10)$$

$$w_5[k] = -0,85 w_5[k-1] - 0,587 w_5[k-2] - 0,37 w_5[k-3] + a_5, \quad (3.11)$$

$$w_6[k] = -0,884 w_6[k-1] - 0,004 w_6[k-2] + 0,453 w_6[k-3] + a_6 \quad (3.12)$$

3.3. Синтез математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення та розвитку джерел відновлювальної енергетики в Україні в умовах воєнного сьогодення

Як і в попередньому підрозділі, на першому етапі реалізації нашої концепції синтезу математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного розвитку джерел відновлювальної енергетики в Україні в умовах воєнного сьогодення здійснимо спотворення графіків детермінованих моделей, розроблених авторами роботи [2] у вигляді діаграм, графіків і таблиць і трансформованих нами в аналітичні структури (2.21), стаціонарним «білим шумом» на часовому відрізку T_{sp} у визначених діапазонах $\Delta_i, i = 1, 2, \dots, 5$ та у визначених нижньою і верхньою межами m_{i1}, m_{i2} за допомогою щоквартального підмішування якого у вигляді дискретних стохастичних функцій $x_i(t_n), i = 1, 2, \dots, 5; n = 0, 1, 2, \dots, 40$ з нульовим середнім до моделей (2.21), заданих у дискретному часі – цим ми трансформуватимемо неперервні детерміновані моделі (2.21) в дискретні стохастичні процеси $w_i[n]$.

Для визначення діапазонів і меж для імпульсів білого шуму скористаємось оцінками додаткових втрат Ольги Буславець, один із варіантів яких можна задати в межах 10% від тієї потужності ГЕС, ГАЕС, яку ці ВДЕ мали у 2023 році, а другий із варіантів задати в межах 30% від тієї потужності СЕС, ВЕС та БіоЕС, яку ці ВДЕ мали у 2023 році. Тож матимемо:

$$\Delta_1 = 0,444; \Delta_2 = 0,186; \Delta_3 = 1,290; \Delta_4 = 0,030; \Delta_5 = 0,054; \quad (3.13)$$

$$\begin{cases} [m_{11}, m_{12}] = [-0,222; 0,222], [m_{21}, m_{22}] = [-0,093; 0,093], \\ [m_{31}, m_{32}] = [-0,645; 0,645], [m_{41}, m_{42}] = [-0,015; 0,015], \\ [m_{51}, m_{52}] = [-0,027; 0,027], \end{cases} \quad (3.14)$$

$$w_i[n] = y_i[n] - x_i[n], \quad i = 1, 2, \dots, 5; \quad n = 0, 1, 2, \dots, 40 \quad (3.15)$$

Графічну реалізацію моделей (3.15) здійснимо за допомогою комп'ютерної програми, створеної мовою Python, яка подається нижче у вигляді програми 5.

Програма 5:

```

In [1]: import numpy
In [2]: from numpy import*
In [3]: N=40
In [4]: m11=-0.222;\
        m21=-0.093; m31=-0.645; \
        m41=-0.015; m51=-0.027
In [5]: m12=0.222;m22=0.093;\
        m32=0.645;m42=0.015;\
        m52=0.027
In [6]: t=linspace(0,N,N+1)
In [7]: def y1(t):
        return 4.44+0.016*t
In [8]: y1vec=vectorize(y1)
In [9]: y11=y1vec(t)
In [10]: def y2(t):
        return 1.86+0.011*t
In [11]: y2vec=vectorize(y2)
In [12]: y22=y2vec(t)
In [13]: def y3(t):
        return 4.30+0.10*t
In [14]: y3vec=vectorize(y3)
In [15]: y33=y3vec(t)

In [16]: def y4(t):
        return 0.10+0.11*t
In [17]: y4vec=vectorize(y4)
In [18]: y44=y4vec(t)
In [19]: def y5(t):
        return 0.18+0.01*t
In [20]: y5vec=vectorize(y5)
In [21]: y55=y5vec(t)
In [22]: g1=random.uniform(m11, m12,41)
In [23]: g2=random.uniform(m21,m22,41)
In [24]: g3=random.uniform(m31, m32,41)
In [25]: g4=random.uniform(m41, m42,41)
In [26]: g5=random.uniform(m51, m52,41)
In [27]: y111=y11-g1
In [28]: y222=y22-g2
In [29]: y333=y33-g3
In [30]: y444=y44-g4
In [31]: y555=y55-g5
In [32]: import matplotlib
In [33]: import matplotlib.pyplot as plt
In [34]: plt.plot(t,y111,t,y222)
In [35]: plt.plot(t,y333,t,y444,t,y555)

```

Кінець програми 5

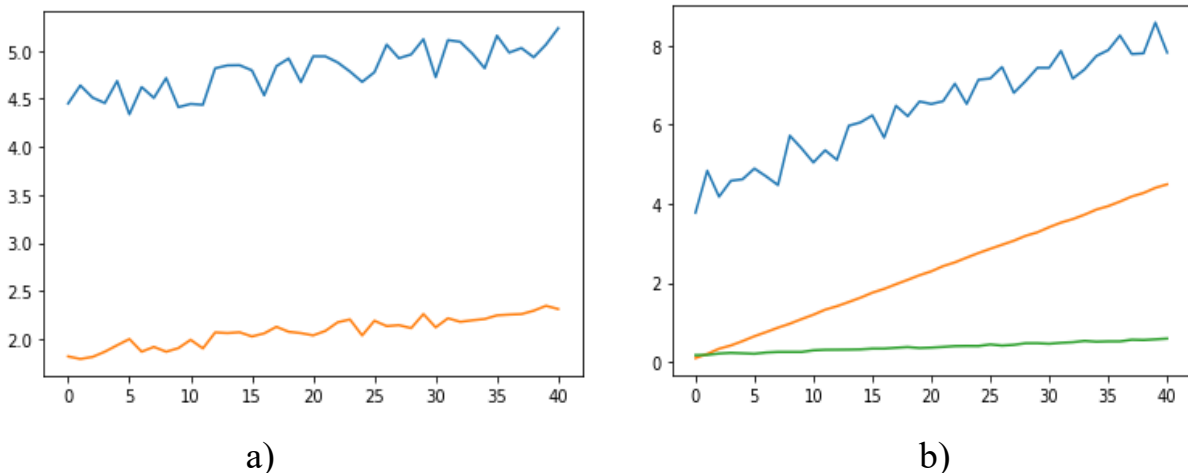


Рисунок 14 – Графіки процесів песимістичного характеру стосовно відновлення та розвитку потужностей ГЕС, ГАЕС (а) та СЕС, ВЕС, БіоЕС (б) в ГВт в період з 2023 по 2033 роки з врахуванням воєнного сьогодення

Аналізуючи графіки, зображені на рис. 14, бачимо, що для прогнозування процесів відновлення та розвитку потужностей ВЕС і БіоЕС у період з 2023 по 2033 роки в разі вимірювання цих потужностей у ГВт, а часу у кварталах – можна використовувати детерміновані математичні моделі $y_4(t)$ та $y_5(t)$, що задані відповідними функціями у множині (2.21), оскільки вони є трендами із зовсім незначними стохастичними складовими.

Але із цих же графіків, зображених на рис. 14, видно, що для прогнозування процесів відновлення та розвитку потужностей ГЕС, ГАЕС та СЕС у цей же період та у тих же умовах необхідно замість детермінованих моделей $y_1(t), y_2(t), y_3(t)$ використовувати авторегресійні моделі 2-го порядку. А оскільки ці процеси є не лише стохастичними, але і нестационарними, то ці авторегресійні моделі потрібно синтезуватимемо у формі АРІКС(2,0,1), тобто у вигляді:

$$\begin{aligned} w_i^*[k] &= w_i[k] - w_i[k-1], \quad y_i[k] = y_i[0] + \sum_{j=1}^k y_i^*[j], \\ y_i^*[k] &= p_{1i} w_i^*[k-1] + p_{2i} w_i^*[k-2] + a_i, \\ k &= 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, k, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Вагові коефіцієнти $p_{1i} p_{2i}$ авторегресійних моделей (3.16) потрібно визначати з використанням методики Юла-Уокера. Слід зауважити, що імпульси білого шуму a_i в авторегресійних моделях (3.16) потрібно генерувати у діапазоні значень, що задаються новими межами $[y_{ina}, y_{iva}]$, які потрібно визначати теж за методикою Юла-Уокера. Що ж до вибору нами 2-го порядку авторегресій (3.16), то він обумовлений тим, що при кварталному відліку часу відновлення об'єктів ВДЕ енергетичної інфраструктури в кварталі, що аналізується, на наш погляд, залежатиме лише від того, в якому стані ці об'єкти були в двох попередніх кварталах, адже для відновлення зруйнованих бомбардуваннями окремих елементів ВДЕ ремонтно-відновлювальні роботи, як правило, тривають не довше двох кварталів.

Для ідентифікації регресійних моделей (3.16) з використанням даних до 2030 року і прогнозування з їх використанням потужностей генерації електроенергії ВДЕ в роки після 2030 року ми знову ж таки використаємо комп'ютерну програму, яка створена мовою Python і має вигляд:

Програма 6:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: L1=[4.50,4.70,4.60,4.50,4.70,4.40,4.60,4.50,4.70,4.40,4.40,4.80,4.80,4.80,
          4.60,4.70,4.50,4.70,4.80,4.80,4.70,4.80,4.70,4.60,4.60,4.50,4.60,4.90,
          4.80,5.00,4.70]
In [3]: L2=[1.80,1.80,1.85,1.90,1.95,2.00,1.90,1.95,1.90,1.95,2.00,1.95,2.00,2.10,
          2.055,2.05,2.06,2.11,2.05,2.03,2.02,2.10,2.20,2.15,2.13,2.10,2.08,2.07,
          2.07,2.30,2.20]
In [4]: L3=[3.9,4.8,4.5,4.7,4.75,4.8,4.6,4.7,5.0,5.8,5.0,5.1,5.05,5.8,6.0,5.8,6.0,
          5.8,6.1,6.15,6.15,6.2,6.25,6.8,6.4,6.7,6.9,6.7,6.9,6.7,6.95]
```

```

In [5]: N=31
In [6]: L11=np.diff(L1)
In [7]: L21=np.diff(L2)
In [8]: L31=np.diff(L3)
In [9]: def fun(x):
            return np.sum (x)
In [10]: fun(L11)
Out[10]: 0.200000000000000018
In [11]: _/(N-1)
Out[11]: 0.0066666666666666672
In [12]: fun(L21)
Out[12]: 0.400000000000000013
In [13]: _/(N-1)
Out[13]: 0.013333333333333338
In [14]: fun(L31)
Out[14]: 3.0500000000000003
In [15]: _/(N-1)
Out[15]: 0.10166666666666667
In [16]: L12=np.diff(L11)
In [17]: L22=np.diff(L21)
In [18]: L32=np.diff(L31)
In [19]: fun (L12)
Out[19]: -0.5
In [20]: _/(N-2)
Out[20]: -0.017241379310344827
In [21]: fun (L22)
Out[21]: -0.099999999999999964
In [22]: _/(N-2)
Out[22]: -0.0034482758620689533
In [23]: fun (L32)
Out[23]: -0.6499999999999999
In [24]: _/(N-2)
Out[24]: -0.022413793103448272
In [25]: def func (x):
            return np.dot(x,x)
In [26]: func(L11)
Out[26]: 0.9599999999999997
In [27]: q10=_/(N-1);q10
Out[27]: 0.031999999999999994
In [28]: func (L21)
Out[28]: 0.13735000000000003
In [29]: q20=_/(N-1);q20
Out[29]: 0.004578333333333334
In [30]: func (L31)
Out[30]: 3.9724999999999999

```

```

In [31]: q30=_/(N-1);q30
Out[31]: 0.13241666666666663
In [32]: L111=L11[:-1]
In [33]: L112=L11[1:]
In [34]: L211=L21[:-1]
In [35]: L212=L21[1:]
In [36]: L311=L31[:-1]
In [37]: L312=L31[1:]
In [38]: def funct (x,y):
            return np.dot (x,y)
In [39]: funct (L111,L112)
Out[39]: -0.41000000000000002
In [40]: q11=_/(N-2);q11
Out[40]: -0.014137931034482765
In [41]: funct (L211,L212)
Out[41]: -0.028824999999999913
In [42]: q21=_/(N-2);q21
Out[42]: -0.0009939655172413763
In [43]: funct (L311,L312)
Out[43]: -1.2749999999999988
In [44]: q31=_/(N-2);q31
Out[44]: -0.043965517241379266
In [45]: L1111=L111[:-1]
In [46]: L1122=L112[1:]
In [47]: L2111=L211[:-1]
In [48]: L2122=L212[1:]
In [49]: L3111=L311[:-1]
In [50]: L3122=L312[1:]
In [51]: funct (L1111,L1122)
Out[51]: 0.100000000000000014
In [52]: q12=_/(N-3);q12
Out[52]: 0.0035714285714285765
In [53]: funct (L2111,L2122)
Out[53]: -0.0106500000000000149
In [54]: q22=_/(N-3);q22
Out[54]: -0.00038035714285714815
In [55]: funct (L3111,L3122)
Out[55]: 0.28
In [56]: q32=_/(N-3);q32
Out[56]: 0.01
In [57]: r10=q10/q10;r10
Out[57]: 1.0
In [58]: r11=q11/q10;r11
Out[58]: -0.4418103448275865
In [59]: r12=q12/q10;r12

```

```

Out[59]: 0.11160714285714304
In [60]: r20=q20/q20;r20
Out[60]: 1.0
In [61]: r21=q21/q20;r21
Out[61]: -0.21710204235341304
In [62]: r22=q22/q20;r22
Out[62]: -0.0830776431431703
In [63]: r30=q30/q30;r30
Out[63]: 1.0
In [64]: r31=q31/q30;r31
Out[64]: -0.33202404461708707
In [65]: r32=q32/q30;r32
Out[65]: 0.07551919446192576
In [66]: L7=[r10,r11,r12]
In [67]: L8=[r20,r21,r22]
In [68]: L9=[r30,r31,r32]
In [69]: import sympy
In [70]: from sympy import*
In [71]: r1,r10,r11,r12=\
            symbols('r1 r10 r11 r12')
In [72]: r2,r20,r21,r22=\
            symbols('r2 r20 r21 r22')
In [73]: r3,r30,r31,r32=\
            symbols('r3 r30 r31 r32')
In [74]: M1,M2,M3=symbols('M1 M2 M3')
In [75]: g1,g11,g12=symbols('g1 g11 g12')
In [76]: g2,g21,g22=symbols('g2 g21 g22')
In [77]: g3,g31,g32=symbols('g3 g31 g32')
In [78]: M1=Matrix([[r10,r11],[r11,r10]])
In [79]: M2=Matrix([[r20,r21],[r21,r20]])
In [80]: M3=Matrix([[r30,r31],[r31,r30]])
In [81]: r1=Matrix([r11,r12])
In [82]: r2=Matrix([r21,r22])
In [83]: r3=Matrix([r31,r32])
In [84]: M1=M1.subs([(r10,L7[0]),(r11,L7[1])])
In [85]: M2=M2.subs([(r20,L8[0]),(r21,L8[1])])
In [86]: M3=M3.subs([(r30,L9[0]),(r31,L9[1])])
In [87]: r1=r1.subs([(r11,L7[1]),(r12,L7[2])])
In [88]: r2=r2.subs([(r21,L8[1]),(r22,L8[2])])
In [89]: r3=r3.subs([(r31,L9[1]),(r32,L9[2])])
In [90]: B1=simplify(M1.inv())
In [91]: B2=simplify(M2.inv())
In [92]: B3=simplify(M3.inv())
In [93]: g1=Matrix([g11,g12])
In [94]: g2=Matrix([g21,g22])
In [95]: g3=Matrix([g31,g32])

In [96]: g1=B1*r1
In [97]: g11=g1[0,0]
In [98]: g12=g1[1,0]
In [99]: g2=B2*r2
In [100]: g21=g2[0,0]
In [101]: g22=g2[1,0]
In [102]: g3=B3*r3
In [103]: g31=g3[0,0]
In [104]: g32=g3[1,0]
In [105]: g1=g1.evalf(3);g1
Out[105]:
Matrix([
[-0.488],
[-0.104]])
In [106]: g2=g2.evalf(3);g2
Out[106]:
Matrix([
[-0.247],
[-0.137]])
In [107]: g3=g3.evalf(3);g3
Out[107]:
Matrix([
[-0.345],
[-0.039]])
In [108]: a1,a2,a3=symbols('a1 a2 a3')
In [109]: sk1,sk2,sk3=\
            symbols('sk1 sk2 sk3')
In [110]: kv1,kv2,kv3=\
            symbols('kv1 kv2 kv3')
In [111]: a11,a12,a21,a22,a31,a32=\
            symbols('a11 a12 a21 a22 a31 a32')
In [112]: sk1=q10-g11*q11-g12*q12;sk1
Out[112]: 0.0254758975529544
In [113]: kv1=sk1**(0.5);kv1
Out[113]: 0.159611708696306
In [114]: a11=-kv1;a11
Out[114]: -0.159611708696306
In [115]: a12=kv1;a12
Out[115]: 0.159611708696306
In [116]: sk2=q20-g21*q21-g22*q22;sk2
Out[116]: 0.00428107655013980
In [117]: kv2=sk2**(0.5);kv2
Out[117]: 0.0654299361923867
In [118]: a21=-kv2;a21
Out[118]: -0.0654299361923867
In [119]: a22=kv2;a22

```

```

Out[119]: 0.0654299361923867
In [120]: sk3=q30-g31*q31-g32*q32; sk3
Out[120]: 0.117639647044183
In [121]: kv3=sk3**(0.5);kv3
Out[121]: 0.342986365682637
In [122]: a31=-kv3;a31
Out[122]: -0.342986365682637
In [123]: a32=kv3;a32
Out[123]: 0.342986365682637
In [124]: import random as rnd
In [125]: w=symbols('w:10')
In [126]: w=list(w);w
Out[126]:
[w0, w1, w2, w3, w4, w5, w6, w7, w8, w9]
In [127]: v=symbols('v:10')
In [128]: v=list(v);v
Out[128]:
[v0, v1, v2, v3, v4, v5, v6, v7, v8, v9]
In [129]: s=symbols('s:10')
In [130]: s=list(s);s
Out[130]:
[s0, s1, s2, s3, s4, s5, s6, s7, s8, s9]
In [131]: x=symbols('x:10')
In [132]: x=list(x);x
Out[132]:
[x0, x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9]
In [133]: y=symbols('y:10')
In [134]: y=list(y);y
Out[134]:
[y0, y1, y2, y3, y4, y5, y6, y7, y8, y9]
In [135]: z=symbols('z:10')
In [136]: z=list(z);z
Out[136]:
[z0, z1, z2, z3, z4, z5, z6, z7, z8, z9]
In [137]: b=symbols('b:10')
In [138]: b=list(b);b
Out[138]:
[b0, b1, b2, b3, b4, b5, b6, b7, b8, b9]
In [139]: c=symbols('c:10')
In [140]: c=list(c);c
Out[140]:
[c0, c1, c2, c3, c4, c5, c6, c7, c8, c9]
In [141]: d=symbols('d:10')
In [142]: d=list(d);d
Out[142]:
[d0, d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, d8, d9]

```

```

In [143]: L110=[ ]
In [144]: L1101=[ ]
In [145]: L210=[ ]
In [146]: L2101=[ ]
In [147]: L310=[ ]
In [148]: L3101=[ ]
In [149]: b0=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [150]: w0=g11*L11[29]+g12*L11[28]+b0
In [151]: L110.append(w0)
In [152]: x0=L1[30]+w0
In [153]: L1101.append(x0)
In [154]: c0=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [155]: v0=g21*L21[29]+g22*L21[28]+ c0
In [156]: L210.append(v0)
In [157]: y0=L2[30]+v0
In [158]: L2101.append(y0)
In [159]: d0=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [160]: s0=g31*L31[29]+g32*L31[28]+ d0
In [161]: L310.append(s0)
In [162]: z0=L3[30]+s0
In [163]: L3101.append(z0)
In [164]: b1=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [165]: w1=g11*L110[0]+g12*L11[29]+b1
In [166]: L110.append(w1)
In [167]: x1=L1101[0]+w1
In [168]: L1101.append(x1)
In [169]: c1=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [170]: v1=g21*L210[0]+g22*L21[29]+c1
In [171]: L210.append(v1)
In [172]: y1=L2101[0]+v1
In [173]: L2101.append(y1)
In [174]: d1=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [175]: s1=g31*L310[0]+g32*L31[29]+d1
In [176]: L310.append(s1)
In [177]: z1=L3101[0]+s1
In [178]: L3101.append(z1)
In [179]: b2=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [180]: w2=g11*L110[1]+g12*L110[0]+b2
In [181]: L110.append(w2)
In [182]: x2=L1101[1]+w2
In [183]: L1101.append(x2)
In [184]: c2=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [185]: v2=g21*L210[1]+g22*L210[0]+c2
In [186]: L210.append(v2)
In [187]: y2=L2101[1]+v2
In [188]: L2101.append(y2)

```

```

In [189]: d2=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [190]: s2=g31*L310[1]+g32*L310[0]+d2
In [191]: L310.append(s2)
In [192]: z2=L310[1]+s2
In [193]: L3101.append(z2)
In [194]: b3=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [195]: w3=g11*L110[2]+g12*L110[1]+b3
In [196]: L110.append(w3)
In [197]: x3=L110[2]+w3
In [198]: L1101.append(x3)
In [199]: c3=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [200]: v3=g21*L210[2]+g22*L210[1]+c3
In [201]: L210.append(v3)
In [202]: y3=L210[2]+v3
In [203]: L2101.append(y3)
In [204]: d3=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [205]: s3=g31*L310[2]+g32*L310[1]+d3
In [206]: L310.append(s3)
In [207]: z3=L310[2]+s3
In [208]: L3101.append(z3)
In [209]: b4=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [210]: w4=g11*L110[3]+g12*L110[2]+b4
In [211]: L110.append(w4)
In [212]: x4=L110[3]+w4
In [213]: L1101.append(x4)
In [214]: c4=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [215]: v4=g21*L210[3]+g22*L210[2]+c4
In [216]: L210.append(v4)
In [217]: y4=L210[3]+v4
In [218]: L2101.append(y4)
In [219]: d4=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [220]: s4=g31*L310[3]+g32*L310[2]+d4
In [221]: L310.append(s4)
In [222]: z4=L310[3]+s4
In [223]: L3101.append(z4)
In [224]: b5=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [225]: w5=g11*L110[4]+g12*L110[3]+b5
In [226]: L110.append(w5)
In [227]: x5=L110[4]+w5
In [228]: L1101.append(x5)
In [229]: c5=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [230]: v5=g21*L210[4]+g22*L210[3]+c5
In [231]: L210.append(v5)
In [232]: y5=L210[4]+v5
In [233]: L2101.append(y5)
In [234]: d5=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [235]: s5=g31*L310[4]+g32*L310[3]+d5
In [236]: L310.append(s5)
In [237]: z5=L310[4]+s5
In [238]: L3101.append(z5)
In [239]: b6=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [240]: w6=g11*L110[5]+g12*L110[4]+b6
In [241]: L110.append(w6)
In [242]: x6=L110[5]+w6
In [243]: L1101.append(x6)
In [244]: c6=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [245]: v6=g21*L210[5]+g22*L210[4]+c6
In [246]: L210.append(v6)
In [247]: y6=L210[5]+v6
In [248]: L2101.append(y6)
In [249]: d6=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [250]: s6=g31*L310[5]+g32*L310[4]+d6
In [251]: L310.append(s6)
In [252]: z6=L310[5]+s6
In [253]: L3101.append(z6)
In [254]: b7=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [255]: w7=g11*L110[6]+g12*L110[5]+b7
In [256]: L110.append(w7)
In [257]: x7=L110[6]+w7
In [258]: L1101.append(x7)
In [259]: c7=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [260]: v7=g21*L210[6]+g22*L210[5]+c7
In [261]: L210.append(v7)
In [262]: y7=L210[6]+v7
In [263]: L2101.append(y7)
In [264]: d7=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [265]: s7=g31*L310[6]+g32*L310[5]+d7
In [266]: L310.append(s7)
In [267]: z7=L310[6]+s7
In [268]: L3101.append(z7)
In [269]: b8=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [270]: w8=g11*L110[7]+g12*L110[6]+b8
In [271]: L110.append(w8)
In [272]: x8=L110[7]+w8
In [273]: L1101.append(x8)
In [274]: c8=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [275]: v8=g21*L210[7]+g22*L210[6]+c8
In [276]: L210.append(v8)
In [277]: y8=L210[7]+v8
In [278]: L2101.append(y8)
In [279]: d8=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [280]: s8=g31*L310[7]+g32*L310[6]+d8
In [281]: L310.append(s8)
In [282]: z8=L310[7]+s8

```

```

In [283]: L3101.append(z8)
In [284]: b9=rnd.uniform(-0.16,0.16)
In [285]: w9=g11*L110[8]+g12*L110[7]+b9
In [286]: L110.append(w9)
In [287]: x9=L1101[8]+w9
In [288]: L1101.append(x9)
In [289]: c9=rnd.uniform(-0.065,0.065)
In [290]: v9=g21*L210[8]+g22*L210[7]+c9
In [291]: L210.append(v9)
In [292]: y9=L2101[8]+v9
In [293]: L2101.append(y9)
In [294]: d9=rnd.uniform(-0.343,0.343)
In [295]: s9=g31*L310[8]+g32*L310[7]+d9

```

```

In [296]: L310.append(s9)
In [297]: z9=L3101[8]+s9
In [298]: L3101.append(z9)
In [299]: L10000=L1+L1101
In [300]: L20000=L2+L2101
In [301]: L30000=L3+L3101
In [302]: import matplotlib
In [303]: import matplotlib.pyplot as plt
In [304]: plt.plot(L10000)
In [305]: plt.plot(L20000)
In [306]: plt.plot(L30000)

```

Кінець програми 6

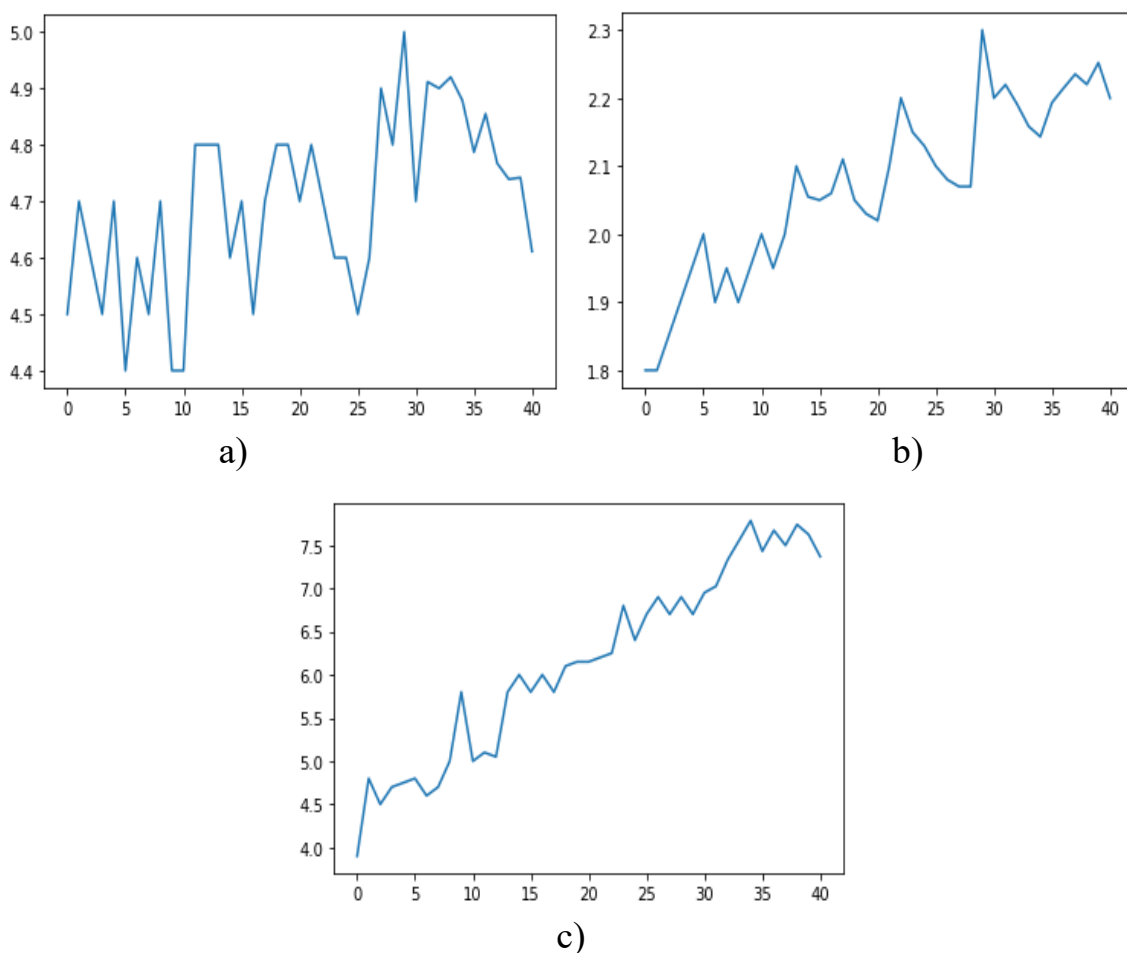


Рис. 15. Графіки авторегресійних моделей процесів відновлення та прогнозування розвитку потужностей ГЕС(а),ГАЕС(б) та СЕС(с) в ГВт в Україні в період з 2023 по 2033 роки з відліком часу у кварталах з врахуванням воєнного сьогодення, побудовані програмою 6.

Примітка: на графіках рис. 15 числові значення потужностей ГЕС, ГАЕС та СЕС в діапазоні [0, 30] взяті з графіків рис. 14, а в діапазоні [31, 40] спрогнозовані з використанням синтезованих авторегресійних моделей, для ідентифікації яких використані значення з діапазону [0, 30].

Підставляючи чисельні значення коефіцієнтів p_{1i}, p_{2i} , $i = 1, 2, 3$, визначених програмою 6 у вирази (3.16), матимемо авторегресійні моделі процесів відновлення та розвитку ГЕС, ГАЕС і СЕС в Україні у вигляді:

$$\begin{aligned} w_1^*[k] &= x[k] - x[k-1], \quad x[k] = x[0] + \sum_{j=1}^k y_1^*[j], \\ y_1^*[k] &= -0,488 w_1^*[k-1] - 0,104 w_1^*[k-2] + a_1, \\ k &= 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, k, \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} w_2^*[k] &= y[k] - y[k-1], \quad y[k] = y[0] + \sum_{j=1}^k y_2^*[j], \\ y_2^*[k] &= -0,247 w_2^*[k-1] - 0,137 w_2^*[k-2] + a_2, \\ k &= 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, k, \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} w_3^*[k] &= z[k] - z[k-1], \quad z[k] = z[0] + \sum_{j=1}^k y_3^*[j], \\ y_3^*[k] &= -0,247 w_3^*[k-1] - 0,137 w_3^*[k-2] + a_3, \\ k &= 1, 2, \dots, N, \quad j = 1, 2, \dots, k, \end{aligned} \quad (3.19)$$

Як легко бачити з графіків, показаних на рис. 15, синтезовані авторегресійні моделі здійснюють прогноз зі збереженням і характеру процесів, які вони моделюють, і діапазону прогнозованих числових значень цих процесів.

Що ж до моделювання процесу обмеження зростання потужностей СЕС, ВЕС та БіоЕС (верхня ломана на рис. 12) та їх використання для вироблення водню за технологією «Power to Gas» (нижня ломана на рис. 12), то для них нині будувати авторегресійні моделі немає сенсу, оскільки, по-перше, краще цього обмеження не вводити взагалі, а навпаки – вводити цих потужностей якомога більше, адже при наявності можливості експортувати електроенергію в інші країни Європи, будь-який надлишок електроенергії, виробленої на ВДЕ, можна вигідно продати в якусь із цих країн. А по-друге, про початок вироблення водню за технологією «Power to Gas» в Україні в умовах воєнного сьогодення не доводиться навіть мріяти, тож відхилення нижньої ломаної, зображеної на рис. 2, від нуля в околі 2025 року, навряд чи відповідатиме реаліям цього року і навряд чи ми бачитимемо швидке лінійне наростання після 2025 року цієї ломаної до значень, прогнозованих на 2030 рік. Ось коли технологія «Power to Gas» вироблення «зеленого» водню в Україні буде хоча б започаткованою і набуде хоча б визначеності у темпах зростання, тоді і можна буде створювати моделі прогнозування наслідків уведення цієї технології.

3.4. Висновки

В третьому розділі розв'язані третя та четверта із поставлених задач для системного аналізу стану та процесів розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел, тобто, розроблено метод корекції математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного розвитку джерел відновлювальної енергетики в Україні з врахуванням умов воєнного сьогодення і синтезовані та ідентифіковані авторегресійні математичні моделі для оцінки стану та процесів перспективного розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел з врахуванням умов воєнного сьогодення;

При викладенні результатів розв'язання цих задач в монографії були використані матеріали, опубліковані в роботах авторів [52], [53], [54].

Розділ 4. Розроблення методології оптимізації процесів перспективного розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел

4.1. Обґрунтування вибору критеріїв для системної оптимізації процесів перспективного розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел

Аналіз «Проекту Плану відновлення України. Розділ «Енергетична безпека» (ППВУРЕБ), представленого в роботі [2], показав, що в якості основних критеріїв оцінки запропонованих варіантів оцінки стану та процесів перспективного відновлення енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел розробники цього проекту використали вартість, а в якості обмеження час, відведений під реалізацію. Тобто, розробниками ППВУРЕБ запропоновано однокритеріальний варіант його реалізації, який не підпадає під ідеологію системності при подальшій оптимізації. Але, на наш погляд, для того, щоб цей проект набрав системного характеру, він повинен оцінюватись з позицій множини критеріїв і розглядатись як багатокритеріальний.

І в якості цих критеріїв ми пропонуємо взяти такі інтегральні показники як загальна кількість згенерованої активної потужності P_g , загальна кількість згенерованої реактивної потужності Q_g , вартість ϖ_P одного кіловату згенерованої активної потужності, вартість ϖ_Q одного кіловатара згенерованої реактивної потужності, загальні втрати ΔP_{gc} активної потужності при її передаванні від джерел генерації до споживачів, якість W_g згенерованої електроенергетичної потужності, надійність H_{es} електроенергетичної системи, яка характеризується ймовірністю безвідмовного забезпечення електроенергією споживачів при виникненні аварійних режимів в процесі нормальної експлуатації електроенергетичної системи, та живучість J_{es} , яка характеризується ймовірністю мінімально допустимого забезпечення електроенергією споживачів електроенергетичною системою, що зазнала руйнувань в результаті природного стихійного лиха чи бомбардувань під час війни.

Цілком очевидно, що в загальному вигляді:

$$P_g = P_g \left(\sum_{i=1}^N K_{gi}^P, t_i \right), \quad (4.1)$$

де K_{gi}^P, t_i – відповідно, капітальні затрати на будівництво чи відновлення і введення в експлуатацію i -го базового генератора електростанції, віднесені

на генерацію активної потужності, та проміжок часу, що потрібний для цього;

$$Q_g = Q_g \left(\sum_{i=1}^N K_{gi}^Q, t_i, \sum_{s=1}^S K_{ds}^Q, t_s \right), \quad (4.2)$$

де K_{gi}^Q, t_i – відповідно, капітальні затрати на будівництво чи відновлення і введення в експлуатацію i -го базового генератора електростанції, віднесені на генерацію реактивної потужності, та проміжок часу, що потрібний для цього, а K_{ds}^Q, t_s – відповідно, капітальні затрати на будівництво чи відновлення і введення в експлуатацію s -го джерела реактивної потужності, не пов'язаної з її генерацією базовими генераторами електростанцій, та проміжок часу, що потрібний для цього;

$$\varpi_p = \varpi_p \left(\sum_{i=1}^N K_{gi}^P, t_i, \sum_{l=1}^N C_{gl}^P, t_l, \sum_{l=1}^N c_{gl}^P, t_l \right), \quad (4.3)$$

де C_{gl}^P, t_l, c_{gl}^P – відповідно, затрати на експлуатацію l -го базового генератора електростанції, віднесені на генерацію активної потужності, проміжок часу, вибраний в якості базового для підрахунку цих затрат, та вартість використаних протягом цього відрізка часу енергоносіїв, віднесена на генерацію активної потужності;

$$\varpi_Q = \varpi_Q \left(\sum_{i=1}^N K_{gi}^Q, t_i, \sum_{l=1}^N C_{gl}^Q, t_l, \sum_{l=1}^N c_{gl}^Q, t_l, \sum_{l=1}^N K_{ds}^Q, t_s, \sum_{l=1}^S C_{dl}^Q, t_l \right) \quad (4.4)$$

де C_{dl}^Q – затрати на експлуатацію l -го джерела реактивної потужності, не пов'язаної з її генерацією базовими генераторами електростанцій;

$$P_{gc} = \frac{1}{t_l} \int_{t=0}^{t_l} \sum_{m=1}^M I_{ml}^2(t) R_m dt, \quad (4.5)$$

де $I_{ml}(t)$ – струм, що протікає в m -тому елементі електроенергетичної системи з активним опором R_m протягом базового проміжку часу t_l ;

$$W_g = W_g \left(\forall i \in [1, M] \rightarrow P_{gi} = P_{ci}; Q_{gi} = Q_{ci} \right), \quad (4.6)$$

де $P_{gi}(t), Q_{gi}(t)$ – активна та реактивна потужності, що генеруються в i -тій ланці електроенергетичної системи, а $P_{ci}(t), Q_{ci}(t)$ – активна та реактивна потужності, що споживаються у цій же i -тій ланці;

$$H_{es} = H_{es} \left(\forall P_{ci}(t), Q_{ci}(t) \right) \exists \left(P_{gi}(t), Q_{gi}(t) \cup P_{g(i+1)}(t), Q_{g(i+1)}(t) \right) \cap \exists \left(A_i \cup A_{i+1} \right), \quad (4.7)$$

де A_i – система протиаварійної автоматики в i -тій ланці електроенергетичної системи, а оператори $\forall, \exists, \cup, \cap$ визначають логіку подачі системою протиаварійної автоматики електричної потужності від того ж чи альтер-

нативного джерела до споживача через резервне коло у випадку аварії в його основному колі;

$$J_{es} = J_{es} (\forall P_{ci}(t), Q_{ci}(t)) \exists (P_{g(i-1)}(t), Q_{g(i-1)}(t) \cup P_{g(i+1)}(t), Q_{g(i+1)}(t)) \cap \exists B_i, \quad (4.8)$$

де B_i – аварійна бригада, яка в змозі підключити в i -тій ланці електроенергетичної системи електричну потужність від альтернативного джерела до споживача через резервне коло у випадку знищення чи суттєвого пошкодження джерела потужностей $P_{gi}(t), Q_{gi}(t)$ в його основному колі.

Доповненням запропонованими критеріями оцінки режимів функціонування електроенергетичної системи у формі виразів (4.1)-(4.8) ми, згідно з ідеологією системного аналізу [3], фактично, завершили його перший етап в проєкції на ППВУРЕБ, на другому етапі якого стосовно нашого об'єкта дослідження у вигляді ППВУРЕБ необхідно виокремити цей об'єкт із навколишнього середовища і визначити точки, лінії чи поверхні їх взаємодії. Для визначеності аналізу прийmemo, що цими об'єктами є ВДЕ.

Цілком очевидно, що точками взаємодії з навколишнім середовищем усіх класичних ВДЕ, оцінка вкладу яких у генерацію електроенергії в Україні здійснена в запропонованому у роботі [2] варіанті ППВУРЕД, – а це гідравлічні електростанції (ГЕС), вітрові електростанції (ВЕС) та сонячні електростанції (СЕС) або, що одне і те ж, фотоелектричні електростанції (ФЕС), – є точки їх розміщення на мапі України. Але для цих же ВДЕ при деталізації їх взаємодії з навколишнім середовищем мають місце і поверхні взаємодії, якими є поверхні лопатей гідротурбін для ГЕС, поверхні лопатей вітрових коліс для ВЕС та поверхні, вкриті сонячними панелями для СЕС.

Однак менш очевидним, бо на це раніше ніхто з дослідників в галузі електроенергетики не звертав увагу, є необхідність доповнення вище означених поверхонь взаємодії лопатей гідротурбін і вітрових коліс з навколишнім середовищем при розгляді систем трубопровідних міні-гідроелектростанцій вздовж течій гірських річок, систем приколійних міні-вітрових електростанцій від вітрових потоків залізничних потягів та систем хвильових міні-гідроелектростанцій вздовж причорноморського узбережжя, про які не згадується в ППВУРЕД, але якими нами пропонується його доповнити, ще й лініями взаємодії, обумовленими тим, що усі ці міні-генератори електроенергії об'єднуються в довгі лінії протягнутими вздовж них кабелями.

І зовсім нетривіальними в математичному плані виявляються результати системного аналізу ППВУРЕД з ГАЕС та ПАЕС у своїй структурі, оскільки взаємодія з навколишнім середовищем в точках підключення ГАЕС та ПАЕС внаслідок наявності гідравлічних та повітряних акумуляторів характеризується в математичному плані атракторами з точками біфуркації, в яких ці акумулятори при одній траєкторії руху трансформу-

ються у точки внутрішньої структури ППВУРЕД, а при іншій траєкторії руху вони додаються до зовнішнього середовища.

При реалізації системної багатокритеріальної оптимізації, яка слідує після системного аналізу об'єкта дослідження з базою у вигляді результатів цього системного аналізу, важливою задачею є визначення пріоритетності критеріїв оптимізації на заданій їх множині (4.1)-(4.8) із 8-и критеріїв, які для зручності будемо позначати $K_i, i = 1, 2, \dots, 8$.

До розв'язання цієї задачі приступимо з уточнення того, які із критеріїв $K_i, i = 1, 2, \dots, 8$ необхідно використовувати лише для оціночних суджень на четвертому етапі системного аналізу ППВУРЕД, а які необхідно застосовувати і при розв'язанні задачі багатокритеріальної оптимізації, яка обов'язково постане після завершення системного аналізу ППВУРЕД.

Отже почнемо з попередньої оцінки критерію K_1 , заданого виразом (4.1), яким визначається загальна кількість виробленої активної потужності – у нашому випадку це та активна потужність, що виробляється джерелами відновлювальної енергетики. Цілком очевидно, що для вироблення додаткової кількості активної потужності необхідно збудувати і увести в експлуатацію додаткову кількість ВДЕ та додаткову кількість акумуляторів електроенергії (АЕЕ) якогось типу, в які закачуватиметься електроенергія від ВДЕ в години, коли вона поступає в електроенергетичну систему (ЕЕС) в надлишку. В залежності від типу ВДЕ та типу АЕЕ можливі різні структурні варіанти з різною вартістю побудови і введення в експлуатацію, але чим більше вибрана структура згенерує активної потужності, тим краще, бо лишню внутрішньо-позабалансову її кількість можна буде вигідно продати на закордонному ринку. А тому критерій K_1 заслуговує на те, щоб його залишити в статусі критерія оптимізації на етапі системної оптимізації ППВУРЕД.

А попередня оцінка критерію K_2 , заданого виразом (4.2), яким визначається загальна кількість виробленої реактивної потужності – у нашому випадку це та реактивна потужність, що виробляється додатковими джерелами реактивної потужності (ДРП), які необхідні для того, щоб у вузлах підключення ВДЕ забезпечити потрібний для нормального режиму функціонування ЕЕС рівень напруги, свідчить, що цей критерій на етапі системної оптимізації ППВУРЕД в число критеріїв оптимізації включати не слід, а варто використовувати його лише в якості оціночного показника на 4-му етапі системного аналізу і включати в число обмежень при розв'язанні задачі системної оптимізації ППВУРЕД. Цей висновок базується на тому, що для підтримання потрібного рівня напруги у вузлах ЕЕС необхідно генерувати реактивну потужність у такій кількості, яка потрібна для балансування реактивної потужності споживачів, під'єднаних у цих вузлах, а тому немає сенсу домагатись мінімізації чи максимізації цього показника.

Те, що критерій K_3 , заданий виразом (4.3), яким визначається вартість одного кіловату виробленої ВДЕ активної потужності, на етапі системної оптимізації ППВУРЕД в число критеріїв оптимізації включати потрібно не може викликати заперечень, оскільки ця вартість суттєво залежатиме від того будемо ми будувати і уводити в експлуатацію вітрову електростанцію (ВЕС) чи їх комплекс, сонячну електростанцію (СЕС) чи їх комплекс, малу гідравлічну електростанцію (МГЕС) чи їх комплекс або модульну атомну електростанцію (МАЕ). Реагуючи на те, що ми включаємо на перспективу в цей перелік МАЕ, слід взяти до уваги, що в режимі нормальної експлуатації МАЕ, генеруючи електроенергію, не забруднюють навколишнє середовище вуглецевими викидами і не підвищують його температуру, а тому нині складається тенденція в енергетиці відносити МАЕ до числа джерел «зеленої» енергетики, тобто, включати їх до складу ВДЕ, що робимо і ми в процесі нашого системного аналізу ППВУРЕД. Але з тим, що дехто із науковців в галузі електроенергетики відносить до ВДЕ і установки по виробленню водню (УВВ), ми не погоджуємось, оскільки якщо ці установки використовуються для трансформування у водень позабалансної кількості активної потужності з наступним використанням водню замість газу в теплових електростанціях, то у цьому випадку вони є акумуляторами електричної енергії і їх слід відносити до АЕЕ, а якщо цей водень замість газу трубопроводами йде на експорт, то у цьому випадку їх слід відносити до споживачів електричної енергії.

Оскільки реактивну потужність, необхідну для балансу згенерованої та спожитої її кількості, в кожному вузол підключення ВДЕ можна подати або від синхронних генераторів базових електростанцій ЕЕС, або від встановленого у цьому вузлі синхронного компенсатора, або від батареї статичних конденсаторів, або замінивши асинхронні електродвигуни у споживачів на синхронні з переведенням їх в режим перезбудження, то цілком очевидно, що в кожному із цих варіантів вартість одного кіловату згенерованої реактивної потужності буде різною, і є сенс віднайти такий варіант, який приведе до її мінімізації. А тому критерій K_4 , заданий виразом (4.4), яким визначається вартість одного кіловату виробленої для ВДЕ реактивної потужності на етапі системної оптимізації ППВУРЕД в число критеріїв оптимізації теж включати потрібно.

А ось критерій K_5 , заданий виразом (4.5), яким визначаються загальні втрати активної потужності при її передаванні від джерел генерації до споживачів варто використовувати лише для оцінки цих втрат на 4-му етапі системного аналізу ППВУРЕД, а на етапі системної оптимізації в число критеріїв оптимізації функціонування ВДЕ його включати не потрібно, а використовувати лише в якості обмеження – це обумовлено, по-перше, тим, що діапазон значень струмів, які передаються по лініях електропередачі (ЛЕП) від ВДЕ до пунктів їх під'єднання до ЕЕС, є досить широким, а

тому перерізи проводів чи жил ЛЕП, як правило, вибираються із врахуванням необхідності передачі максимального з цих струмів, характерного для максимальної інтенсивності вітру, води чи сонячних променів, а по-друге, тим, що довжина ЛЕП між ВДЕ і пунктами їх під'єднання до ЕЕС, як правило, є малою.

Що до критерію K_6 , заданого виразом (4.6), з використанням якого визначаються оцінки якості згенерованої електроенергії, тобто визначаються умови не виходу напруги і частоти за межі нормативних діапазонів, то зрозуміло, що цей критерій на 4-му етапі системного аналізу ППВУРЕД слід використовувати в якості оціночного показника, а на етапі системної оптимізації цього об'єкта його слід використовувати лише в якості обмеження – це обумовлено тим, що в нормальному режимі необхідно забезпечувати баланс і активних і реактивних згенерованих та внутрішньо-спожитих потужностей, що автоматично підтримує якість електроенергії по частоті і напрузі в нормативних межах.

А ось критерій K_7 , заданий виразом (4.7), яким визначається надійність ЕЕС з ВДЕ, яка характеризується ймовірністю безвідмовного забезпечення електроенергією споживачів при виникненні аварійних режимів в процесі нормальної експлуатації цього комплексу, необхідно використовувати не лише в якості оціночного на 4-му етапі системного аналізу ППВУРЕД, але і в якості критерія оптимізації при розв'язанні задачі багатокритеріальної оптимізації на етапі системної оптимізації ЕЕС з ВДЕ, оскільки підвищення надійності будь-якого комплексу завжди приводить до підвищення як капітальних затрат на його створення, так і експлуатаційних затрат при його подальшому функціонуванні, тож для пошуку компромісу необхідно розв'язувати оптимізаційну задачу.

Ну і, нарешті, останній із числа уведених критерій K_8 , заданий виразом (4.8), яким визначається живучість ЕЕС з ВДЕ, що характеризується ймовірністю мінімально допустимого забезпечення електроенергією споживачів електроенергетичною системою, що зазнала руйнувань в результаті природного стихійного лиха чи бомбардувань під час війни, необхідно використовувати на 4-му етапі системного аналізу ППВУРЕД в якості оціночного, а при розв'язанні задачі багатокритеріальної оптимізації ЕЕС з ВДЕ в якості обмеження, оскільки реалізація оптимального за цим критерієм варіанту є фінансово невідомою навіть для багатой держави, а тим паче вона є невідомою для зруйнованої бомбардуваннями російських агресорів України.

В результаті проведеного вище попереднього аналізу ми прийшли до висновку, що в якості критеріїв оптимізації на етапі системної оптимізації ППВУЕ-ВД необхідно використовувати критерії K_1 , K_3 , K_4 , K_7 , а усі інші критерії із множини $\{K_1, \dots, K_8\}$, необхідно використовувати на цьому етапі в якості обмежень. Варіанти реалізації ППВУЕ-ВД, для яких домінантними

будуть ці критерії в їх якомусь, поки-що невідомому, нечіткому поєднанні позначимо відповідно V_1, V_2, V_3, V_4 .

Визначившись з множиною критеріїв оптимізації, перейдемо до розв'язання задачі визначення пріоритетів цих критеріїв, для розв'язання якої, як і в роботі [33], використаємо методику нечіткого багатокритеріального аналізу варіантів, опубліковану в 2007 році у книзі С. Д. Штовби «Проектування нечітких систем засобами *MATLAB*» для 5 критеріїв і 5 варіантів, яка побудована з використанням процедури Беллмана-Заде [34] прийняття рішень в нечітких умовах, що базується на матрицях Сааті попарних порівнянь варіантів, методика складення та застосування яких викладена в статті Т. Л. Сааті: «Взаємодія в ієрархічних системах», опублікованій в № 1 за 1979 рік журналу «Технічна кібернетика», а також на алгоритмі врахування критеріальних пріоритетів Ціммермана [35].

Але із методики нечіткого багатокритеріального аналізу варіантів в інтерпретації професора С. Д. Штовби ми використаємо лише її гілку, присвячену визначенню пріоритету критеріїв оптимізації.

Для синтезу матриці Сааті попарного порівняння критеріїв нами була залучена група експертів у складі трьох докторів технічних наук зі спеціальності 01.05.02, які нині здійснюють наукові дослідження в рамках спеціальностей 124 та 126, двох докторів філософії зі спеціальності 141, одного аспіранта зі спеціальності 124 та одного магістра зі спеціальності 141.

Експертна група для порівняння критеріїв K_1, K_3, K_4, K_7 , з яких вона в порядку зменшення їх лінгвістичної значимості утворила ряд K_1, K_7, K_3, K_4 , сформувала матрицю Сааті C їх парних порівнянь у вигляді:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ \frac{1}{2} & 1 & 4 & 8 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & 1 & 4 \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Для того, щоб при розв'язанні задачі багатокритеріальної оптимізації ППВУРЕД врахувати вагу g_i кожного із критеріїв $K_i, i = 1, 7, 3, 4$, для суми яких в межах відрізка $[0,1]$ повинна задовольнятись нормалізаційна рівність

$$g_1 + g_7 + g_3 + g_4 = 1, \quad (4.10)$$

необхідно за схемою Беллмана-Заде, використовуючи матрицю C , синтезувати нечітку множину $\tilde{K}$ у вигляді

$$\tilde{K} = \left\{ \frac{g_1}{K_1}, \frac{g_7}{K_7}, \frac{g_3}{K_3}, \frac{g_4}{K_4} \right\} \quad (4.11)$$

І першим кроком процедури синтезу буде визначення власних чисел c_i , $i = 1, 2, 3, 4$ та власних векторів v_i , $i = 1, 2, 3, 4$ матриці C , які є розв'язками матричного рівняння

$$[C - cI]v = 0, \quad (4.12)$$

в якому I – одинична діагональна матриця тієї ж розмірності, що й матриця C , а вектори c , v мають вигляд:

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

На другому кроці процедури синтезу із вектора власних чисел c виокремлюємо власне число c_m , яке є найбільшим дійсним числом, та виокремлюємо власний вектор v_m , породжений цим найбільшим дійсним власним числом, проєкції якого v_{m1} , v_{m2} , v_{m3} , v_{m4} , унормовуємо на одиничному відрізку дійсної осі, скориставшись виразом

$$\sum v_{mi} = v_{m1} + v_{m2} + v_{m3} + v_{m4}, \quad (4.14)$$

на який ділимо кожен із проєкцій.

Унормовані проєкції власного вектора v_m і задаватимуть вагу кожного критерія при багатокритеріальній оптимізації, тобто, матимемо

$$g_1 = \frac{v_{m1}}{\sum v_{mi}}, g_2 = \frac{v_{m2}}{\sum v_{mi}}, g_3 = \frac{v_{m3}}{\sum v_{mi}}, g_4 = \frac{v_{m4}}{\sum v_{mi}} \quad (4.15)$$

Для реалізації викладеної вище процедури, як і в роботі [33], використаємо комп'ютерну програму, написану мовою Python на основі інформації, почерпнутої з посібників [28], [29], і позначеної як програма 7, що подається нижче.

Програма 7:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import scipy.linalg as la
In [3]: C=np.array ([[1,2,3,9],[1/2,1,4,8],\
    [1/3,1/4,1,4],[1/9,1/8,1/4,1]])
In [4]: c,v=la.eig(C)
In [5]: c.max( )
Out[5]: (4.117651729422716+0j)
```

```
In [6]: i=c.argmax( ); i
Out[6]: 0
In [7]: vm=v[:,i];vm
Out[7]: array([0.7809248 +0.j, 0.58125139+
0.j, 0.21815858+0.j, 0.06863034+0.j])
In [8]: vm.sum( )
Out[8]: (1.6489650967247262+0j)
```

```

In [9]: g1=vm[0]/vm.sum( );g1
Out [9]: (0.4735847937556173+0j)
In [10]: g1=np.real(g1).round(3);g1
Out[10]: 0.474
In [11]: g7=vm[1]/vm.sum( );g7
Out[11]: (0.3524946585313307+0j)
In [12]: g7=np.real(g7).round(3);g7
Out[12]: 0.352

```

```

In [13]: g3=vm[2]/vm.sum( );g3
Out[13]: (0.13230029919993777+0j)
In [14]: g3=np.real(g3).round(3);g3
Out[14]: 0.132
In [15]: g4=vm[3]/vm.sum( );g4
Out[15]: (0.04162024851311422+0j)
In [16]: g4=np.real(g4).round(3);g4
Out[16]: 0.042

```

Кінець програми 7

Підставляючи значення g_1, g_7, g_3, g_4 на відповідні місця у вираз (4.11), отримаємо конкретизовану нечітку множину $\tilde{K}$, якою визначається вага кожного критерія $K_i, i = 1, 7, 3, 4$ як лінгвістичної змінної у вигляді

$$\tilde{K} = \left\{ \frac{0.474}{K_1}, \frac{0.352}{K_7}, \frac{0.132}{K_3}, \frac{0.042}{K_4} \right\} \quad (4.16)$$

4.2. Розроблення методу оптимізації процесів перспективного розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»

В третьому розділі ми синтезували математичні моделі процесів оцінки стану та перспективного розвитку енергетики України та її відновлювальних джерел в полі авторегресій, які є дискретними стохастичними функціями, визначеними у відповідності з положеннями функціонального аналізу в інформаційних технологіях [36] на множині міри «нуль», для яких не можна обчислити інтеграл Рімана, що використовується як критеріальний функціонал в класичних задачах оптимізації, що використовують якийсь із критеріїв множини (4.1)–(4.8). Тож для задач оптимізації з використанням функцій, заданих на множині міри «нуль», як показано в роботах [37], [38], необхідно використовувати як критеріальний функціонал інтеграл Лебега, з теорією формування якого також можна ознайомитись, наприклад, в роботі [36].

Розпочнемо ми розроблення методу оптимізації процесів перспективного розвитку енергетики України та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль» з синтезу аналогу рівняння Ейлера для пошуку дискретних екстремалей з використанням критеріального функціоналу на основі інтегралу Лебега у формі інтеграла Стілтєсса

Загальновідомим фактом є те, що оптимальні траєкторії руху динамічних систем, процеси в яких на відрізку часу $t \in [a, b]$ описуються непе-

первними функціями часу $y(t)$, за відсутності обмежень знаходяться із диференціального рівняння Ейлера

$$F_y - \frac{d}{dt} F'_y = 0, \quad (4.17)$$

виведеного Ейлером шляхом мінімізації критеріального функціоналу

$$J = \int_a^b F(t, y(t), y'(t)) dt. \quad (4.18)$$

зі структурою інтегралу Рімана.

Нагадаємо, що в рівнянні (4.17)

$$F_y = \frac{\partial F}{\partial y}, \quad F_{y'} = \frac{\partial F}{\partial y'}, \quad y' = \frac{dy}{dt} \quad (4.19)$$

З прикладами застосування рівняння (4.17) в задачах пошуку оптимальних траєкторій руху динамічних систем, процеси в яких описуються непервними функціями часу, можна ознайомитись, наприклад, в роботі [39].

Але, якщо функції, якими описуються процеси в динамічних системах, не є непервними, а є решітчастими

$$y[kT] = y(t)|_{t=kT}, \quad T > 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20)$$

до класу яких відносяться і авторегресії

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_n y_{t-n} + \xi_t, \quad (4.21)$$

де $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ – коефіцієнти, а ξ_t – імпульс білого шуму в момент часу t , тобто якщо ці функції визначені на множині міри «нуль», то для них не можуть бути визначеними ні похідна у дискретній множині точок, заданій на відрізку $[a, b]$, ні інтеграл (4.18), бо його інтегральну суму складатимуть добутки значень функції в точках на нульову довжину цих точок. А отже визначити функцію в класі функцій, заданих на множині міри «нуль», яка доставить мінімум функціоналу (4.18), за методом Ейлера не є можливим в принципі.

Тож нашою задачею є пошук методу, за допомогою якого можна визначити оптимальну траєкторію руху дискретної динамічної системи в класі функцій, заданих на множині міри «нуль».

Для зручності подальших викладок решітчасту функцію (4.20) задаватимемо на відрізку $[a, b]$ на множині міри «нуль»:

$$\{k\} = \left\{ 0, 1, 2, \dots, \frac{b-a}{T} \right\}, \quad (4.22)$$

де T – період дискретизації, у безрозмірному часі $t^* = \frac{t}{T} = k$

У цьому випадку ця решітчаста функція набуде вигляду

$$y[k] = y(t^*) \Big|_{t^*=k}, k = 0, 1, 2, \dots, \frac{b-a}{T}, T > 0 \quad (4.23)$$

Цілком очевидно, що ця решітчаста функція, будучи підставленою у критеріальний функціонал (4.18), заданий у формі інтегралу Рімана, робить його обчислення неможливим, а тому неможливим стає і спосіб визначення такого значення цієї решітчастої функції, який доставляє мінімум цьому функціоналу.

Отже критеріальний функціонал потрібно задавати у такій інтегральній формі, яка допускає його обчислення на множині решітчастих функцій (4.23). І в якості цієї форми ми пропонуємо використати інтеграл Лебега, про який можна почерпнути інформацію, наприклад, в роботі [36] і в якому здійснюється інтегрування функції $y(t^*)$, заданої на множині міри «нуль» на відрізку $[a, b]$, не по осі аргументу t^* , а по функціональній осі y . У цьому випадку, навіть коли координата t^* задається на нульвимірній множині (4.22), координата y буде елементом множини дійсних чисел на відрізку $[m, M]$ осі y , мірою якого є його довжина, і лівою границею якого є дійсне число m , що є мінімальним значенням цієї функції на відрізку $[a, b]$, а правою границею є дійсне число M , що є максимальним значенням цієї функції на цьому ж відрізку $[a, b]$.

Для решітчастої функції (4.23), заданої на множині міри нуль (4.22) на відрізку $[a, b]$, інтегральна сума Лебега матиме вигляд

$$L = \lim_{\Delta_k y \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n y_{k-1} mE_k(y_{k-1} \leq y < y_k), \quad (4.24)$$

де

$$mE_k(y_{k-1} \leq y < y_k), \quad (4.25)$$

міра функції y на відрізку її значень

$$\Delta_k y = y_k - y_{k-1}, \Delta_k \subset [m, M], y_k = y[k], y_{k-1} = y[k-1] \quad (4.26)$$

Але оскільки міра mE є обмеженою монотонно-зростаючою функцією координати y (від її мінімального значення до максимального на відрізку $[a, b]$) то, позначивши її як $g(y)$, вираз (4.24) можна переписати у вигляді

$$L = \lim_{\Delta_k y \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n y_{k-1} (g(y_k) - g(y_{k-1})), \quad (4.27)$$

який уже має вигляд інтеграла Стільтєса, а тому може бути записаним і так:

$$L = \int_m^M y dg(y) \quad (4.28)$$

Приклад обчислення інтегралу Лебега у вигляді (4.24) з використанням програм, написаних мовою Python, буде приведено у наступному підрозділі.

Отже, спираючись на вище викладене, можна стверджувати, що при розв'язанні задачі оптимізації дискретної динамічної системи, процес в якій описується решітчастою функцією (2.23), в якості критеріального функціоналу, який враховує не лише саму решітчасту функцію, а і швидкість її зміни, що задається в разі використання безрозмірного аргументу m приростом (4.26) в сусідніх точках, доцільно використовувати функціонал на основі інтеграла Лебега (4.27) у формі інтегралу Стілтєса (4.28), тобто функціонал

$$L_F = \int_m^M F(y, \Delta y) dg(y) \quad (4.29)$$

А метод визначення решітчастої функції у формі (4.23), яка доставляє мінімум функціоналу (4.29), побудуємо, застосувавши той же підхід, який використав Ейлер, коли здійснював пошук неперервної функції, що доставляла мінімум функціоналу (4.17).

Отже припустимо, що нам відома решітчаста функція $y[k]$, яка доставляє мінімум функціоналу (4.29) на множині міри «нуль» (4.22) на відріжку $[a, b]$. Синтезуємо іншу решітчасту функцію

$$y[k] + \alpha y_1[k], \quad (4.30)$$

в якій α — параметр, а допоміжна решітчаста функція $y_1[k]$ є такою, що має нульові значення в тих точках множини міри «нуль» (4.22) на відріжку $[a, b]$, в яких решітчаста функція $y[k]$, що доставляє мінімум функціоналу (4.29), досягає свого мінімального та максимального значень. Ця умова потрібна для того, щоб міра цієї функції (4.30) не стала більшою міри функції $y[k]$, що дорівнює

$$mE(m \leq y < M) = M - m \quad (4.31)$$

Цілком очевидно, що на решітчастій функції (4.30) ми матимемо приріст функціоналу (4.29), тобто матимемо

$$\Delta L_F(\alpha) = \int_m^M F(y + \alpha y_1, \Delta y + \alpha \Delta y_1) dg(y) - \int_m^M F(y, \Delta y) dg(y) \geq 0, \quad (4.32)$$

Розкладаючи вираз (4.32) в степеневий ряд по степеням параметру α і враховуючи те, що в околі нульового значення цього параметра приріст

$\Delta L_F(\alpha)$ функціоналу (4.29) можна прийняти рівним його першій варіації δL_F , від виразу (4.32) можна перейти до виразу

$$\alpha \frac{d}{d\alpha} \left(\int_m^M F(y + \alpha y_1, \Delta y + \Delta y_1) dg(y) \right) \geq 0, \quad (4.33)$$

який при довільних значеннях α може задовольнятися лише за умови, що

$$\frac{d}{d\alpha} \left(\int_m^M F(y + \alpha y_1, \Delta y + \alpha \Delta y_1) dg(y) \right) = 0 \quad (4.34)$$

Міняючи місцями операції диференціювання та інтегрування і враховуючи, що диференціювання здійснюється за правилами знаходження повної похідної, із виразу (4.34) матимемо

$$\int_m^M \left(\frac{\partial F}{\partial y} y_1 + \frac{\partial F}{\partial (\Delta y)} \Delta y_1 \right) dg(y) = 0 \quad (4.35)$$

Оскільки приріст міри $dg(y)$ решітчастої функції (4.23) в межах від нижньої границі цієї функції до верхньої дорівнює різниці цих границь $M - m$, то вираз (4.35) може виконуватись лише за умови, що

$$\frac{\partial F}{\partial y} y_1 + \frac{\partial F}{\partial (\Delta y)} \Delta y_1 = 0 \quad (4.36)$$

Рівняння (4.36) і є аналогом рівняння Ейлера для решітчастих функцій, розв'язок якого визначає решітчасту функцію, яка доставляє мінімум критеріальному функціоналу, заданому інтегралом Лебега у формі інтеграла Стілтєса (4.29). Його отриманням ми і завершили розроблення методу оптимізації процесів перспективного розвитку енергетики України та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»

4.3. Створення програмного забезпечення мовою Python для обчислення критеріальних інтегралів у формі інтегралів Лебега і Стілтєса, придатних для розв'язання оптимізаційних задач в полі функцій, визначених на множині міри «нуль»

Аналіз пакетів програм на мові Python, розміщених в програмному середовищі Anaconda, та матеріалів, розміщених в навчальних посібниках з програмування на мові Python, показав, що станом на сьогодні і в програмному пакеті sympy і в програмному пакеті scipy можна знайти достатньо програмних інструментів для обчислення як однократних, так і

багатократних інтегралів Рімана, але ні там, ні там нічого не сказано про те, як обчислювати інтеграли Стільєса та інтеграли Лебега, які до недавнього часу ще не конкурували з широко розповсюдженими в математичному аналізі інтегралами Рімана, але завдяки поширенню ключових положень функціонального аналізу в сферу інформаційних технологій починають знаходити місце для застосування в якості критеріальних функціоналів в задачах системного аналізу з дискретними моделями, заданими на нульвимірних множинах, для яких не можуть бути обчисленими інтеграли Рімана в принципі.

А тому в процесі досліджень ми вирішили доповнити відомий програмний інструментарій реалізації процесів інтегрування неперервних функцій по Ріману на мові Python двома програмами інтегрування на цій же мові дискретних (решітчастих) функцій по Стільєсу та Лебегу, аби озброїти спеціалістів з ІТ-технологій, які користуються в повсякденній практиці програмування мовою Python, ефективним програмним інструментарієм реалізації процесів інтегрування по Стільєсу та Лебегу функцій, заданих на нульвимірних множинах в задачах прогнозування часових рядів та в задачах перетворення законів розподілу випадкових величин, в яких вони можуть застосовуватись в якості критеріальних функціоналів на етапі оптимізації об'єктів з такими процесами.

Пристаюючи до розв'язання поставленої задачі, одразу ж вкажемо на те, що потрібну нам інформацію стосовно суті інтегрування по Стільєсу та Лебегу ми будемо брати із роботи [36], не обтяжуючи себе посиланнями на те, звідки вона була взята авторами цієї роботи, а інформацію стосовно програмного інструментарію мови Python ми будемо брати із робіт [28], [29], теж не обтяжуючи себе посиланнями на те, звідки вона була взята авторами цих робіт.

Отже, нагадаємо, що, як відомо, основною відмінністю інтеграла Стільєса від інтеграла Рімана є те, що в інтегралі Рімана інтегрування на відріжку $[a, b]$ неперервної та обмеженої функції $f(x)$ здійснюється з використанням приростів dx її аргументу на цьому ж відріжку числової осі, а в інтегралі Стільєса інтегрування на відріжку $[a, b]$ функції $f(x)$ здійснюється з використанням приростів $dg(x)$ іншої обмеженої функції $g(x)$, заданої на цьому ж відріжку числової осі, а сама функція $f(x)$, що інтегрується, називається інтегрованою за функцією $g(x)$ на відріжку $[a, b]$ числової осі. Символьно інтеграл Стільєса записується так:

$$S = \int_a^b f(x)dg(x), \quad (4.37)$$

а реалізує він, фактично, операцію визначення граничного числа S за виразом

$$S = \lim_{\Delta_i x \rightarrow 0} \sum_{i=1}^{n \rightarrow \infty} f(\xi_i) (g(x_i) - g(x_{i-1})), \quad (4.38)$$

в якому

$$\Delta_i x = x_i - x_{i-1}, i = 1, 2, \dots, n, \quad \xi_i \in \Delta_i x \quad (4.39)$$

Що ж до інтеграла Лебега, то його розгляд розпочнемо цитатою із роботи [36]: «Коли математики побачили, що існують функції, які не інтегруються за Ріманом, вони почали пошук такого узагальнення поняття визначеного інтеграла, за допомогою якого ці функції теж можна було б інтегрувати. І таке узагальнення вдалося здійснити Лебегу, який запропонував приріст координати, за якою здійснюється інтегрування функції $y = y(x)$, заданої на відрізку $[a, b]$, визначати не по осі аргументу x , а по функціональній осі y , адже у цьому випадку, навіть коли координата x задається на нульвимірній множині E скінченної чи зліченної кількості точок на осі x , координата y буде елементом множини дійсних чисел на відрізку $[m, M]$ осі y , мірою якого є його довжина, і лівою границею якого є дійсне число m , що є мінімальним значенням цієї функції на відрізку $[a, b]$, а правою границею є дійсне число M , що є максимальним значенням цієї функції на цьому ж відрізку $[a, b]$ ».

І конструював свій інтеграл Лебег, висунувши умову, щоб вимірна і обмежена нижнім m та верхнім M значеннями функція $y = y(x)$, що задана на відрізку $[a, b]$ осі x , була визначеною на множині E з мірою

$$mE(m \leq y < M). \quad (4.40)$$

А в результаті реалізації цієї конструкції Лебегом був отриманий вираз

$$L = \lim_{\Delta_i y \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n y_{i-1} mE_i(y_{i-1} \leq y < y_i), \quad (4.41)$$

який мав усі властивості інтеграла при інтегруванні по координаті y , а тому Лебег увів його в математику як нове трактування визначеного інтеграла, який інші математики назвали в його честь інтегралом Лебега, а суму (4.41) назвали інтегральною сумою Лебега на множині E з мірою, визначеною виразом (4.40).

Але оскільки міра mE є монотонною функцією координати y то, позначивши її як $g(y)$, вираз (4.41) можна переписати у вигляді

$$L = \lim_{\Delta_i y \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n y_{i-1} (g(y_i) - g(y_{i-1})), \quad (4.42)$$

який уже має вигляд інтеграла Стілтєса, а тому може бути записаним і так

$$L = \int_m^M y dg(y) \quad (4.43)$$

Виразами (4.37)–(4.43) і будуть визначатись вихідні передумови для поставленої нами вище задачі.

Почнемо розв'язання поставленої задачі з визначення алгоритму обчислення інтегралу Стілтєса та синтезу програми на мові Python для реалізації цього алгоритму.

Аналізуючи вирази (4.38), (4.39), бачимо, що наближене значення граничного числа S можна визначити із виразу

$$S \approx \sum_{i=1}^n f(\xi_i) (g(x_i) - g(x_{i-1})), \quad (4.44)$$

в якому n – досить значне число, але задане в межах розумного вибору, продиктованого допустимим значенням похибки обчислення.

Цілком очевидно, що при достатньо великих значеннях n матимемо значення

$$\Delta_i x = x_i - x_{i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4.45)$$

настільки малими, що замість співвідношення $\xi_i \in \Delta_i x$ можна використовувати співвідношення $\xi_i = x_{i-1}$ і, як наслідок, можна прийняти, що

$$f(\xi_i) = f(x_{i-1}) \quad (4.46)$$

Підставляючи вираз (4.46) у вираз (4.44), матимемо

$$S \approx \sum_{i=1}^n f(x_{i-1}) (g(x_i) - g(x_{i-1})), \quad (4.47)$$

Ось виходячи з цього виразу (4.47), ми і будемо розробляти програму наближеного обчислення інтегралу Стілтєса від дискретної функції $f(x_{i-1})$, $i = 1, 2, \dots, n$, заданої на нульвимірній множині точок відрізка $[a, b]$, по заданій на цьому ж відрізку функції $g(x)$.

Команди програми писатимуться зліва послідовно одна за другою, а етапи алгоритму створення програми з використанням виразу (4.47) писатимемо у цьому ж рядку справа після символу #, переносячи словесні характеристики цих етапів в разі, якщо вони не поміщуватимуться в один рядок, в рядок наступний, перед початком якого уже не стоятиме символ #, а будуть проставлені чотири крапки....Для доведення дії програми до конкретних обчислень ми в цій програмі використаємо цілком конкретні функції $f(x)$, $g(x)$, а в разі необхідності користувачеві нашої програми обчислювати наближено інтеграли Стілтєса для іншої пари функцій він їх в поле програми вписуватиме замість тих, які використали при створенні програми ми.

Отже, програма на мові Python для обчислення інтегралу Стілтєса від функції $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 4$ по функції $g(x) = 2\exp(x) - 3x$ дійсної змінної x , заданої на відрізку $[0, 2]$ дискретно через проміжок $\Delta_i x = x_i - x_{i-1} = 0.1$; $i = 1, 2, \dots, 20$, яку ми представимо як програму 8, матиме вигляд:

Програма 8:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: x=np.linspace(0,2,21)
In [3]: def f(x):
        return x**3+3*x**2-2*x-4
```

```
In [4]: fvec=np.vectorize(f)
In [5]: f1=fvec(x); f1
Out[5]:
array([-4.    , -4.169, -4.272, -4.303, -4.256,
       -4.125, -3.904, -3.587, -3.168, -2.641, -2.   ,
       -1.239, -0.352,  0.667,  1.824,  3.125,
        4.576,  6.183,  7.952,  9.889, 12.   ])
```

```
In [6]: g=lambda x: 2*np.exp(x)-3*x
In [7]: gvec=np.vectorize(g)
In [8]: g1=gvec(x); g1
Out[8]:
array([2.   , 1.91034184, 1.84280552,
       1.79971762, 1.7836494 , 1.79744254,
       1.8442376 , 1.92750541, 2.05108186,
       2.21920622, 2.43656366, 2.70833205,
       3.04023385, 3.43859334, 3.91039993,
       4.46337814, 5.10606485, 5.84789478,
       6.69929493, 7.67178888, 8.7781122 ])
```

```
In [9]: g11=np.diff(g1); g11
```

```
Out[9]:
array([-0.08965816, -0.06753632,
       -0.0430879 , -0.01606822,  0.01379315,
        0.04679506,  0.08326781,  0.12357644,
        0.16812437,  0.21735743,  0.27176839,
        0.3319018 ,  0.39835949,  0.4718066 ,
        0.55297821,  0.64268671,  0.74182993,
        0.85140015,  0.97249396,  1.10632331])
```

```
In [10]: f11=f1[-1]; f11
```

```
Out[10]:
array([-4.   , -4.169, -4.272, -4.303, -4.256,
       -4.125, -3.904, -3.587, -3.168, -2.641, -2.   ,
       -1.239, -0.352,  0.667,  1.824,  3.125,
        4.576,  6.183,  7.952,  9.889])
```

```
In [11]: s1=f11*g11; s1
```

```
# Виклик ППП numpy під символом np
# Формування масиву значень x
# Формування функції f(x), що інтегрується
по Стілтєсу на відрізьку [0, 2] значень
аргументу x
# Векторизація функції f(x)
# Візуалізація векторизованої функції f(x)
у вигляді списку f1
```

```
# Формування функції g(x), по якій
інтегрується f(x) та її векторизація
#Візуалізація векторизованої функції .g(x)
у вигляді списку g1
```

```
#Визначення масиву g11 перших різниць
векторизованої функції g(x)
та його візуалізація
```

```
#Видалення із масиву f1 останнього
елемента і приведення його до вигляду
f11 для узгодження з масивом g11
```

```
#Поелементне перемноження масивів
f11 та g11 та його візуалізація
```

```
Out[11]:
array([ 0.35863266,  0.28155892,
  0.18407151,  0.06914155, -0.05870363,
 -0.19302962, -0.32507755, -0.4432687,
 -0.53261799, -0.57404098, -0.54353678,
 -0.41122633, -0.14022254,  0.314695,
  1.00863225,  2.00839596,  3.39461378,
  5.2642071,  7.73327194, 10.94043125])
```

```
In [12]: S=s1.sum (); S
```

Обчислення інтегралу Стілтєса
від дискретної функції $f(x)$ по функції $g(x)$
на відрізьку $[0, 2]$ значень аргументу x

```
Out[12]: 28.33592779370339
```

Кінець програми 8 наближеного обчислення інтегралу Стілтєса

А далі продовжимо розв'язання поставленої задачі з визначення алгоритму обчислення інтегралу Лебега та синтезу програми на мові Python для реалізації цього алгоритму.

Аналізуючи вирази (4.41), (4.42), бачимо, що наближене значення лебегівської інтегральної суми L можна визначити із виразу, за структурою подібного до виразу (4.47), за допомогою якого ми обчислювали наближене значення інтегралу Стілтєса. Але, зважаючи на те, що міра m_E значень функції $y(x)$, заданої дискретно на відрізьку $[a, b]$ вісі аргументу x , на вісі значень цієї функції y згідно з виразом (4.40) є функцією, монотонно зростаючою від нуля в точці m до значення M , що дорівнює довжині відрізьку $[m, M]$, очевидним стає той факт, що мірою значення функції $y(x)$ у точці x_{i-1} , де $i = 1, 2, \dots, n$, тобто значення y_{i-1} є відрізок осі y між значенням y_{i-1} та наступним значенням y_i , тобто

$$mE_i(y_{i-1} < y \leq y_i) = y_i - y_{i-1} = \Delta_i y \quad (4.48)$$

Але, оскільки міра є функцією монотонно зростаючою, то це означає, що підставляти вираз (4.48) у вираз (4.41) для визначення інтегральної суми Лебега можна лише після того, як значення y_{i-1} будуть відсортованими за їх зростанням, тобто заміненіми на значення y_{i-1}^* , для яких є справедливим співвідношення

$$y_0^* < y_1^* < y_2^* < \dots < y_{i-1}^* < \dots < y_n^*, \quad (4.49)$$

$$y_0^* = m, \quad y_n^* = M, \quad n = \frac{b-a}{\Delta x} = \frac{b-a}{\text{const}}, \quad (4.50)$$

З врахуванням співвідношень (4.48) – (4.50) перепишемо вираз (4.42), який є відображенням виразу (4.41), у вигляді, придатному для наближеного обчислення інтегралу Лебега, тобто у вигляді

$$L \approx \sum_{i=1}^n y_{i-1}^* \Delta_i y^* \quad (4.51)$$

Ось виходячи з цього виразу (4.51), ми і будемо створювати програму наближеного обчислення інтегралу Лебега від дискретної функції $y(x_{i-1}) = y_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots, n$, заданої на нульвимірній множині точок відрізка $[a, b]$.

Для доведення дії і цієї програми до конкретних обчислень ми і в цій програмі використаємо цілком конкретну функцію $y = f(x)$, а в разі необхідності користувачеві нашої програми обчислювати наближено інтеграли Лебега для інших функцій він їх в поле програми вписуватиме замість тієї, яку використали при створенні програми ми.

Отже, програма на мові Python для обчислення інтегралу Лебега від функції $f(x) = e^{-x} \sin 3x$ дійсної змінної x , заданої на відрізку $[0, 3]$ дискретно в точках через проміжок $\Delta_i x = x_i - x_{i-1} = 0.15$; $i = 1, 2, \dots, 20$, яку ми представимо як програму 9, матиме вигляд:

Програма 9:

In [1]: import numpy as np	# Виклик ППП numpy під символом np
In [2]: x=np.linspace(0,3,21)	# Формування масиву значень x
In [3]: def f(x):	# Формування функції f(x), що
return np.exp(-x)*np.sin(3*x)	інтегрується по Лебегу на відрізку
	$[0, 3]$ значень аргументу x
In [4]: fvec=np.vectorize(f)	# Векторизація функції f(x)
In [5]: f1=fvec(x); f1	# Візуалізація векторизованої функції f(x)
Out[5]:	у вигляді списку f1
array([0. , 0.3743783 , 0.58030285,	
0.62214868, 0.53445891, 0.36753575,	
0.17375969, -0.00294201, -0.1332846,	
-0.20441749, -0.21811645, -0.1866539,	
-0.12773711, -0.05972154, 0.00205897,	
0.0474343 , 0.07199992, 0.07646286,	
0.06518194, 0.0443898 , 0.02051817])	
In [6]: M=max(f1); M	# Визначення максимуму M функції
	f(x) на відрізку $[0, 3]$ значень аргументу x
Out[6]: 0.6221486811452028	
In [7]: m=min(f1); m	# Визначення мінімуму m функції f(x)
	на відрізку $[0, 3]$ значень аргументу
Out[7]: -0.21811645170452654	
In [8]: mEf=M-m;mEf	# Визначення міри M-m функції f(x)
	на відрізку $[0, 3]$ значень аргументу x
Out[8]: 0.8402651328497294	
In [9]: f11=np.sort(f1); f11	# Трансформація масиву f1 в масив f11,
	відсортований за зростанням значень
Out[9]:	
array([-0.21811645, -0.20441749,	
-0.1866539 , -0.1332846 , -0.12773711,	

```
-0.05972154, -0.00294201, 0, 0.00205897,  
0.02051817, 0.0443898, 0.0474343,  
0.06518194, 0.07199992, 0.07646286,  
0.17375969, 0.36753575, 0.3743783,  
0.53445891, 0.58030285, 0.62214868])
```

```
In [10]: g=np.diff(f11); g
```

#Визначення масиву g перших різниць
відсортованої функції f11

```
Out[10]:
```

```
array([0.01369896, 0.0177636,  
0.0533693, 0.00554749, 0.06801557,  
0.05677952, 0.00294201, 0.00205897,  
0.0184592, 0.02387163, 0.0030445,  
0.01774765, 0.00681798, 0.00446294,  
0.09729683, 0.19377606, 0.00684255,  
0.16008061, 0.04584394, 0.04184583])
```

```
In [11]: f111=f11[: -1]; f111
```

Видалення із масиву f11 останнього
елемента і приведення його до вигляду
f111 для узгодження з масивом g

```
Out[11]:
```

```
array([-0.21811645, -0.20441749,  
-0.1866539, -0.1332846, -0.12773711,  
-0.05972154, -0.00294201, 0.,  
0.00205897, 0.02051817, 0.0443898,  
0.0474343, 0.06518194, 0.07199992,  
0.07646286, 0.17375969, 0.36753575,  
0.3743783, 0.53445891, 0.58030285])
```

```
In [12]: l1=f111*g; l1
```

Поелементне перемноження
масивів f111 та g та його візуалізація

```
Out[12]:
```

```
array([-2.98796838e-03, -3.63118992e-03,  
-9.96158766e-03, -7.39394368e-04,  
-8.68811299e-03, -3.39096030e-03,  
-8.65544179e-06, 0.00000000e+00,  
3.80069447e-05, 4.89802141e-04,  
1.35144637e-04, 8.41847084e-04,  
4.44409318e-04, 3.21331035e-04,  
7.43959408e-03, 3.36704688e-02,  
2.51488210e-03, 5.99307062e-02,  
2.45017000e-02, 2.42832565e-02])
```

```
In [13]: L=np.sum(l1); L
```

Обчислення інтегралу Лебега від
дискретної функції f(x) на відрізьку [0, 3]
значень аргументу x

```
Out[13]: 0.125203279831203
```

Кінець програми 9 наближеного обчислення інтегралу Лебега

4.4. Розроблення метода трансформації дискретних інтегральних законів розподілу випадкових величин, синтезованих на множині міри «нуль», в неперервні диференціальні закони їх щільностей

Словосполучення «системний аналіз» має дві інтерпретації, згідно з першою із яких – це ідеологія розгляду явища, процесу чи технології як системи, все в якій взаємопов'язано, а тому потребує одночасного розгляду у сукупності, а згідно з другою – це метод аналізу складної системи, що містить в собі п'ять етапів, на першому з яких визначається об'єкт і мета дослідження, ставляться задачі і задаються критерії оцінки результатів на шляху до мети; на другому з яких об'єкт дослідження виділяється із навколишнього середовища; на третьому із яких розробляються математичні моделі процесів, які протікають в системі, що розглядається як об'єкт дослідження, та математичні моделі сигналів, які прикладаються до цієї системи із зовнішнього середовища, в сукупності з математичними моделями впливів, які здійснює система на оточуюче її зовнішнє середовище; на четвертому етапі об'єкт досліджується з використанням синтезованих моделей, а на п'ятому етапі процеси в об'єкті або його структура оптимізуються, якщо четвертий етап виявив в них недосконалість на множині заданих критеріїв.

Отже при системному аналізі ППВУРЕД в полі уведеної нами множини критеріїв виникне необхідність у синтезі законів розподілу ймовірностей виходу з ладу як елементів електроенергетики України в цілому, так і ВДЕ зокрема, багатьох видів яких встановлено недостатньо для отримання повноцінної статистики. Тож необхідно створити такий метод визначення цих законів розподілу в якомусь еквівалентному варіанті, щоб з його використанням можна було обчислювати потрібні для критеріального порівняння характеристики об'єктів дослідження.

В класичній математичній статистиці синтез законів розподілу ймовірностей випадкових величин починається з побудови гістограм та їх «вирівнювання» за процедурою Пірсона однією із запропонованих різними математиками в різні роки теоретичною функцією розподілу, але ми цього робити не будемо, а запропонуємо інший підхід, виходячи з наступного.

У будь-якому підручнику чи навчальному посібнику з теорії ймовірностей, виданому як в Україні, так і за її межами, ми знайдемо інформацію про те, що одними із базових понять цієї науки є поняття законів розподілу випадкових величин X в їх інтегральному $F(x)$ чи диференціальному $f(x)$ вираженні, що зв'язані між собою відомим співвідношенням

$$f(x) = \frac{dF}{dx} \quad (4.52)$$

Відсилаючи для пересвідчення до будь-якого з цих підручників чи навчальних посібників, нагадаємо, що інтегральний закон $F(x)$ розподілу випадкової величини X у вигляді

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (4.53)$$

задає ймовірність $P(\cdot)$ події, що очікувана випадкова величина X набуде значення, не більшого конкретно заданого нами числа x , а у вигляді $P(x_1 < X \leq x_2)$ ймовірність того, що це значення попаде в діапазон $X \in [x_1, x_2]$, може бути визначеною зі співвідношення

$$P(x_1 < X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1), \quad (4.54)$$

якщо відомим є її інтегральний закон розподілу $F(x)$. А якщо відомим є її диференціальний закон розподілу $f(x)$, який ще називають густиною (чи щільністю) її розподілу, то ця ймовірність може бути визначеною зі співвідношення

$$P(x_1 < X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (4.55)$$

Отже, щоб обчислити ймовірність $P(x_1 < X \leq x_2)$ того, що очікуване значення випадкової величини X попаде в діапазон $X \in [x_1, x_2]$, нам потрібно знати або інтегральний закон її розподілу $F(x)$, щоби скористатися виразом (4.54), або диференціальний закон розподілу $f(x)$, щоби скористатися виразом (4.55).

А синтез та ідентифікація математичних моделей інтегрального $F(x)$ та диференціального $f(x)$ законів розподілу випадкової величини X , заданої обмеженою множиною її відомих значень, є змістом іншої навчальної дисципліни, яка називається математичною статистикою і з навчальних посібників з якої, виданих як в Україні, так і за кордоном, легко пересвідчитись, що процедура синтезу диференціального $f(x)$ закону розподілу випадкової величини X починається з побудови гістограми, що являє собою сходишкову лінію над віссю x , висота кожної сходишки якої дорівнює відношенню кількості значень випадкової величини, що потрапили в межі цієї сходишки, до загальної кількості значень випадкової величини, заданої обмеженою множиною усіх її відомих значень. А другим етапом цієї процедури синтезу, тобто, етапом ідентифікації диференціального $f(x)$ закону розподілу випадкової величини X , є алгоритм «вирівнювання» сходинок гістограми гіпотетичними неперервними кривими розподілу, запропонованими відомими математиками різних епох, починаючи з Гауса, з використанням χ^2 -розподілу Пірсона. З прикладами ідентифікації гістограми кривими нормального закону розподілу Гауса можна ознайомитись, наприклад, в роботах [40], [41].

І ось саме цей другий етап процедури синтезу диференціального закону розподілу $f(x)$ випадкової величини X – етап «вирівнювання» сходинок гістограми гіпотетичними неперервними кривими розподілу є найбільш проблематичним, оскільки при малих потужностях відомих значень множин випадкових величин, з використанням яких здійснюється ідентифікація, важко домогтись прийнятного значення довірчої ймовірності для «вирівнюючої» кривої, а при великих потужностях цих множин не вдається ідентифікувати гістограму однією із відомих теоретичних кривих, запропонованих різними математиками, а об'єднання кількох кривих в один ансамбль для ідентифікації гістограми складного профілю не відповідає принципу коректного розв'язання цієї задачі.

Тож як подолати невизначеність цієї проблемної ситуації шляхом синтезу еквівалентних моделей законів розподілу випадкових величин, придатних для обчислення ймовірностей попадання цих величин в заданий діапазон значень, для побудови яких не потрібна процедура «вирівнювання» гістограм відомими функціями розподілу з використанням χ^2 -розподілу Пірсона, ми викладемо далі.

Почнемо розв'язання поставленої задачі з аналізу виразів (4.53), (4.54), (4.55).

Із першого з цих виразів витікає, що функція, яка апроксимує інтегральний закон розподілу $F(x)$ випадкової величини X , є функцією, що неперервно зростає в межах від 0 до 1 для будь-якої множини її значень – для констатації цього відомого з теорії ймовірностей факту в подальшому тексті ми будемо використовувати термін «Властивість 1»

Із другого з цих виразів витікає, що ця функція на лівій межі заданої множини значень випадкової величини X дорівнює нулю – для констатації цього відомого з теорії ймовірностей факту в подальшому тексті ми будемо використовувати термін «Властивість 2»

А із третього з цих виразів витікає, що площа під кривою функції, яка апроксимує диференціальний закон розподілу $f(x)$ випадкової величини X , дорівнює одиниці. А оскільки гістограма є статистичною оцінкою функції, яка апроксимує диференціальний закон розподілу $f(x)$ випадкової величини X , то площа фігури, обмеженою зверху сходишковою лінією гістограми, а знизу віссю абсцис, теж дорівнює одиниці – для констатації цього відомого з математичної статистики факту в подальшому тексті ми будемо використовувати термін «Властивість 3».

Для подальших викладок, скориставшись Python-програмою 10, створеною на підставі рекомендацій робіт [27], [28], [29] і наведеною нижче, побудуємо гіпотетичну гістограму типового характеру випадкової величини X , не конкретизуючи множини значень цієї випадкової величини, але з дотриманням для її гістограми «Властивості 3».

Програма 10:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import matplotlib
In [3]: import matplotlib.pyplot as plt
In [4]: locs=np.arange(5)
In [5]: L=[0.1,0.15,0.35,0.25,0.15]
In [6]: data=np.array(L)
In [7]: plt.bar(locs,data,width=0.99,color='blue')
```

Кінець програми 10

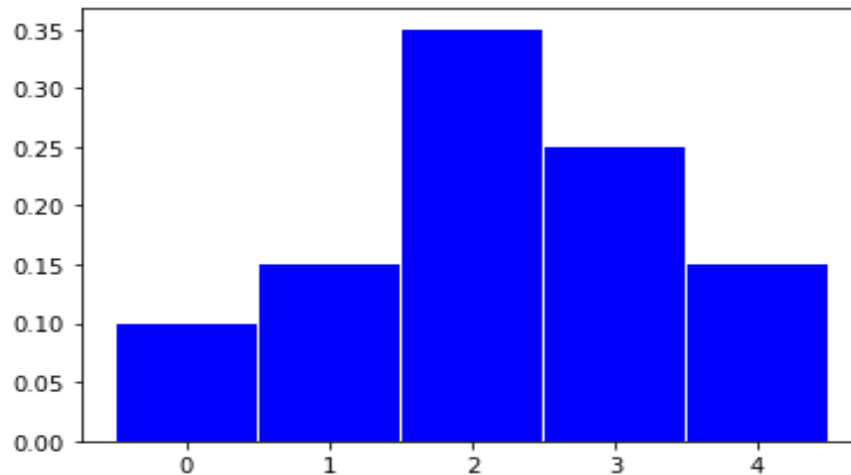


Рисунок 16. Гіпотетична гістограма випадкової величини X , номер кожного одиничної ширини розряду якої проставлено в його середині

Аналізуючи гістограму, приведену на рис.16, бачимо, що навіть у цьому структурно і контурно простому її варіанті важко передбачити, в який бік вона деформуватиметься при збільшенні кількості використаних для її побудови значень випадкової величини – чи у бік «підтягування» до більш високого порогу перших двох розрядів з лівого боку від максимуму, що демонструватиме її наближення в граничному варіанті до нормального закону розподілу Гаусса, що описується осьовим зрізом «дзвіницевої» поверхні, чи у бік «зниження» до ще менших значень порогів перших двох розрядів з лівого боку від максимуму та «підвищення» до ще більших значень порогів останніх двох розрядів з правого боку від максимуму, що демонструватиме її наближення до β -розподілу. Тож, намагаючись «вирівняти» цю гістограму одним із цих двох розподілів, ми можемо отримати довірчу ймовірність апроксимації на рівні, меншому того, якому можна довіряти. І, якщо немає можливості додати до множини значень випадкової величини, згідно з якою будувалась гістограма, додаткових її значень, то з позицій класичної теорії ймовірностей та класичної математичної статистики задача переходить в категорію таких, що не мають коректного розв'язку.

Але в нашу комп'ютерну епоху, коли не виникає ускладнень у здійсненні будь-яких цифрових об'ємів обчислень, визначення будь-яких характеристик випадкових величин можна звести до комп'ютерних обчислень з використанням відповідних чисельно заданих їх законів розподілу. Тож реалізація етапу «вирівнювання» гістограм класичними функціями, якими в класичній математичній статистиці пропонується апроксимувати закони розподілу випадкових величин, стає не потрібною. І замість процедури «вирівнювання» гістограм доцільно переходити до процедури чисельного їх наближення до чисельно заданих функцій, які ми назвали еквівалентними моделями законів розподілу. Далі ми покажемо, як здійснити це наближення.

Отже почнемо з першого еквівалентного наближення функції $F(x)$, яке отримаємо кумулятивним сумуванням площ усіх розрядів гістограми, приведеної на рис.16. Для цього використаємо Python-програму 11, яка має вигляд:

Програма 11:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import matplotlib
In [3]: import matplotlib.pyplot\
        as plt
In [4]: locs=np.arange(5)

In [5]: L=[0.1,0.15,0.35,0.25,0.15]
In [6]: data=np.array(L)
In [7]: data1=np.cumsum(data)
In [8]: plt.bar(locs,data1,width=0.99,\
               color='blue')
```

Кінець програми 11

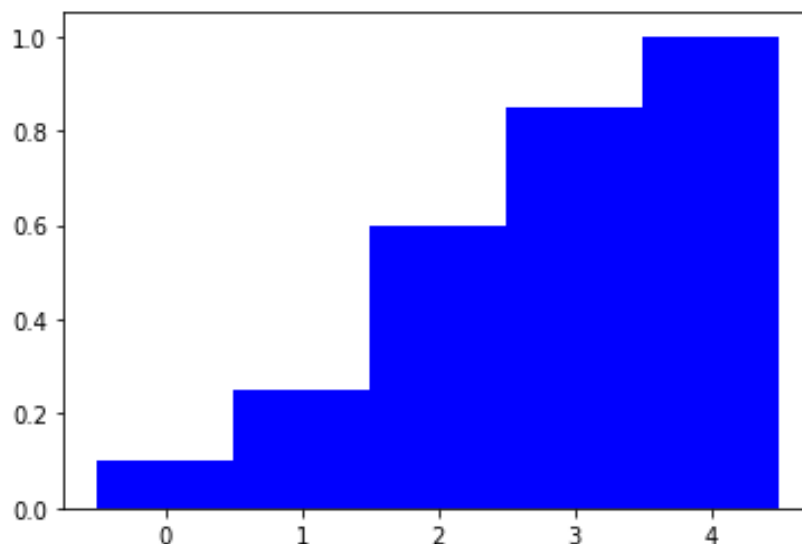


Рисунок 17. Перше графічне еквівалентне наближення функції розподілу $F(x)$ випадкової величини X , отримане з гістограми рис. 16 у вигляді сходинок з числом сходинок, що дорівнює числу розрядів гістограми

А далі, використавши Python-програму 12, розіб'ємо кожний розряд гістограми, наведеної на рис. 17, на два підрозряди і за допомогою кумулятивного сумування площ усіх підрозрядів отримаємо друге еквівалентне наближення функції $F(x)$, зображене на рис. 18.

Програма 12:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import matplotlib
In [3]: import matplotlib.pyplot as plt
In [4]: locs1=np.arange(10)
In [5]: L=[0.1,0.15,0.35,0.25,0.15]
In [6]: data=np.array(L)

In [7]: data1=np.repeat(data,2);data1
Out[7]: array([0.1, 0.1, 0.15, 0.15, 0.35,\
0.35, 0.25, 0.25, 0.15, 0.15])
In [8]: data2=np.cumsum(data1/2)
In [9]: plt.bar(locs1,data2,width=0.99,\
color='blue')
```

Кінець програми 12

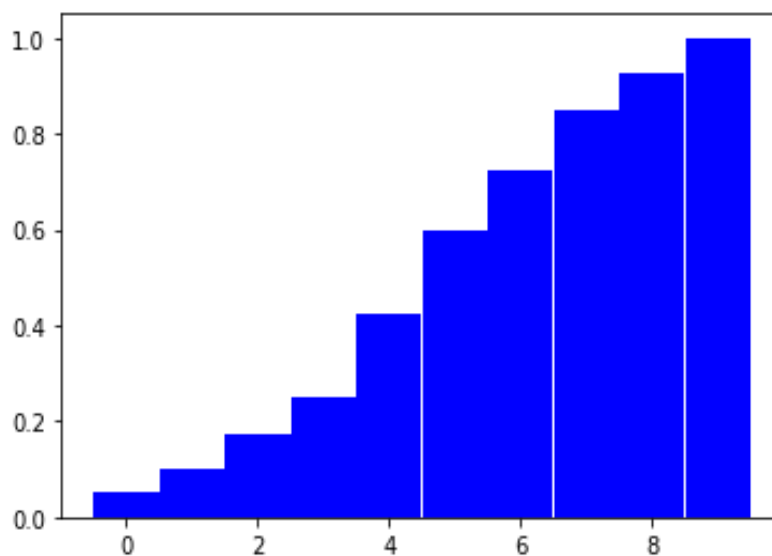


Рисунок 18. Друге графічне еквівалентне наближення функції розподілу $F(x)$ випадкової величини X , отримане з гістограми рисунка 17 у вигляді сходинок з числом сходинок, що дорівнює подвоєному числу розрядів гістограми

Для однозначної інтерпретації процедури еквівалентування, використавши Python-програму 13, отримаємо третє еквівалентне наближення функції $F(x)$, зображене на рисунку 19.

Програма 13:

```
In [1]: import numpy as np
In [2]: import matplotlib
In [3]: import matplotlib.pyplot as plt
In [4]: locs2=np.arange(15)
In [5]: L=[0.1,0.15,0.35,0.25,0.15]

In [6]: data=np.array(L)
In [7]: data3=np.repeat(data,3)
In [8]: data4=np.cumsum(data3/3)
In [8]: plt.bar(locs2,data4,width=0.99, color='blue')
```

Кінець програми 13

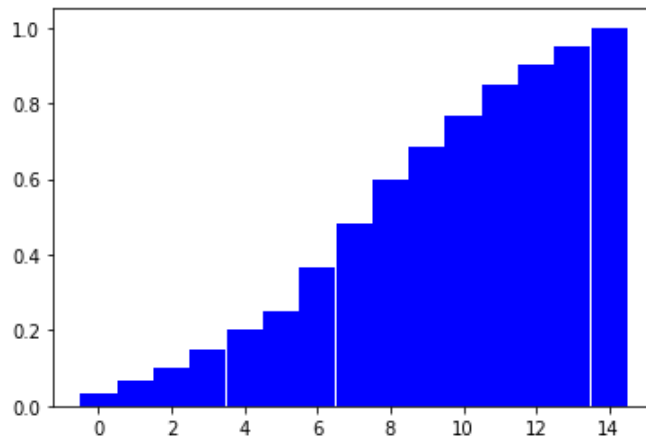


Рисунок 19. Третє графічне еквівалентне наближення функції розподілу $F(x)$, отримане з гістограми рис. 18

Із рис. 19 та формули (4.54) легко бачити, що ймовірність попадання масштабованої випадкової величини X^* в діапазон значень $[2,6]$ дорівнює 0,3, тобто у відповідності з формулою (4.54) маємо

$$P(2 < X^* \leq 6) = F(6) - F(2) = 0,4 - 0,1 = 0,3 \quad (4.56)$$

Якщо ж нам в подальших математичних перетвореннях законів розподілу випадкової величини необхідно мати аналітичну модель її диференціального закону розподілу $f(x)$, то необхідно спочатку здійснити інтерполяційну ідентифікацію сходинок кривої функції розподілу $F(x)$, яка відноситься до класу нульвимірних, бо в точках початку сходінок є недиференційованою, а потім до результату інтерполяції застосувати вираз (4.52), яким ми визначимо математичну модель неперервного диференціального закону розподілу $f(x)$ теж в еквівалентному варіанті – в цьому і полягає суть трансформації дискретних інтегральних законів розподілу випадкових величин, синтезованих на множині міри «нуль», в неперервні диференціальні закони їх щільностей.

Алгоритм розв'язання задачі інтерполяції з використанням усіх варіантів інтерполяційних поліномів до сплайнів включно дуже детально розписаний і проілюстрований прикладами в роботі [26], тож і ми ним скористаємось.

Отже суть запропонованого методу трансформації дискретних інтегральних законів розподілу випадкових величин, синтезованих на множині міри «нуль», в неперервні диференціальні закони їх щільностей, полягає на першому етапі в подрібненні базової гістограми, зображеної на рис.16, з наступним кумулятивним сумуванням за Python-програмами 11, 12, 13 для отримання сходинок еквівалентної функції розподілу, зображеної на рис.19 після трикратного подрібнення з наступним сумуванням. При цьому потрібно не забути кожную ординату на цьому рисунку поділити на три.

А на другому етапі реалізації цього методу необхідно здійснити інтерполяцію останньої версії статистичної оцінки кумулятивного варіанту еквівалентної сходиноквої функції розподілу випадкової величини, представленої на рис. 19, за допомогою кубічних сплайнів, скориставшись методикою сплайн-інтерполяції, описаною в роботі [26].

А на третьому етапі запропонованого нами методу трансформації ми пропонуємо прямим диференціюванням сплайн-інтерпольованої функції розподілу випадкової величини синтезувати еквівалентну математичну модель щільності розподілу даних випадкового характеру.

Оскільки перший етап запропонованого методу трансформації еквівалентних математичних моделей, що характеризують випадкові величини до Python-програм 11, 12, 13 реалізації включно, уже розкритий вище, то далі ми зосередимо увагу лише на розкритті другого та третього етапів цього методу.

Почнемо розв'язання поставленої задачі з синтезу сплайн-моделі еквівалентної функції розподілу випадкової величини, гістограма якої представлена на рис. 19, до граничних точок розрядів якої ми будемо «прив'язувати» відповідні кубічні сплайни, пам'ятаючи при цьому, що після трикратного подрібнення базової гістограми, представленої на рис. 16, і переходу до її еквіваленту, представленого на рис. 19, ординаті з абсцисою 1 на цьому рисунку буде відповідати ордината з абсцисою 3, ординаті з абсцисою 2 буде відповідати ордината з абсцисою 6, ординаті з абсцисою 3 буде відповідати ордината з абсцисою 9, ординаті з абсцисою 4 буде відповідати ордината з абсцисою 12, а ординаті з абсцисою 5 буде відповідати ордината з абсцисою 15.

Усі ці абсциси і ординати, що визначені по рис. 19, зведені в таблицю 4.1

Таблиця 4.1

I	0	1	2	3	4	5
x_i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
y_0	0,03					
y_1		0,07				
y_2			0,15			
y_3				0,40		
y_4					0,70	
y_5						1,0

В процесі сплайн-інтерполяції необхідно розв'язати систему із 20 рівнянь з 20 невідомими, складену з дотриманням умов рівності в дотичних точках базових для сусідніх відрізків сплайнів, умов рівності їх перших та

других похідних у цих точках, а також умов рівності нулю других похідних на кінцях поля базової гістограми, для розв'язання якої нами розроблена програма мовою Python.

Запишемо цю систему рівнянь відносно сплайнів

$$s_j = \sum_{i=0}^3 c_{ij} x_j^i, \quad j = 1, 2, \dots, 5: \quad (4.57)$$

та похідних від них

$$f_j = \sum_{i=1}^3 i c_{ij} x_j^{i-1}, \quad j = 1, 2, \dots, 5 \quad (4.58)$$

з врахуванням вище викладених умов. В результаті отримаємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_{01} = 0.03, \\ c_{01} + c_{11} + c_{21} + c_{31} = 0.07, \\ c_{02} + c_{12} + c_{22} + c_{32} = 0.07, \\ c_{02} + 2c_{12} + 4c_{22} + 8c_{32} = 0.15, \\ c_{03} + 2c_{13} + 4c_{23} + 8c_{33} = 0.15, \\ c_{03} + 3c_{13} + 9c_{23} + 27c_{33} = 0.40 \\ c_{04} + 3c_{14} + 9c_{24} + 27c_{34} = 0.40, \\ c_{04} + 4c_{14} + 16c_{24} + 64c_{34} = 0.70, \\ c_{05} + 4c_{15} + 16c_{25} + 64c_{35} = 0.70, \\ c_{05} + 5c_{15} + 25c_{25} + 125c_{35} = 1.0 \\ c_{11} + 2c_{21} + 3c_{31} = c_{12} + 2c_{22} + 3c_{32}, \\ c_{12} + 4c_{22} + 12c_{32} = c_{13} + 4c_{23} + 12c_{33}, \\ c_{13} + 6c_{23} + 27c_{33} = c_{14} + 6c_{24} + 27c_{34}, \\ c_{14} + 8c_{24} + 48c_{34} = c_{15} + 8c_{25} + 48c_{35}, \\ 2c_{21} + 6c_{31} = 2c_{22} + 6c_{32}, \\ 2c_{22} + 12c_{32} = 2c_{23} + 12c_{33}, \\ 2c_{23} + 18c_{33} = 2c_{24} + 18c_{34}, \\ 2c_{24} + 24c_{34} = 2c_{25} + 24c_{35}, \\ 2c_{25} + 30c_{35} = 0, \\ 2c_{21} = 0 \end{array} \right. \quad (4.59)$$

Для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь (4.59) використаємо Python-програму 14, записану нижче.

Програма 14:

```
In [1]: import sympy
In [2]: from sympy import*
In [3]: c01,c11,c21,c31=symbols('c01 c11 c21 c31')
In [4]: c02,c12,c22,c32=symbols('c02 c12 c22 c32')
In [5]: c03,c13,c23,c33=symbols('c03 c13 c23 c33')
In [6]: c04,c14,c24,c34=symbols('c04 c14 c24 c34')
In [7]: c05,c15,c25,c35=symbols('c05 c15 c25 c35')
```

```

In [8]: x=symbols('x')
In [9]: s1=Function('s1')(x)
In [10]: s2=Function('s2')(x)
In [11]: s3=Function('s3')(x)
In [12]: s4=Function('s4')(x)
In [13]: s5=Function('s5')(x)
In [14]: s1=c01+c11*x+c21*x**2+c31*x**3
In [15]: s2=c02+c12*x+c22*x**2+c32*x**3
In [16]: s3=c03+c13*x+c23*x**2+c33*x**3
In [17]: s4=c04+c14*x+c24*x**2+c34*x**3
In [18]: s5=c05+c15*x+c25*x**2+c35*x**3
In [19]: eq1=c01-0.03
In [20]: eq2=c01+c11+c21+c31-0.07
In [21]: eq3=c02+c12+c22+c32-0.07
In [22]: eq4=c02+2*c12+4*c22+8*c32-0.15
In [23]: eq5=c03+2*c13+4*c23+8*c33-0.15
In [24]: eq6=c03+3*c13+9*c23+27*c33-0.40
In [25]: eq7=c04+3*c14+9*c24+27*c34-0.40
In [26]: eq8=c04+4*c14+16*c24+64*c34-0.70
In [27]: eq9=c05+4*c15+16*c25+64*c35-0.70
In [28]: eq10=c05+5*c15+25*c25+125*c35-1.0
In [29]: eq11=c11+2*c21+3*c31-c12-2*c22-3*c32
In [30]: eq12=c12+4*c22+12*c32-c13-4*c23-12*c33
In [31]: eq13=c13+6*c23+27*c33-c14-6*c24-27*c34
In [32]: eq14=c14+8*c24+48*c34-c15-8*c25-48*c35
In [33]: eq15=2*c21+6*c31-2*c22-6*c32
In [34]: eq16=2*c22+12*c32-2*c23-12*c33
In [35]: eq17=2*c23+18*c33-2*c24-18*c34
In [36]: eq18=2*c24+24*c34-2*c25-24*c35
In [37]: eq19=2*c25+30*c35
In [38]: eq20=2*c21
In [39]: solve([eq1,eq2,eq3,eq4,eq5,eq6,eq7,eq8,eq9,eq10,eq11,eq12,eq13,
                eq14,eq15,eq16,eq17,eq18,eq19,eq20],c01,c11,c21,c31,c02,c12,c22,
                c32,c03,c13,c23,c33,c04,c14,c24,c34,c05,c15,c25,c35)

Out[39]:
{c01: 0.030000000000000000,          c11: 0.0405263157894737,
  c21: 0.0,                        c31: -0.000526315789473684,
 c02: -0.0131578947368421,          c12: 0.17000000000000000,
  c22: -0.129473684210526,          c32: 0.0426315789473684,
 c03: 0.647894736842105,            c13: -0.821578947368421,
  c23: 0.366315789473684,           c33: -0.04000000000000000,
 c04: -0.361052631578947,           c14: 0.187368421052632,
  c24: 0.030000000000000000,        c34: -0.00263157894736842,
 c05: -0.563157894736842,           c15: 0.338947368421053,
  c25: -0.00789473684210526,        c35: 0.000526315789473684}

```

```

In [40]: d1={c01: 0.03000000000000000, c11: 0.0405263157894737,
           c21: 0.0,c31: -0.000526315789473684,
           c02: -0.0131578947368421, c12: 0.1700000000000000,
           c22: -0.129473684210526, c32: 0.0426315789473684,
           c03: 0.647894736842105, c13: -0.821578947368421,
           c23: 0.366315789473684, c33: -0.0400000000000000,
           c04: -0.361052631578947, c14: 0.187368421052632,
           c24: 0.0300000000000000, c34: -0.00263157894736842,
           c05: -0.563157894736842, c15: 0.338947368421053,
           c25: -0.00789473684210526, c35: 0.000526315789473684}
In [41]: s11=s1.subs([(c01,d1[c01]),(c11,d1[c11]),(c21,d1[c21]),(c31,
                      d1[c31])]).evalf(3);s11
Out[41]: -0.000526*x**3 + 0.0405*x + 0.03
In [42]: s22=s2.subs([(c02,d1[c02]),(c12,d1[c12]),(c22,d1[c22]),(c32,
                      d1[c32])]).evalf(3);s22
Out[42]: 0.0426*x**3 - 0.129*x**2 + 0.17*x - 0.0132
In [43]: s33=s3.subs([(c03,d1[c03]),(c13,d1[c13]),(c23,d1[c23]),(c33,
                      d1[c33])]).evalf(3);s33
Out[43]: -0.04*x**3 + 0.366*x**2 - 0.822*x + 0.648
In [44]: s44=s4.subs([(c04,d1[c04]),(c14,d1[c14]),(c24,d1[c24]),(c34,
                      d1[c34])]).evalf(3);s44
Out[44]: -0.00263*x**3 + 0.03*x**2 + 0.187*x - 0.361
In [45]: s55=s5.subs([(c05,d1[c05]),(c15,d1[c15]),(c25,d1[c25]),(c35,
                      d1[c35])]).evalf(3);s55
Out[45]: 0.000526*x**3 - 0.00789*x**2 + 0.339*x - 0.563
In [46]: ds1=s11.diff();ds1
Out[46]: 0.0405 - 0.00158*x**2
In [47]: ds2=s22.diff();ds2
Out[47]: 0.128*x**2 - 0.259*x + 0.17
In [48]: ds3=s33.diff();ds3
Out[48]: -0.12*x**2 + 0.733*x - 0.822
In [49]: ds4=s44.diff();ds4
Out[49]: -0.00789*x**2 + 0.06*x + 0.187
In [50]: ds5=s55.diff();ds5
Out[50]: 0.00158*x**2 - 0.0158*x + 0.339
In [51]: y,z,u,v=symbols('y z u v')
In [52]: expr1=s11
In [53]: expr2=s22.subs(x,y)
In [54]: expr3=s33.subs(x,z)
In [55]: expr4=s44.subs(x,u)

```

```

In [56]: expr5=s55.subs(x,v)
In [57]: expr11=ds1
In [58]: expr22=ds2.subs(x,y)
In [59]: expr33=ds3.subs(x,z)
In [60]: expr44=ds4.subs(x,u)
In [61]: expr55=ds5.subs(x,v)
In [62]: import numpy as np
In [63]: import matplotlib
In [64]: import matplotlib.pyplot as plt
In [65]: Fr1=lambdify(x,expr1,"numpy")
In [66]: x=np.linspace(0,1,21)
In [67]: Fr1(x)
Out[67]:
array([0.03      , 0.03202493, 0.03404947, 0.03607322, 0.03809579,
        0.04011678, 0.0421358 , 0.04415245, 0.04616634, 0.04817707,
        0.05018425, 0.05218749, 0.05418638, 0.05618055, 0.05816958,
        0.06015309, 0.06213069, 0.06410197, 0.06606655, 0.06802402,
        0.069974  ])
In [68]: Fr2=lambdify(y,expr2,"numpy")
In [69]: y=np.linspace(1,2,21)
In [70]: Fr2(y)
Out[70]:
array([0.0704      , 0.07239233, 0.0744106 , 0.07648678, 0.0786528 ,
        0.08094063, 0.0833822 , 0.08600947, 0.0888544 , 0.09194892,
        0.095325  , 0.09901457, 0.1030496 , 0.10746203, 0.1122838 ,
        0.11754688, 0.1232832 , 0.12952473, 0.1363034 , 0.14365118,
        0.1516  ])
In [71]: Fr3=lambdify(z,expr3,"numpy")
In [72]: z=np.linspace(2,3,21)
In [73]: Fr3(z)
Out[73]:
array([0.148 , 0.15641, 0.16542, 0.175 , 0.18512, 0.19575, 0.20686,
        0.21842, 0.2304 , 0.24277, 0.2555 , 0.26856, 0.28192, 0.29555,
        0.30942, 0.3235 , 0.33776, 0.35217, 0.3667 , 0.38132, 0.396  ])
In [74]: Fr4=lambdify(u,expr4,"numpy")
In [75]: u=np.linspace(3,4,21)
In [76]: Fr4(u)
Out[76]:
array([0.39899 , 0.413805 , 0.42864967, 0.44352205, 0.45842016,
        0.47334203, 0.48828569, 0.50324916, 0.51823048, 0.53322767,
        0.54823875, 0.56326176, 0.57829472, 0.59333566, 0.60838261,
        0.62343359, 0.63848664, 0.65353978, 0.66859103, 0.68363843,
        0.69868  ])
In [77]: Fr5=lambdify(v,expr5,"numpy")

```

```

In [78]: v=np.linspace(4,5,21)
In [79]: Fr5(v)
Out[79]:
array([0.700424 , 0.71547652, 0.73052155, 0.74555947, 0.76059069,
       0.77561559, 0.79063458, 0.80564805, 0.82065638, 0.83565999,
       0.85065925, 0.86565457, 0.88064634, 0.89563495, 0.9106208 ,
       0.92560428, 0.94058579, 0.95556572, 0.97054447, 0.98552243,
       1.0005   ])
In [80]: plt.plot(x,Fr1(x),'-r',y,Fr2(y),'-g',z,Fr3(z),'-c',u,Fr4(u),'-b',\
v,Fr5(v),'-r',linewidth=3)

```

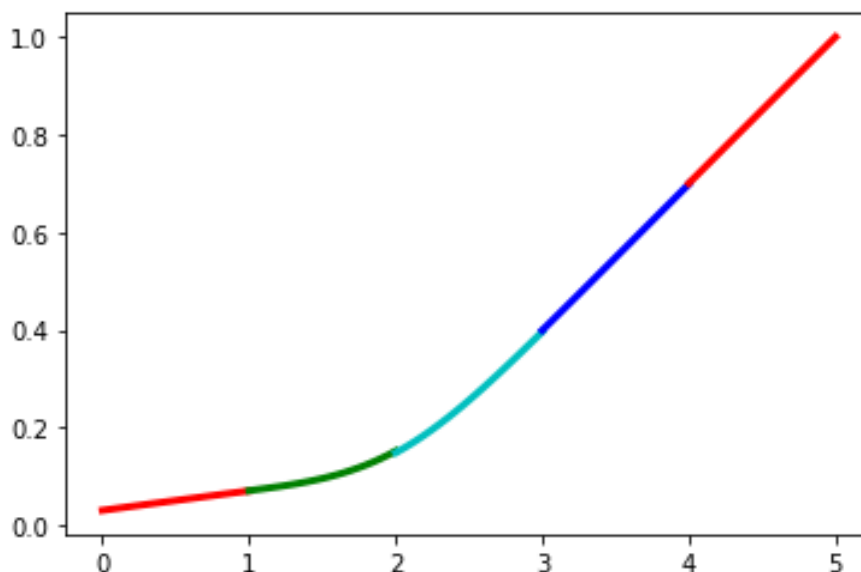


Рисунок 20 – Графік еквівалентної функції розподілу, синтезований програмою 14 на основі кубічних сплайнів

(Продовження програми 14):

```

In [81]: x=symbols('x')
In [82]: f1=lambdify(x,expr11,"numpy")
In [83]: x=np.linspace(0,1,21)
In [84]: f1(x)
Out[84]:
array([0.0405   , 0.04049605, 0.0404842 , 0.04046445, 0.0404368 ,
       0.04040125, 0.0403578 , 0.04030645, 0.0402472 , 0.04018005,
       0.040105 , 0.04002205, 0.0399312 , 0.03983245, 0.0397258 ,
       0.03961125, 0.0394888 , 0.03935845, 0.0392202 , 0.03907405,
       0.03892   ])
In [85]: y=symbols('y')
In [86]: f2=lambdify(y,expr22,"numpy")
In [87]: y=np.linspace(1,2,21)

```

```

In [88]: f2(y)
Out[88]:
array([0.039 , 0.03917, 0.03998, 0.04143, 0.04352, 0.04625, 0.04962,
       0.05363, 0.05828, 0.06357, 0.0695 , 0.07607, 0.08328, 0.09113,
       0.09962, 0.10875, 0.11852, 0.12893, 0.13998, 0.15167, 0.164 ])
In [89]: z=symbols('z')
In [90]: f3=lambdify(z,expr33,"numpy")
In [91]: z=np.linspace(2,3,21)
In [92]: f3(z)
Out[92]:
array([0.164 , 0.17635, 0.1881 , 0.19925, 0.2098 , 0.21975, 0.2291 ,
       0.23785, 0.246 , 0.25355, 0.2605 , 0.26685, 0.2726 , 0.27775,
       0.2823 , 0.28625, 0.2896 , 0.29235, 0.2945 , 0.29605, 0.297 ])
In [93]: u=symbols('u')
In [94]: f4=lambdify(u,expr44,"numpy")
In [95]: u=np.linspace(3,4,21)
In [96]: f4(u)
Out[96]:
array([0.29599 , 0.29660327, 0.2971771 , 0.29771148, 0.2982064 ,
       0.29866188, 0.2990779 , 0.29945447, 0.2997916 , 0.30008927,
       0.3003475 , 0.30056627, 0.3007456 , 0.30088548, 0.3009859 ,
       0.30104687, 0.3010684 , 0.30105047, 0.3009931 , 0.30089627,
       0.30076 ])
In [97]: v=symbols('v')
In [98]: f5=lambdify(v,expr55,"numpy")
In [99]: v=np.linspace(4,5,21)
In [100]: f5(v)
Out[100]:
array([0.30108 , 0.30092595, 0.3007798 , 0.30064155, 0.3005112 ,
       0.30038875, 0.3002742 , 0.30016755, 0.3000688 , 0.29997795,
       0.299895 , 0.29981995, 0.2997528 , 0.29969355, 0.2996422 ,
       0.29959875, 0.2995632 , 0.29953555, 0.2995158 , 0.29950395,
       0.2995 ])
In [101]: fig=plt.figure(facecolor='white')
          <Figure size 432x288 with 0 Axes>
In [102]: plt.plot(x,f1(x),'-r',y,f2(y),'-g',z,f3(z),'-c',u,f4(u),'-b',\
          v,f5(v),'-r',linewidth=3)
Out[102]:
[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1f8ac834310>,
 <matplotlib.lines.Line2D at 0x1f8ac8343d0>,
 <matplotlib.lines.Line2D at 0x1f8ac8344c0>,
 <matplotlib.lines.Line2D at 0x1f8ac8341f0>,
 <matplotlib.lines.Line2D at 0x1f8ac834610>]

```

Кінець програми 14

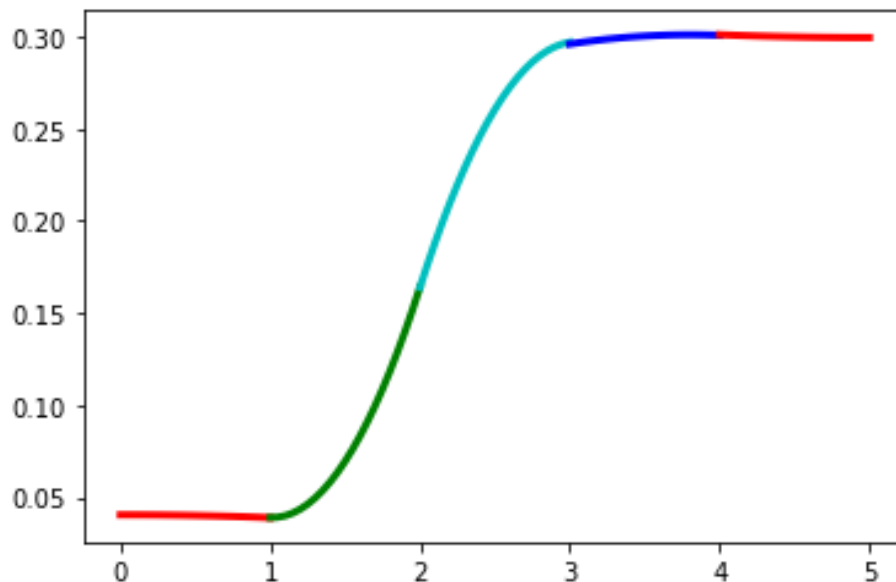


Рисунок 21 – Графік еквівалентної щільності розподілу, синтезований програмою 14 на основі кубічних сплайнів

Об'єднуючи результати, отримані після виконання команд In [41]–In [45], отримаємо еквівалентну сплайн-модель функції розподілу у вигляді

$$s = \begin{cases} -0.000526x^3 + 0.405x + 0.03, & x \in [0,1], \\ 0.0426x^3 - 0.129x^2 + 0.17x - 0.0132, & x \in [1,2], \\ -0.04x^3 + 0.366x^2 - 0.822x + 0.648, & x \in [2,3], \\ -0.00263x^3 + 0.03x^2 + 0.187x - 0.361, & x \in [3,4], \\ 0.000526x^3 - 0.00789x^2 + 0.339x - 0.563, & x \in [4,5] \end{cases} \quad (4.60)$$

А об'єднуючи результати, отримані після виконання команд In [46]–In [50], отримаємо еквівалентну сплайн-модель щільності розподілу у вигляді

$$f = \begin{cases} -0.00158x^2 + 0.0405, & x \in [0,1], \\ 0.128x^2 - 0.259x + 0.17, & x \in [1,2], \\ -0.12x^2 + 0.733x - 0.822, & x \in [2,3], \\ -0.00789x^2 + 0.06x + 0.187, & x \in [3,4], \\ 0.00158x^2 - 0.0158x + 0.339, & x \in [4,5] \end{cases} \quad (4.61)$$

Графіки еквівалентних сплайн-моделей (4.60),(4.61), що приведені на рисунку 20 та 21, підтверджують і правильність розв'язання поставленої задачі, і високу точність отриманих результатів, адже, якби точність була недостатньою, то кінці ліній об'єданого графіка на границях відрізків не співпадали б.

Підводячи підсумок викладеному вище у цьому підрозділі, можна стверджувати, що нами запропоновано метод синтезу еквівалентних моделей функцій розподілу та щільностей розподілу даних випадкового характеру, який не вимагає виконання процедури «вирівнювання» гістограм з використанням χ^2 -розподілу Пірсона в класичному варіанті синтезу цих моделей.

Запропонований метод синтезу базується на використанні кубічних сплайнів і їх локальному припасуванні після трансформації гістограми у сходящову функцію розподілу і її подібнення.

Графік щільності розподілу, представлений на рис.21, яка набула властивості класичного β -розподілу, підтверджує високу ефективність запропонованого способу синтезу, оскільки вихідну гістограму до такого розподілу класичним «вирівнюванням» за Пірсоном з високою довірчою ймовірністю привести не вдалося б.

А завершимо ми цю частину нашого викладу двома зауваженнями, по першому із яких варто акцентувати увагу на тому, що запропонований нами метод синтезу та ідентифікації еквівалентних моделей законів розподілу випадкових величин окрім своєї простоти в реалізації сприяє використанню в подальшому саме тих характеристик цієї випадкової величини, які проявились в тому обмеженому масиві її значень, з використанням якого ми побудували гістограму, і не нав'язує нам гіпотетичного віднесення цієї випадкової величини шляхом «вирівнювання» гістограм відомими теоретичними розподілами до класу тих, що визначені на нескінченних множинах.

А другим зауваження ми хочемо привернути увагу читачів до нашого твердження, що цим методом ми не лише синтезуємо еквівалентні функції розподілу випадкових величин та щільності цього розподілу, але і прокладаємо шлях трансформації функції, визначеної на множині міри «нуль», до множини неперервних функцій, що в математичному плані теж є непересічним результатом. З прикладом практичного застосування цих результатів можна ознайомитись в роботах [42], [49], [50], [51] нашої наукової школи.

4.5. Висновки

В четвертому розділі монографії розроблено методологію оптимізації процесів перспективного розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел, в структурі якої обґрунтовано вибір 8 критеріїв, для яких визначено пріоритет, розроблено метод оптимізації процесів перспективного розвитку енергетики України та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри

«нуль», з застосуванням в якості критеріальних функціоналів інтегралів Лебега і Стілтєса, і створено програмне забезпечення мовою Python для обчислення інтегралів Лебега і Стілтєса, придатних для розв'язання оптимізаційних задач в полі функцій, визначених на множині міри «нуль»

Запропоновано також шлях трансформації функцій, визначених на множині міри «нуль», в поле неперервних функцій і розроблено метод синтезу еквівалентних моделей законів розподілу випадкових величин, в якому замість процедури «вирівнювання» гістограм реалізується набагато простіша процедура їх наближення до чисельно заданих інтегральних функцій розподілу, які після інтерполяції та диференціювання перетворюються в еквівалентні моделі диференціальних законів розподілу.

При викладенні результатів розв'язання п'ятої, шостої, сьомої та восьмої із поставлених задач, що об'єднані за своєю сутністю в методологію оптимізації, використані матеріали, що опубліковані в роботах авторів [33], [36], [37]. [38], [42]–[49].

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ ПО ДОСЛІДЖЕННЮ В ЦІЛОМУ

На сторінках монографії викладені результати розв'язання актуальної науково-прикладної проблеми системного аналізу стану та перспектив розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в умовах воєнного сьогодення.

В результаті виконання дослідження отримано нижченаведені основні наукові та практичні результати:

- вперше синтезовані аналітичні детерміновані математичні моделі для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел з використанням бази даних, закладеної в уже створений Національною радою з відновлення України «Проект Плану відновлення України. Розділ «Енергетична безпека»;
- вперше розроблено метод корекції детермінованих математичних моделей для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел з врахуванням умов воєнного сьогодення;
- вперше синтезовані авторегресійні математичні моделі для оцінки стану та процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел з врахуванням умов воєнного сьогодення;
- вперше розроблено методологію оптимізації процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль, яка містить у своїй структурі»;
- множину критеріїв для системної оптимізації процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»;
- метод оптимізації процесів перспективного відновлення і розвитку енергетики України в цілому та її відновлювальних джерел в полі авторегресійних моделей, визначених на множині міри «нуль»;

- програмне забезпечення для обчислення критеріальних інтегралів у формі інтегралів Лебега і Стільтєса, придатних для розв'язання оптимізаційних задач в полі функцій, визначених на множині міри «нуль»;
- шлях трансформації функцій, визначених на множині міри «нуль», в поле неперервних функцій і метод синтезу еквівалентних моделей законів розподілу випадкових величин, в якому замість процедури «вирівнювання» гістограм реалізується набагато простіша процедура їх наближення до чисельно заданих інтегральних функцій розподілу, які після інтерполяції та диференціювання перетворюються в еквівалентні моделі диференціальних законів розподілу.
- метод створення бази даних, достатньої для ідентифікації математичних моделей, заданих на множині міри «нуль».

Список використаної літератури

1. <https://www.kmu.gov.ua/diyalnist/nacionalna-rada-z-vidnovlennya-ukrayini-vid-naslidkiv-vijni/robochi-grupi>
2. Національна рада з відновлення України. Проект Плану відновлення України. Розділ «Енергетична безпека», 2022. 164 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://www.kmu.gov.ua/storage/app/sites/1/recoveryrada/ua/energy-security.pdf>
3. Мокін Б. І. Методологія та організація наукових досліджень: підручник / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. Б. Мокін – Вінниця: ВНТУ, 2023. – 230 с. ISBN 978-617-8163-01-3 (PDF). Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/805>
4. <https://www.facebook.com/olhabuslavets/posts/pfbid0jCwzcCNaLCCSHx93MMeRv9KLS7Tn8Fny7wJWwffZSzoYJq7pCbVgNKz9ttZGwWPl>
5. <https://www.facebook.com/olhabuslavets/posts/pfbid02MU7n6QhSiJtR68E81euoguxV6WicVFpNCvJHVIZzuYEx5R8ZfwoU4qDmHVI22GZkl>
6. <https://www.epravda.com.ua/news/2023/03/17/698168/>
7. https://lb.ua/blog/myroslav_iliash/540167_krok_maybutnie_chi_varto_ukraini.html?fbclid=IwAR0eRHttfUqVHpTObGmPlD7sVOVhZXH8FTsh4n1Z_T4QJ65HaOVfT8_bZo
8. https://www.unian.ua/economics/energetics/ukrajina-mozhe-stati-golovnim-eksporterom-chistoji-energiji-v-yes-pislya-viyni-gendirektor-dtek-12182799.html?fbclid=IwAR13CMJBLOLwaJg2caMDersxaSuxwDCN_cyOVx7EQbOjKmqvjeMpNo93Ydk12182799.html?fbclid=IwAR2fcJyX7k14S7O3muPmXpTBPAi0ToWOO72zVFAMoGFZoG8BVxugM7-SP4c
9. Мокін Б. І. Вітроелектротехнічні комплекси для відбору потужності вітрових потоків, створюваних електропотягами / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. П. Базалицький // Вісник ВПІ. – 2011. – № 4. – С. 111-113. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/issue/view/59>
10. Мокін Б. І. Оцінка потужності, яка може бути отримана з вітрового потоку, створюваного рухом залізничного потягу / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. П. Базалицький // Вісник ВПІ. – 2012. – № 1. – С. 81-84. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1160>
11. Мокін Б. І. Оцінка потужності, яка може бути отримана вітроенергетичною установкою з вітрового потоку, створюваного рухом залізничного потягу [Електронний ресурс] / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. П. Базалицький, В. В. Горенюк // Наукові праці ВНТУ. – 2013. – № 2. – Режим доступу: <https://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/361>
12. Мокін Б. І. Структура та характеристики лабораторного стенда для оцінки енергетичного потенціалу вітрових потоків/ Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, В. П. Базалицький, В. В. Горенюк // Вісник ВПІ. – 2013. – № 3. – С. 87-70. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1084>

13. Mokin B. I. Measuring System for Estimation of Power of Wind Flow Generated by Train Movement and its Experimental Testing / B. I. Mokin, O. B. Mokin, V. P. Bazalytskyi / Energy and Power Engineering. – 2014. – Vol. 6. – P. 333-339 <https://doi.org/10.4236/epe.2014.611028>
14. Mokin Boris. As to selection values for of best design wind-driven wheel of rail-track-adjacent electric power plant / Boris Mokin, Oleksander Mokin, Vadym Bazalytskyi, Viktor Goreniuk // Przegląd Elektrotechniczny. – 2016. – № 04. – P. 159-161. Режим доступу: <https://pe.org.pl/articles/2016/4/34.pdf>; <https://doi.org/10.15199/48.2016.04.34>
15. Мокін Б. І. Екологічні та економічні створення повітряних акумулюючих електростанцій / Б. І. Мокін // Вісник ВПІ. – 2006. – № 5. – С. 95-103
16. Мокін Б. І. Особливості побудови та функціонування повітряних акумулюючих електростанцій на Криворіжжі / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін // Вісник Криворізького техн. ун-ту. – 2007. – № 5. – С. 77-80
17. Мокін Б. І. Повітряна акумулююча електростанція з двома повітросховищами різного тиску [Електронний ресурс] / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, М. М. Чепурний // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. – 2008. – № 1. – Режим доступу: <https://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/45>
18. Mokin B. I. Accumulation and Generation of Electric Power on Air Accumulating Power Stations with Two-Section Air Reservoirs, Compressors and Gas-Expansion Generating Units / B. I. Mokin, O. B. Mokin, M. M. Chepurnyi // IEEE Power & Energy Society, 2008 General Meeting, Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, 20-24 July 2008, Pittsburgh, Pennsylvania, USA, PESGM 2008-001005.
19. Оптимізація функціонування електричних мереж енергосистем в умовах зростання навантаження споживачів та децентралізації їх живлення [Текст] : звіт про НДР (заключний) / Вінницький національний технічний університет; науковий керівник П. Д. Лежнюк. – 21–Д–315 ; № держреєстрації 0110U002161. – Вінниця, 2012. – 203 с.
20. Лежнюк П. Д. Формування умов оптимальності компенсації реактивної потужності в електричних мережах споживачів і енергопостачальних компаній [Текст] : монографія / П. Д. Лежнюк, О. М. Нанака. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 148 с. – ISBN 978-966-641-639-4. Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/100>
21. Лежнюк П. Д. Оперативне прогнозування електричних навантажень систем електроспоживання з використанням їх фрактальних властивостей [Текст] : монографія / П. Д. Лежнюк, Ю. А. Шулле. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 104 с. ISBN 978-966-641-627-1. Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/104>
22. Лежнюк П. Д. Розосереджене генерування в задачах підвищення енергоефективності розподільних електричних мереж [Текст] : монографія / П. Д. Лежнюк, В. О. Комар, О. В. Сікорська. – Вінниця: ВНТУ, 2023. – 195 с. ISBN 978-966-641-922-7 Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/752>

23. Лежнюк П. Д. Оцінювання впливу джерел відновлюваної енергії на забезпечення балансової надійності в електричній мережі [Текст] / П. Д. Лежнюк, В. О. Комар, Д. С. Собчук // Вісник ВПІ. – 2013. – № 6. – С. 45-47. Режим доступу: <https://visnyk.vntu.edu.ua/index.php/visnyk/article/view/1005>
24. Кулик В.В. Оптимізація режимів електричних мереж з відновлюваними джерелами енергії з використанням smart grid технологій [Текст] / В. В. Кулик, П. Д. Лежнюк, О. А. Ковальчук, І. В. Котилко // Енергетика та комп'ютерно-інтегровані технології в АПК. – 2014. – № 2 (2). – С. 17-20.
25. Лежнюк П. Д. Оптимізація функціонування розосереджених джерел енергії в локальних електричних системах [Текст] / П. Д. Лежнюк, О. Є. Рубаненко, Ю. В. Малогулко / Вісник НТУ «ХПІ». – 2014. – № 60. – С. 68-77.
26. Кветний Р. Н., Іванчук Я. В., Богач І. В. та ін. Методи та алгоритми комп'ютерних обчислень. Теорія і практика. Підручник / Вінниця: ВНТУ, 2023. – 280 с.
27. Python. [Electronic resource]. access at: <https://www.python.org/downloads/>.
28. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Навчальний посібник для опанування студентами способів розв'язання задач з функціонального аналізу мовою Python, частина 1 / Вінниця : ВНТУ, 2022. – 124 с. Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/689>
29. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Навчальний посібник для опанування студентами способів розв'язання задач з функціонального аналізу мовою Python, частина 2 / Вінниця: ВНТУ, 2023. – 144 с. Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/768>
30. Мокін Б. І., Шалагай Д. О. Синтез математичних моделей процесу відновлення та розвитку електроенергетики України, наближених до реалій воєнного сьогодення. – Вісник ВПІ № 6, 2023, – С. 6-13. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-171-6-6-13>
31. Мокін Б. І., Шалагай Д. О., Мазурук О. В. Синтез наближених до реалій воєнного сьогодення математичних моделей процесу відновлення та розвитку джерел відновлювальної енергетики України. – Вісник ВПІ № 1, 2024. – С. 17-24. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-172-1-17-24>
32. Мокін Б. І., Шалагай Д. О. «Системний аналіз плану відбудови енергетики України в напрямку інтеграції в енергетику її відновлювальних джерел» в *LII Науково-технічна конференція факультету інтелектуальних інформаційних технологій та автоматизації (2023): електронний збірник матеріалів*, 3 с., 2023 р. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fksa/all-fksa-2023/paper/view/17664>
33. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Войцеховська О. О. Про один із підходів до системного планування розвитку університету на основі нечіткого варіанту багатокритеріальної оптимізації. – Вісник Вінницького політехнічного інституту. – № 5, 2021. – 108-116 с. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-158-5-108-116>.
34. Bellman R. E. and Zadeh L. A. “Decision-Making in Fuzzy Environment”, *Management Science*, vol.17, no.4, pp. 141-160, 1970.
35. Zimmermann H. J. *Fuzzy Set Theory and its Applications*. 3rd ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.

36. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Функціональний аналіз, адаптований до прикладних задач в галузі інформаційних технологій: навчальний посібник . – Вінниця: ВНТУ, 2020 – 192 с.
37. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б., Шалагай Д. О. «Особливості обчислення інтегралу Лебега від функцій, заданих на множині міри “нуль”» у *III Міжнародна науково-методична Інтернет-конференція «Проблеми вищої математичної освіти: виклики сучасності (2022)»* : електронний збірник матеріалів, 2 с., 2022 р. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmovc/pmovc22/paper/view/16260>
38. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Шалагай Д. О. «Метод обчислення критеріального функціоналу для задачі оптимізації систем з дискретними моделями» в *Конференції ВНТУ: електронні наукові видання Оптимальне керування електроустановками (ОКЕУ-2021)* 2 с., 2023 р. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/okeu/okeu2021/paper/view/13798/11687>
39. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Теорія автоматичного керування. Теорія та практика оптимізації: навчальний посібник . – Вінниця: ВНТУ, 2013 – 210 с.
40. Мокін Б. І. Практикум для самостійної роботи студентів з навчальної дисципліни «Методологія та організація наукових досліджень». Частина 1: від постановки задачі до синтезу та ідентифікації математичної моделі / Б. І. Мокін, В. Б. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця : ВНТУ, 2018. – 179 с.
41. Мокін Б. І. Ідеологія дуальності в вищій технічній освіті на основі інтеграції навчання з виробництвом / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін, О. М. Косарук. – Вінниця: ВНТУ, 2019. – 224 с. ISBN 978-966-641-776-6. Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/536>
42. Войцеховська О. О., Мокін Б. І., Шалагай Д. О. Про один спосіб створення бази даних для системного аналізу якості засвоєння студентами навчальної дисципліни. – Вісник ВПІ № 5, 2022. – С. 58-67. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2022-164-5-58-67>
43. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Шалагай Д. О. Про один із підходів наближеного обчислення інтегралів Стілтєса і Лебега на мові Python в задачах системного аналізу з дискретними моделями. – Вісник ВПІ № 3, 2021, – С. 61-68. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-156-3-61-68>
44. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б., Шалагай Д. О. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №115090 Комп'ютерна програма «Обчислення інтегралу Лебега»: – Національний орган інтелектуальної власності державне підприємство «УКРПАТЕНТ», – дата реєстрації: 5 жовтня 2022 р.
45. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б., Шалагай Д. О. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №115092 Комп'ютерна програма «Обчислення інтегралу Стілтєса»: Національний орган інтелектуальної власності державне підприємство «УКРПАТЕНТ» дата реєстрації: 5 жовтня 2022 р.
46. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Шалагай Д. О.. Визначення пріоритету критеріїв в задачі системного аналізу плану відбудови енергетики України в напрямку інтеграції в неї відновлювальних джерел. – Вісник ВПІ №3, 2023, – С. 47-54. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-168-3-47-54>

47. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Шалагай Д. О. Перші два етапи системного аналізу по напрямку ВДЕ «Плану відновлення України: енергетика». – Вісник ВПІ № 2, 2023. – С. 42-48. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-167-2-42-48>
48. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Шалагай Д. О. Про особливості оптимізації дискретних динамічних систем, процеси в яких задані на множині міри «нуль в Колективній монографії *«Інформаційно-комунікаційні технології для перемоги та відновлення»* за матеріалами XXII Міжнародної науково-практичної конференції *«Інформаційно-комунікаційні технології та сталий розвиток»* (Київ, 14-15 листопада 2023 р.). С. 30-35 / За заг. ред. С. О. Довгого. – К.: ТОВ «Видавництво «Юстон», 2023. – 220 с.
49. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Войцеховська О. О., Шалагай Д. О., Бондарчук О. В. Еквівалентні моделі законів розподілу випадкових величин. – Вісник ВПІ № 2, 2024, – С. 53-60. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-173-2-53-60>
50. Мокін Б. І. Системний аналіз процесу здобування знань в університетському середовищі: монографія / Б. І. Мокін, О. О. Войцеховська, О. Б. Мокін. – Вінниця: ВНТУ, 2024. – 166 с. ISBN 978-966-641-969-2. Режим доступу: <https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/book/862>
51. Мокін Б. І., Войцеховська О. О., Собчук Н. В., Бондарчук О. В.. Еквівалентні моделі функцій розподілу даних випадкового характеру. – Вісник ВПІ № 4, 2024. – С. 66-74. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-175-4-66-74>
52. Мокін Б. І., Мазурук О. В., Собчук Н. В., Шалагай Д. О. Авторегресійні моделі відновлення та розвитку зруйнованої війною електроенергетики України. – Вісник ВПІ № 5, 2024. – С. 6-15. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2024-176-5-6-15>
53. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Шалагай Д. О.. Авторегресійні моделі процесу відновлення та розвитку зруйнованих війною відновлювальних джерел енергетики України. – С. 42-46 в *Колективній монографії за матеріалами XXIII Міжнародної науково-практичної конференції: «Математичне моделювання та інформаційно-комунікаційні технології для зміцнення та відновлення»* (Київ, 12-13 листопада 2024 р.). За заг. ред. С. О. Довгого – К.: ТОВ «Видавництво «ЮСТОН», 2024 – 162 с.
54. Мокін Б. І., Мокін О. Б., Шалагай Д. О., Мазурук О. В.. Авторегресійні моделі процесу повоєнного відновлення та післявоєнного розвитку ВДЕ України – Вісник ВПІ, № 1, 2025. – С. 58-65. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2025-178-1-58-65>

Електронне наукове видання

**Борис Іванович Мокін
Олександр Борисович Мокін
Дмитро Олександрович Шалагай**

**СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ СТАНУ
ТА ПЕРСПЕКТИВ ВІДНОВЛЕННЯ І РОЗВИТКУ
ЗРУЙНОВАНОЇ ВІЙНОЮ ЕНЕРГЕТИКИ УКРАЇНИ**

Монографія

Рукопис підготовлено Б. Мокіним

Видання виготовлено у РВВ ВНТУ

Підписано до видання 20.05.2025 р.
Гарнітура Times New Roman.
Зам № P2025-077.

Видавець та виготовлювач –
Вінницький національний технічний університет,
Редакційно-видавничий відділ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
press.vntu.edu.ua.
Email: rvv.vntu@gmail.com
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК No 3516 від 01.07.2009 р.